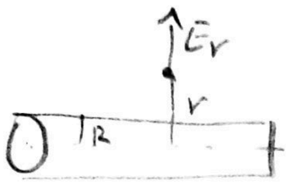
Παράδειγμα

0

→ Άπειρος φορτισμένος κυλινδρικός αγωγός με γραμμική πυκνότητα

Να βρεθεί το δυναμικό σε απόσταση r (E_r)



Από προηγούμενο παράδειγμα

$$E_r = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\rho}{r}$$

$$V_P - V_{P_0} = \int_P^{P_0} \vec{E}\,d\vec{l} = \int_P^{P_0} E_r\,dr = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\int_{r_P}^{r_{P_0}} \frac{dr}{r} = \boxed{\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{r_{P_0}}{r_P}\right)}$$

Διαφορά δυναμικού στο σημείο P και P_0.

Εάν επιλέξουμε $V_{P_0} = 0$ στο $r_{P_0} = \infty$

τότε $V_P - 0 = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{\infty}{r_P}\right) = \infty$!!

Μπορούμε να διαλέξουμε το P_0 να είναι η ακτίνα του κυλίνδρου

άρα $V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{R}{r}\right)$ για $r \geq R$

Αυτό εξασφαλίζει ότι $E=0$ μέσα στον αγωγό και

$V=0$ μέσα στον αγωγό.

Πυκνωτές

→ 2 αγωγοί που διαχωρίζονται από ένα μονωτή αποτελούν ένα πυκνωτή.

→ Οι 2 αγωγοί φέρουν φορτία ίσου μέτρου και αντίθετου προσήμου. Όταν έναν πυκνωτής φέρει φορτίο Q τότε ο οπλισμός με το μεγαλύτερο δυναμικό φέρει φορτίο Q και ο άλλος −Q.

→ Το ολικό φορτίο $Q_{ολικο} = 0$

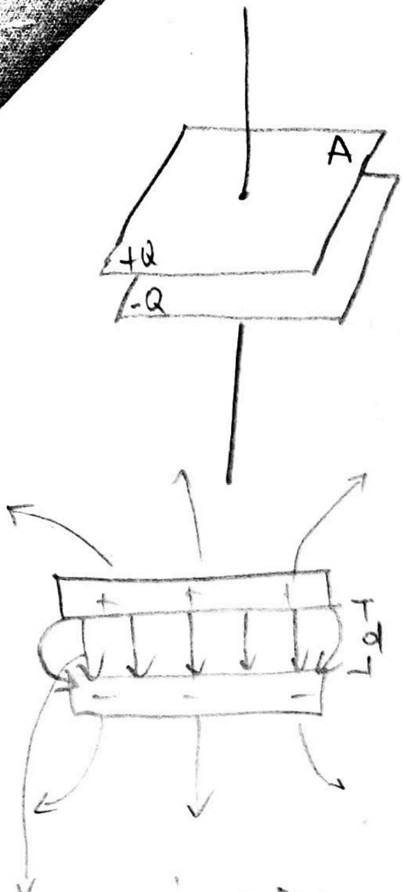
Χωρητικότητα $C = \frac{Q}{V_{ab}}$ - φορτίο

↳ Διαφ. δυναμικού στους οπλισμούς.

$C = [F] = [\frac{C}{V}]$

Πυκνωτές

Εύρεση χωρητικότητας από παράλληλες αγώγιμες πλάκες



ομοιογενές πεδίο

επιφ. πυκνότητα φορτίου

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

$$V_{ab} = E \cdot d = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{Q \cdot d}{A}$$

$$C = \frac{Q}{V_{AB}}$$

$$\boxed{C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

- Χωρητικότητα πυκνωτή στο κενό.
- Εξαρτάται από γεωμετρικά χαρ/κά και όχι από το Q.

Παράδειγμα

$C = 300\,\mu F$

$d = 0{,}01\ mm$

$A = ;$

$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow A = \frac{C \cdot d}{\varepsilon_0} = \frac{300 \cdot 10^{-6} F \; 0{,}01 \cdot 10^{-3} m}{8{,}85 \; 10^{-12} \frac{F}{m}} =$$

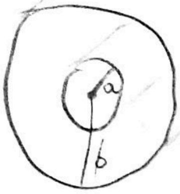
$$= 0{,}34 \cdot 10^{3} m^2 = 340 m^2$$

1gr of activ. carbon $\cong 1000\ m^2$

Πυκνωτές

③

Κυλινδρικός πυκνωτής



Διατομή κυλινδρικού πυκνωτή μήκους L από

- Εσωτερικός αγωγός με ακτίνα a (+q)
- Εξωτερικό κέλυφος με ακτίνα b (−q)

κάθε οπλισμός έχει φορτίο q

Επιλέγουμε επιφάνεια Gauss με κατάλληλη συμμετρία για να βρούμε το $\vec{E}$ μεταξύ τους

$$\oint \vec{E}\, d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow (2\pi r L)E = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L r}}$$

V_{ab} $\quad V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E}\, d\vec{l} \Rightarrow -\int_b^a \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\frac{dr}{r} \Rightarrow V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 L}\ln\left(\frac{b}{a}\right)$

Συνεπώς $C = \frac{q}{V} \Rightarrow C = 2\pi\varepsilon_0 \frac{L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$ πάλι μόνο γεωμετρικά χαρ/κά.

Σφαιρικός πυκνωτής

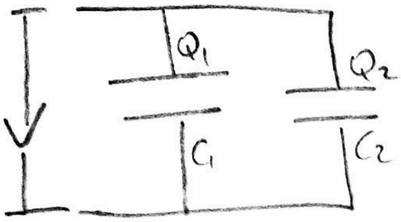
Gauss $\quad \underbrace{\oint \vec{E}\, d\vec{A}}_{(4\pi r^2)} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}}$

$$V = \int_-^+ \vec{E}\, d\vec{l} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \boxed{\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{b-a}{ab}\right)}$$

Άρα $C = \frac{q}{V} \Rightarrow C = 4\pi\varepsilon_0\left(\frac{ab}{b-a}\right)$ πάλι γεωμετρικά χαρακτηριστικά.

Πυκνωτές

Παράλληλα



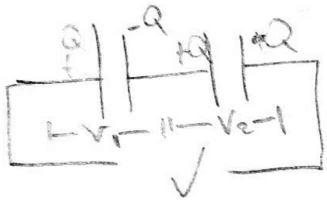
$Q_1 = C_1 V_1$

$Q_2 = C_2 V$

$Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 = C_1 \cdot V + C_2 \cdot V = V(C_1 + C_2) \Rightarrow$

$C_{ολ} = \frac{Q_{ολ}}{V} = C_1 + C_2 \rightarrow \boxed{C_{ολ} = C_1 + C_2}$

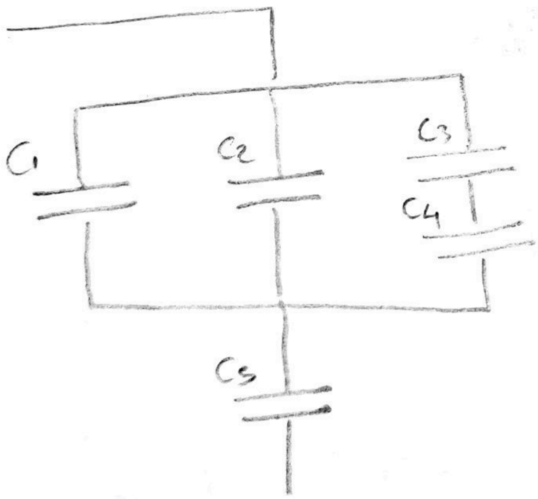
Σε σειρά



$V_1 = \frac{Q}{C_1}$ $\quad V_{ολ} = V_1 + V_2 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$

$V_2 = \frac{Q}{C_2}$ $\quad \frac{1}{C_{ολ}} = \frac{V}{Q} = \frac{Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)}{Q} \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$



C_3, C_4 σειρά $\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} = 4\mu F$

C_1, C_2, C' παράλληλα $C'' = C_1 + C_2 + C' = 18\mu F$

C', C_5 σειρά $\frac{1}{C_{ολ}} = \frac{1}{C'} + \frac{1}{C_5} = 6\mu F$

C=

Πυκνωτές

Αποθήκευση ενέργειας

Οι πυκνωτές αποθηκεύουν ενέργεια μαζί με φόρτισή τους

$Q = C \cdot V$

το στοιχειώδες έργο που χρειάζεται για να μεταφερθεί στοιχειώδες φορτίο dQ } $dW = v \cdot dq = \frac{q\,dq}{C}$, $v = \frac{q}{C}$

Το ολικό έργο για το πλήρες Q: $W = \int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q\,dq = \frac{Q^2}{2C}$

Η δυναμική ενέργεια ενός αφόρτιστου πυκνωτή είναι μηδέν

άρα το $W = U_{\text{φορτισμένου πυκνωτή}}$.

$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$

$Q = [C]$

$V = [V] = \left[\frac{J}{C}\right]$

$C = [F] = \left[\frac{C}{V}\right]$

$U = [J]$

Πυκνωτής $U = \frac{1}{2}CV^2$

Ελατήριο $U = \frac{1}{2}kx^2$

Η αποθηκευμένη ενέργεια ενός πυκνωτή αποθηκεύεται στο πεδίο στο μεταξύ τους χώρο. Ενέργεια ανά μονάδα όγκου

Πυκνότητα ενέργειας $= \frac{U}{\text{όγκος}} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{A \cdot d}$ (A: επιφ., d: απόσταση)

$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$

$V = E d$

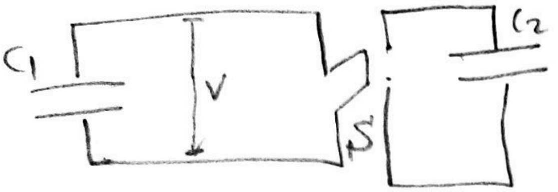
} πυκνότητα ενέργειας $u = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

Πυκνότητα ενέργειας στον <u>κενό</u> χώρο μεταξύ οπλισμών.

Πυκνωτές

Young 25.6. (p 696)

$C_1 = 8\mu F \quad V = 120V$
$C_2 = 4\mu F$



- Αρχικά φορτίζουμε τον C_1 από εξωτερική πηγή και
- κλείνουμε τον διακόπτη S και ο φορτισμένος C_1 έρχεται σε επαφή με τον C_2

$Q_0 = C_1 \cdot V = 8\mu F \cdot 120V \Rightarrow \boxed{Q_0 = 960\mu C}$ | $U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} \cdot 960 \cdot 10^{-6} \cdot 120 = 0{,}058 J$

α) Πόσο είναι το φορτίο στον κάθε πυκνωτή όταν κλείσουμε το S?

$$\left.\begin{aligned} Q_0 &= Q_1 + Q_2 \\ Q_1 &= C_1 V \\ Q_2 &= C_2 V \end{aligned}\right\} Q_0 = V(C_1 + C_2) \Rightarrow V = \frac{Q_0}{C_1 + C_2} = \frac{960}{12} = \underline{80 V}$$

ίδια τάση αλλά όχι 120 V

$Q_1 = C_1 V = 8 \cdot 80 = 640\mu C$
$Q_2 = C_2 V = 4 \cdot 80 = 320\mu C$

β) Πόση είναι η ολική ενέργεια του συστήματος μετά το κλείσιμο;

$$U_{o\lambda} = U_{C_1} + U_{C_2} = \frac{1}{2} Q_1 V + \frac{1}{2} Q_2 V = \frac{1}{2} Q_{o\lambda} V = \frac{1}{2} 960 \cdot 10^{-6} \cdot 80 =$$

$$\boxed{U_{o\lambda} = 0{,}038 J}$$

Λιγότερο από πριν

Απώλειες