**Απλές ασκήσεις κατανόησης των μαθημάτων 1-5**

**Άσκηση 1 (C-O 3.8)**



Απάντηση

(α)Από το νόμο Stefan-Boltzmann $L=AσT^{4}=696W$

(β) Από το νόμο μετατόπισης Wien $λ\_{max}=9477nm$, στο υπέρυθρο.

(γ) όπως στο (α) αλλά για Τ$=293Κ$, $L=585W$

(δ) Συνολική απώλεια ενέργειας ανά δευτερόλεπτο $696W-585W=111W$

**Άσκηση 2 (C-O 3.9)**



Απάντηση

(α) $L=4πR^{2}σT\_{e}^{4}=1,17×10^{31}W=30.500L\_{⊙}$

(β) $M=M\_{Sun}-2.5log\_{10}⁡\left(L/L\_{⊙}\right)=-6.47$ (όπου $M\_{Sun}=4.74$

(γ) $m=M+5log\_{10}⁡(d/10pc)=-1.02$

(δ)$m-M=5.45$

(ε) $F=σT\_{e}^{4}=3.48×10^{10}Wm^{-2}$

(στ) $r=123pc=3.8×10^{18}m$

 $F=\frac{L}{4πr^{2}}=6.5×10^{-8}Wm^{-2}$

(ζ) $λ\_{max}=104nm$ υπεριώδες

**Άσκηση 3 (C-O 3.10)**



Απάντηση

(α) για $λ\gg \frac{hc}{kT}\rightarrow $ $e^{hc/λkT}-1≃1+\frac{hc}{λkT}-1=\frac{hc}{λkT}$

Αντικαθιστώντας στη $B\_{λ}(T)=\frac{2hc^{2}/λ^{5}}{e^{hc/λkT}-1}$ βρίσκουμε ότι $B\_{λ}(T)≃2ckT/λ^{4}$ 🡪 νόμος Rayleigh-Jeans.

(β) Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι αυτό συμβαίνει για $λ≅2100nm$

**Άσκηση 4 (C-O 5.5)**



Απάντηση

Λύνουμε την εξίσωση Boltzmann$\frac{N\_{b}}{N\_{a}}=\frac{g\_{b}e^{-E\_{b}/kT}}{g\_{a}e^{-E\_{a}/kT}}=\frac{g\_{b}}{g\_{a}}e^{-\left(E\_{b}-E\_{a}\right)/kT}$ ως προς $Τ:$

$$T=\frac{E\_{2}-E\_{1}}{kln⁡\left[\left(g\_{2}/g\_{1}\right)/\left(N\_{2}/N\_{1}\right)\right]}$$

$$g\_{1}=2n^{2}=2(1)^{2}=2, g\_{2}==2n^{2}=2(2)^{2}=8$$

$$E\_{1}=-13.6eV, και E\_{2}=-3.40eV$$

Άρα για $\frac{N\_{2}}{N\_{1}}=0.01,\rightarrow T=1.97×10^{4}K$

Για $\frac{N\_{2}}{N\_{1}}=0.1,\rightarrow T=3.21×10^{4}K$

**Άσκηση 5 (C-O 5.6)**

**.**

Απάντηση

**(α)** Λύνουμε πάλι την εξ. Boltzmann ως προς $Τ$: $T=\frac{E\_{3}-E\_{1}}{kln⁡\left[\left(g\_{3}/g\_{1}\right)/\left(N\_{3}/N\_{1}\right)\right]}$

Χρησιμοποιώντας τις τιμές από το προηγούμενο πρόβλημα και επιπλέον ότι $g\_{3}=2(3)^{3}=18 και E\_{3}=-1.51eV$ βρισκουμε ότι αν $\frac{N\_{3}}{N\_{1}}=1$ τότε $T=6.38×10^{4}K$.

**(β)** Απότην εξ. Boltzmann, θέτοντας $T=85,400K,προκύπτει ότι N\_{3}/N\_{1}=N\_{3}/N=1.74$

**(γ)** Καθώς το$T\rightarrow \infty $ το εκθετικό στην εξ. Boltzmann τείνει στη μονάδα, και $N\_{b}/N\_{a}\rightarrow g\_{b}/g\_{a}$

Οπότε οι σχετικοί αριθμοί e στα τροχιακά με n=1, 2,3,… θα είναι $g\_{n}=2n^{2}=2,8,18,…$.. Αυτού του είδους η κατανομή αφορά σε ουδέτερα άτομα. Όμως σε ψηλές θερμοκρασίες το υδρογόνο είναι ιονισμένο (🡪 εξ. Saha που θα δούμε αργότερα).

**Άσκηση 6 (6.6 🡪9.6)**



Απάντηση

$v\_{rms}=\sqrt{\frac{3kT}{M}}=\sqrt{\frac{3kT}{28m\_{p}}}=515ms^{-1}$

H ενεργός διατομή για κρούση είναι $σ=π(2r)^{2}$ , οπότε η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι

$l=\frac{1}{nσ}=\frac{1}{nπ(2r)^{2}} $

Αλλά η αριθμητική πυκνότητα θα είναι $n=\frac{ρ}{m}=\frac{ρ}{28m\_{p}}=2.57×10^{25}m^{-3}$

και επομένως $l=3.10×10^{-7}m$ και ο μέσος χρόνος ανάμεσα σε δύο διαδοχικές κρούσεις είναι $t≃l/v\_{rms}=6×10^{-10}s=0.6ns$

***Σημείωση:*** ενεργός διατομή κρούσης μεταξύ δύο σφαιρών ακτίνων $r\_{A}$ και $r\_{B}$.

Aν η μεταξύ τους απόσταση είναι μεγαλύτερη από $r\_{A}+$ $r\_{B}$, δεν συγκρούονται. Συγκρούονται όταν η μεταξύ τους απόσταση είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων τους ή μικρότερη, άρα η ενεργός διατομή είναι επιφάνεια κύκλου με ακτίνα $r\_{A}+$ $r\_{B}$🡪 $π(r\_{A}+ r\_{B})^{2}$