Αντώνης Οικονόμου

Θεωρούμε ένα σύστημα εξυπηρέτησης με έναν υπηρέτη, στο οποίο καταφθάνουν πελάτες δύο τύπων 1 και 2, σύμφωνα με δυο ανεξάρτητες διαδικασίες Poisson με ρυθμούς λ_1 και λ_2 αντίστοιχα. Κάθε πελάτης, ανεξαρτήτως τύπου έχει $Exp(\mu)$ χρόνο εξυπηρέτησης. Οι πελάτες τύπου 1 έχουν απόλυτη προτεραιότητα έναντι των πελατών τύπου 2, δηλαδή όταν υπάρχουν πελάτες τύπου 1 στο σύστημα ο υπηρέτης εξυπηρετεί αυτούς και αρχίζει να εξυπηρετεί πελάτες τύπου 2 μόνο όταν δεν υπάρχουν πελάτες τύπου 1. Επιπλέον, αν ένας πελάτης τύπου 2 εξυπηρετείται και αφιχθεί πελάτης τύπου 1, ο υπηρέτης διακόπτει την εξυπηρέτηση και πηγαίνει να εξυπηρετήσει τον νεοαφιχθέντα πελάτη τύπου 1. Να βρεθούν οι μέσοι οριακοί αριθμοί πελατών τύπων 1 και 2, $E[Q_1]$ και $E[Q_2]$, αντίστοιχα.

Αντώνης Οικονόμου

Λύση:

Συνολικό σύστημα: $\overset{\lambda_1+\lambda_2}{M} / \overset{\mu}{M} / 1$

Σύστημα πελ. τύπου 1: $\overset{\lambda_1}{M} / \overset{\mu}{M} / 1$

$$E[Q_1+Q_2] = (\lambda_1+\lambda_2)\,E[S_{o\lambda}] \qquad E[S_{o\lambda}] = \frac{E[Q_1+Q_2]+1}{\mu}$$

$$\Rightarrow E[Q_1+Q_2] = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu}\,E[Q_1+Q_2] + \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu}$$

$$\Rightarrow E[Q_1+Q_2] = \frac{\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu}}{1-\frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu}} = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu-\lambda_1-\lambda_2}$$

$$E[Q_1] = \frac{\lambda_1/\mu}{1-\lambda_1/\mu} = \frac{\lambda_1}{\mu-\lambda_1}$$

$$E[Q_2] = \frac{\lambda_1+\lambda_2}{\mu-\lambda_1-\lambda_2} - \frac{\lambda_1}{\mu-\lambda_1}.$$