

Φυσική των αστέρων
Μάθημα 12+13
Μέρος Α
(εσωτερικό των αστέρων-πολυτροπικά
μοντέλα)
Carroll & Ostlie Κεφ. 7

α.ε. 2023-24

Πολυτροπικά μοντέλα (polytropes)

Οι διαφορικές εξισώσεις της αστρικής δομής επιλύονται αριθμητικά. Σε ειδικές περιπτώσεις υπάρχουν αναλυτικές λύσεις.

Οι δύο πρώτες εξισώσεις αστρικής δομής:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r\rho}{r^2} \quad (1)$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2\rho \quad (2)$$

μπορούν να λυθούν ταυτόχρονα, χωρίς αναφορά στις εξισώσεις για τη βαθμίδα φωτεινότητας και τη βαθμίδα θερμοκρασίας.

Υπό ορισμένες συνθήκες, όπως για αδιαβατικό αέριο, η πίεση μπορεί να εξαρτάται ρητά μόνο από τη πυκνότητα ρ .

Από την εξίσωση (1) προκύπτει ότι

$$\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} = -GM_r \Rightarrow \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right] = -G \frac{dM_r}{dr} \quad (3)$$

Αντικαθιστώντας το $\frac{dM_r}{dr}$ από την (2) στη (3), παίρνουμε:

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right) = -G4\pi r^2\rho \Rightarrow \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{dr} \right] = -4\pi G\rho \quad (4)$$

Για να λύσουμε την (4) θα υποθέσουμε ότι η πίεση και η πυκνότητα συνδέονται μεταξύ τους μέσω της σχέσης $P = K\rho^\gamma$ (5), όπου K και γ θετικές σταθερές.

Αντί του γ , χρησιμοποιείται ο λεγόμενος **πολυτροπικός δείκτης n** , όπου $\gamma \equiv \frac{n+1}{n}$ (6)

Υπάρχουν ενδιαφέρουσες περιπτώσεις για τις οποίες ισχύει η (5):

- i. Άστρα των οποίων το εσωτερικό είναι εντελώς "convective" δηλ. η ενέργεια διαδίδεται μόνο με μεταφορά. Σε αυτή τη περίπτωση η πίεση ακτινοβολίας είναι αμελητέα, οπότε

$P = P_{\text{gas}} = P_{\text{adiabatic}} = k\rho^\gamma$, $\gamma = \frac{5}{3}$ (για ιδανικό αέριο), και από τη καταστατική εξίσωση, έχουμε

$$P_{\text{gas}} = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \Rightarrow T \propto \rho^{\frac{5}{3}-1} \Rightarrow \rho \propto T^{\frac{3}{2}} \quad \text{πολυτροπικός δείκτης } n = 1.5$$

- ii. Άστρα στα οποία έχουμε και πίεση ιδανικού αερίου και πίεση ακτινοβολίας \rightarrow "καθιερωμένο αστρικό μοντέλο" του Eddington

Έστω άστρο με πίεση $P = P_{\text{gas}} + P_{\text{rad}}$

Γράφουμε $P_{\text{gas}} = \beta P$ και $P_{\text{rad}} = (1 - \beta)P$ όπου $0 \leq \beta \leq 1$

Υποθέτοντας ιδανικό αέριο, $P_{\text{gas}} = \frac{\rho k T}{\mu m_H} \Rightarrow T = \frac{\beta P \mu m_H}{\rho k}$

Για την πίεση ακτινοβολίας, έχουμε $P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4 \Rightarrow P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a \left(\frac{\beta P \mu m_H}{\rho k} \right)^4 = (1 - \beta) P \Rightarrow$

$$P = K \rho^{4/3} \text{ με } K = \left[\frac{3(1-\beta)}{a} \right]^{1/3} \left(\frac{k}{\beta \mu m_H} \right)^{4/3} \quad \left(\gamma = \frac{4}{3} \rightarrow \text{πολυτροπικός δείκτης } n = 3 \right)$$

- iii. Όπως θα δούμε στο κεφάλαιο των λευκών νάνων, η πίεση για αέριο πλήρως εκφυλισμένων ηλεκτρονίων ακολουθεί τη σχέση $P = K \rho^{5/3}$, για μη σχετικιστικά ηλεκτρόνια, και τη $P = K \rho^{4/3}$, για σχετικιστικά ηλεκτρόνια
-

Η επίλυση της εξ. (4) έγινε στο μάθημα «Αστροφυσικά ρευστά».

Είδατε ότι αναλυτικές λύσεις υπάρχουν όταν $n = 0, 1, 5$

Η εξ. $\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho} \frac{dP}{d\rho} \right] = -4\pi G \rho$ υποθέτοντας ότι $P = K\rho^\gamma$ και ότι $\rho = \lambda\varphi^n$

[όπου φ είναι αδιάστατη ποσότητα με $0 \leq \varphi \leq 1$, λ σταθερά με μονάδες πυκνότητας]

καταλήγει στην εξίσωση Lane-Emden

$$\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\varphi}{d\xi} \right) = -\varphi^n$$

και $\xi = \frac{r}{\alpha}$ αδιάστατη μεταβλητή, με $\alpha \equiv \left[\frac{(n+1)k\lambda^{\frac{1-n}{n}}}{4\pi G} \right]^{\frac{1}{2}}$

Η λύση $\varphi(\xi)$ καθορίζει πλήρως τη δομή του πολυτρόπου, εκτός από την κεντρική πυκνότητα.

Αν θέσουμε $\lambda = \rho_c$, τότε $\rho = \rho_c$ για $\varphi = 1$ (δηλ. $\xi=0$).

$\varphi(\xi) \rightarrow \rho(r) \rightarrow P(r)$ προφίλ πυκνότητας και πίεσης $\rightarrow T(r)$ (από καταστατική εξίσωση ιδανικού αερίου)

Η επίλυση της εξ. Lane-Emden έγινε στο μάθημα «Αστροφυσικά ρευστά».

Συνοριακές συνθήκες

- (i) $\varphi = 0$ για $\xi = 1$ (θα το συμβολίζουμε με ξ_1), δηλ. στην «επιφάνεια» του άστρου η πυκνότητα (και άρα και η πίεση) τείνει στο 0.
- (ii) Στο κέντρο, $\xi = 0$, $d\varphi/d\xi = 0$

Αναλυτικές λύσεις υπάρχουν για

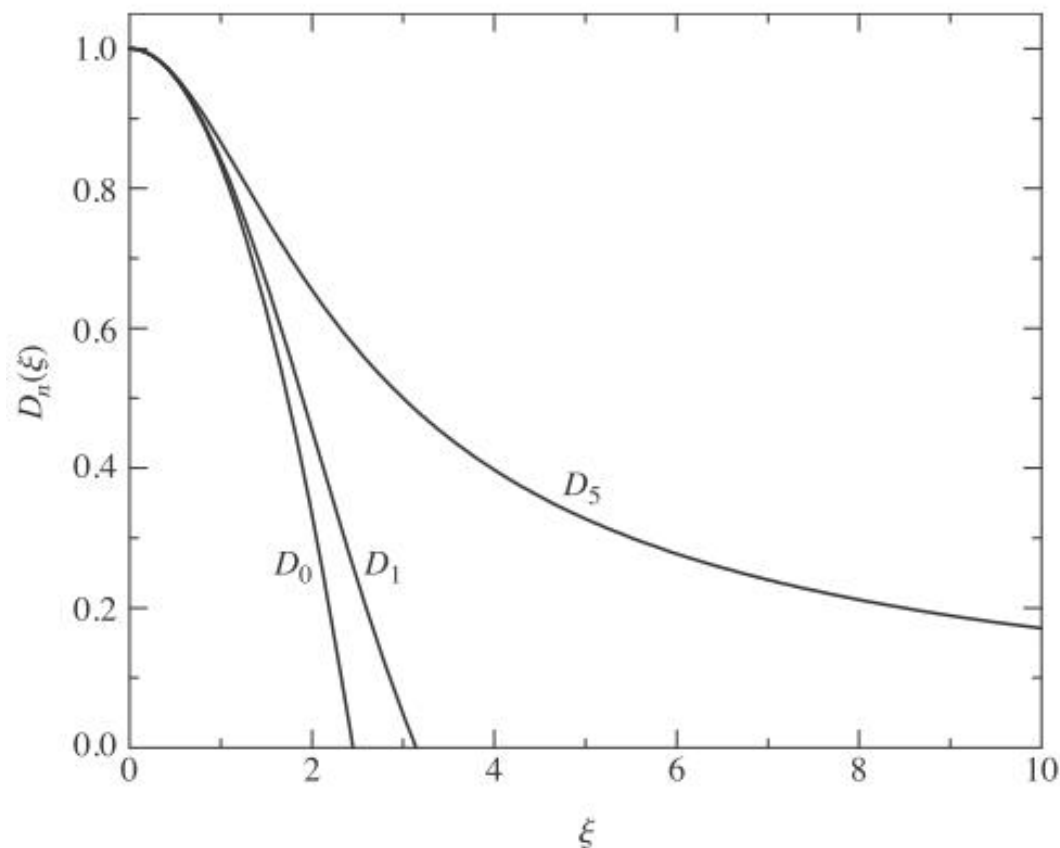
$n = 0, 1$ και 5 .

Για άλλα n χρειάζονται αριθμητικές λύσεις.

$$\varphi_0(\xi) = 1 - \frac{\xi^2}{6} \text{ με } \xi_1 = \sqrt{6}$$

$$\varphi_1(\xi) = \frac{\sin \xi}{\xi} \text{ με } \xi_1 = \pi$$

$$\varphi_5(\xi) = \left[1 + \frac{\xi^2}{3} \right]^{-\frac{1}{2}} \text{ με } \xi_1 \rightarrow \infty$$



Μακροσκοπικές ιδιότητες του άστρου με βάση τις λύσεις της εξ. Lane-Emden

1. Ακτίνα του άστρου

$$R = a\xi_1 = \left[\frac{(n+1)K}{4\pi G} \right]^{1/2} \lambda^{(1-n)/2n} \xi_1 \quad (16)$$

2. Μάζα του άστρου

Η μάζα εντός της κανονικοποιημένης ακτίνας ξ :

$$M(\xi) = \int_0^{\xi} 4\pi r^2 \rho dr = 4\pi a^3 \int_0^{\xi} \lambda \varphi^n \xi^2 d\xi \quad (17)$$

Από εξ. (15) (Lane-Emden) $\varphi^n = -\frac{1}{\xi^2} \frac{d}{d\xi} \left(\xi^2 \frac{d\varphi}{d\xi} \right)$, οπότε

$$M(\xi) = -4\pi a^3 \int_0^{\xi} \lambda d \left(\xi^2 \frac{d\varphi}{d\xi} \right) = -4\pi a^3 \lambda^2 \frac{d\varphi}{d\xi} \quad (18) \text{ και η συνολική μάζα του άστρου είναι:}$$

$$M_* = -4\pi \left[\frac{(n+1)k}{4\pi G} \right]^{3/2} \lambda^{(3-n)/2n} \left(\xi^2 \frac{d\varphi}{d\xi} \right)_{\xi_1} \quad (19)$$

Παρατηρούμε ότι για πολυτροπικό δείκτη $n=3$, η μάζα δεν εξαρτάται από το λ (δηλ. τη κεντρική πυκνότητα).

3. Λόγος της μέσης προς τη κεντρική πυκνότητα

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_c} = \frac{M_*/\frac{4\pi}{3}R_*^3}{\lambda} = -3 \frac{1}{\xi_1} \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)_{\xi_1} \quad (20) \quad (\rho_c = \lambda)$$

που εξαρτάται μόνο από τον πολυτροπικό δείκτη.

Για $n = 0$, το άστρο έχει σταθερή πυκνότητα: $\frac{\rho_c}{\bar{\rho}} = 1$

Για $n = 5$, $\frac{\rho_c}{\bar{\rho}} \rightarrow \infty$, δηλ. το άστρο είναι άπειρα συγκεντρωμένο στο κέντρο.

4. Κεντρική πίεση

Στο κέντρο $\xi = 0$, $\varphi = 1 \rightarrow \rho = \lambda\varphi^n = \lambda$, οπότε η κεντρική πίεση γίνεται

$$P_c = K\lambda^{(n+1)/n} = K\lambda^{(1-n)/n}\lambda^2 \quad (21)$$

Από τη σχέση (16) λύνουμε ως προς $K\lambda^{(1-n)/n}$ οπότε προκύπτει $K\lambda^{(1-n)/n} = \frac{4\pi GR^2}{(n+1)\xi_1^2}$ (22)


Αντικαθιστούμε στην (21) και χρησιμοποιούμε ότι $\rho_c = \lambda \xrightarrow{(20)} \rho_c = -\bar{\rho}\xi_1 / \left[3 \left(\frac{d\varphi}{d\xi} \right)_{\xi_1} \right]$ οπότε:

$$P_c = \frac{4\pi R^2 G}{(n+1)\xi_1^2} \left[\frac{\xi_1}{3} \frac{1}{(d\varphi/d\xi)_{\xi_1}} \right]^2 \bar{\rho}^2 \xrightarrow{(19)} P_c = \frac{1}{4\pi(n+1)(d\varphi/d\xi)_{\xi_1}^2} \frac{GM_*^2}{R^4} \quad (23)$$

Π.χ. για $n=3$, βρίσκουμε $P_c = 1.24 \times 10^{17} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{R_\odot}{R_*} \right)^4 \text{ dyn/cm}^2$

5. Κεντρική θερμοκρασία

$T_c = \frac{\beta P_c \mu m_H}{\rho k}$. Για $n=3$, βρίσκουμε ότι $T_c = 4.6 \times 10^6 \mu\beta \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{2/3} \rho_c^{1/3}$



Φυσική των αστέρων
Μάθημα 12+13 Μέρος Β
Αστρική δημιουργία
Carroll & Ostlie Κεφ. 12 (αγγλική έκδοση
μόνο)

α.ε. 2023-24

Αστρική δημιουργία – Ομόλογη κατάρρευση – πρωτοαστέρες- Hayashi track

Για κριτήριο Jeans και ομόλογη κατάρρευση βλ. περισσότερα στην Εισαγωγή στην Αστροφυσική και στα Αστροφυσικά Ρευστά

Για ένα βαρυτικά συνεκτικό σύστημα, η συνθήκη ισορροπίας περιγράφεται από το Θ. Virial (απόδειξη στη Μηχανική και στα Α.Ρ.)

$$2K + U = 0$$

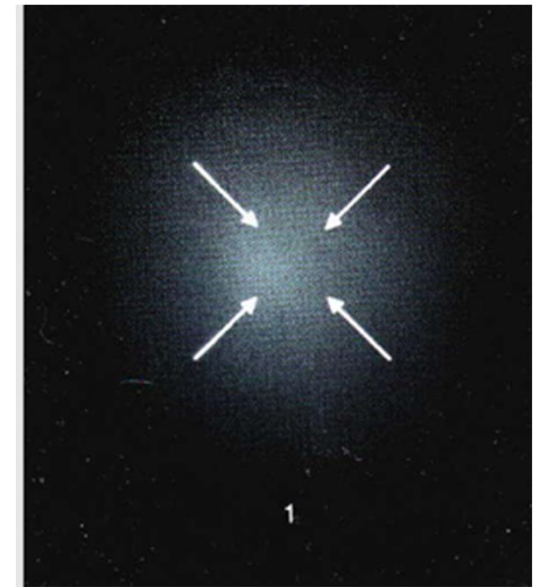
Αν $2K < |U| \rightarrow$ κατάρρευση του συστήματος

Για σφαιρικό νέφος (υπεραπλούστευση – δεν λαμβάνουμε υπόψη μας τυχόν περιστροφή, τύρβη, γαλαξιακά μαγνητικά πεδία)

$$U \sim -\frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c}$$

$K = \frac{3}{2} NkT$, όπου $N = \frac{M_c}{\mu m_H}$ (N ο συνολικός αριθμός σωματιδίων στο νέφος, M_c η μάζα του νέφους και μ το μέσο μοριακό βάρος)

Οπότε για να καταρρεύσει το νέφος θα πρέπει $\frac{3M_c kT}{\mu m_H} < \frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c}$



Αστρική δημιουργία – Ομόλογη κατάρρευση – πρωταστέρες- Hayashi track

$$\frac{3M_c kT}{\mu m_H} < \frac{3}{5} \frac{GM_c^2}{R_c}$$

αν χρησιμοποιήσουμε τη σχέση $R_c = \left(\frac{3M_c}{4\pi\rho_0}\right)^{1/3}$ (για ομοιογενές νέφος, με αρχική πυκνότητα ρ_0 καταλήγουμε στη σχέση

$$M_c > M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0}\right)^{1/2} \quad \text{Μάζα Jeans}$$

και αντίστοιχα

$$R_J \simeq \left(\frac{15kT}{4\pi G\mu m_H \rho_0}\right)^{1/2} \quad \text{Μήκος Jeans}$$

Παρατηρείστε ότι για την ίδια μάζα M_c , μεγάλη θερμοκρασία εμποδίζει την κατάρρευση, το αντίθετο για μεγάλη πυκνότητα

Εδώ, εκτός από όλες τις άλλες απλουστεύσεις, δεν λάβαμε υπόψη ότι υπάρχει μία εξωτερική πίεση P_0 που ασκείται στο νέφος από το περιβάλλον ISM

Αν ληφθεί υπόψη η εξωτερική πίεση, τότε η κρίσιμη μάζα για να καταρρεύσει το νέφος (αποδεικνύεται ότι) δίνεται από τη μάζα Bonnor-Ebert:

$M_{BE} = \frac{c_{BE} v_T^4}{P_0^{1/2} G^{3/2}}$, όπου $v_T \equiv \sqrt{kT/\mu m_H}$ η ισόθερμη ταχύτητα ήχου και η αδιάστατη σταθερά $c_{BE} \simeq 1.18$

Άσκηση

Δείξτε ότι η μάζα Jeans μπορεί να γραφεί στη μορφή της M_{BE} με $c_J \simeq 5.46$



Carina Nebula (NIRCam, James Webb Space Telescope)

Pillars of creation center of M16, or the Eagle Nebula



NIRCam JWST NASA, ESA, CSA, STScI

Παράδειγμα

1. Τυπικό διάχυτο νέφος υδρογόνου $T = 50\text{K}$, $n = 5 \times 10^8 \text{m}^{-3}$

$$\rightarrow \rho_0 = m_H n_H = 8.4 \times 10^{-19} \text{kgm}^{-3}$$

$$\text{Οπότε } M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2} \simeq 1500 M_\odot \quad (\mu = 1)$$

>> από τη μάζα που πιστεύουμε ότι περιλαμβάνεται στα διάχυτα νέφη H, $1 - 100 M_\odot \rightarrow$ δηλ. αυτά τα νέφη είναι ευσταθή βαρυτικά.

2. Πυρήνας πυκνού μοριακού νέφους $T = 10\text{K}$, $n_{H_2} = 10^{10} \text{m}^{-3}$, $\rho_0 = 2m_H n_{H_2} = 3 \times 10^{-17} \text{kgm}^{-3}$ ($\mu = 2$)

$$\text{Οπότε } M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2} \simeq 8 M_\odot \text{ ενώ οι τυπικές μάζες τους είναι } \sim 10 M_\odot \rightarrow \text{ασταθή σε βαυτική κατάρρευση}$$

Ομόλογη κατάρρευση (βλ. Εισαγωγή στην Αστροφυσική και Αστροφυσικά Ρευστά)

- Αποδεικνύεται ότι αν η αρχική πυκνότητα του σφαιρικού μοριακού νέφους είναι ομοιογενής, τότε όλα τα τμήματα του νέφους παίρνουν τον ίδιο χρόνο να καταρρεύσουν, οπότε η πυκνότητα αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό παντού

→ ομόλογη κατάρρευση

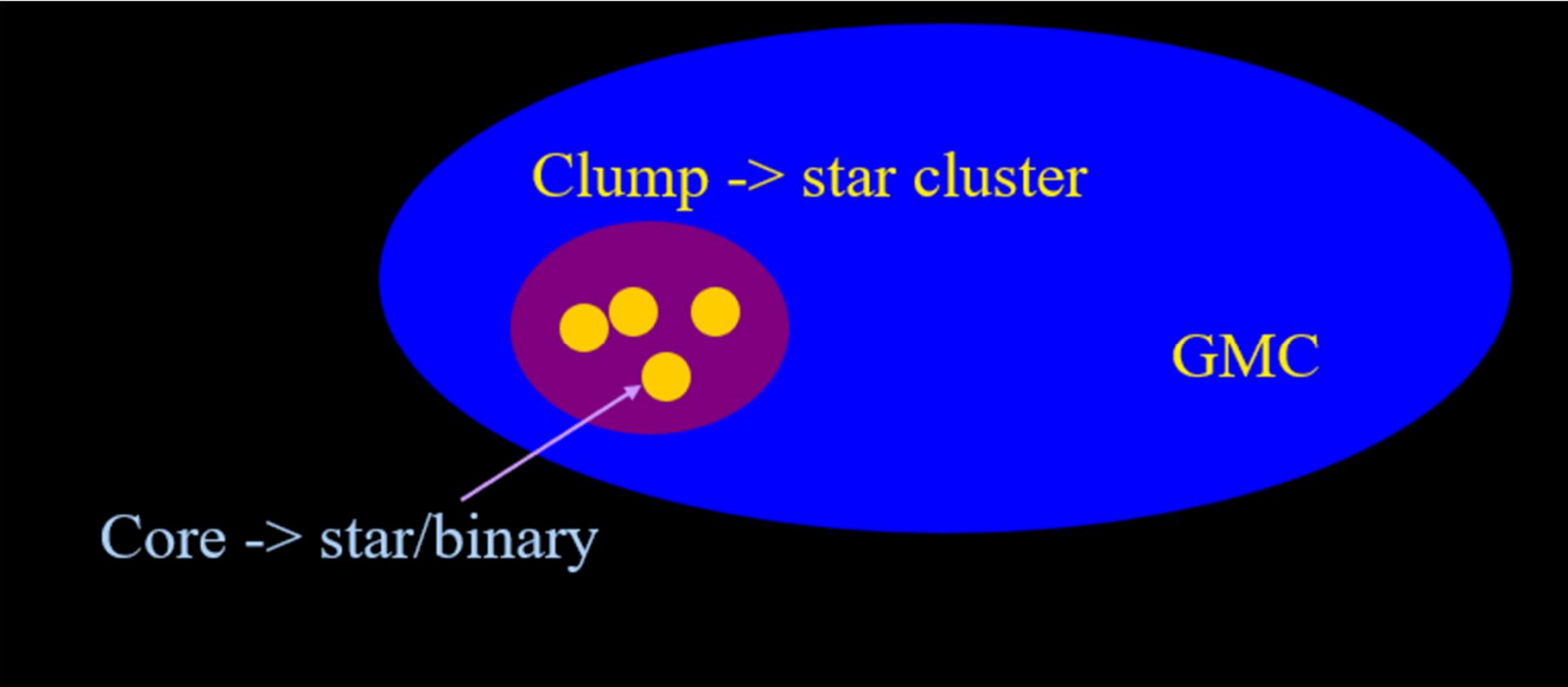
- (θα αποδειχθεί στα Α.Ρ) $t_{\text{ff}} = \left(\frac{3\pi}{32} \frac{1}{G\rho_0} \right)^{1/2}$ free fall time

ο χρόνος που χρειάζεται για να μηδενιστεί η ακτίνα της σφαίρας που καταρρέει (δείτε ότι εξαρτάται μόνο από τη πυκνότητα)

π.χ. για ένα πυρήνα πυκνού μοριακού νέφους με $\rho_0 = 3 \times 10^{-17} \text{kgm}^{-3}$,
 $t_{\text{ff}} = 3.8 \times 10^5 \text{y}$

- Αν όμως το νέφος έχει κάπως μεγαλύτερη πυκνότητα στο κέντρο όταν ξεκινάει η κατάρρευση, τότε καθώς εξελίσσεται η κατάρρευση, η πυκνότητα στο κέντρο αυξάνεται πιο γρήγορα από ότι στις εξωτερικές περιοχές του νέφους → inside-out collapse

- Η πολύ απλή ανάλυση που προηγήθηκε θα μπορούσε να οδηγήσει στο συμπέρασμα ότι θα μπορούσαν να δημιουργηθούν άστρα πολύ μεγάλης μάζας, με την κατάρρευση ενός μεγάλου μοριακού νέφους
- Αλλά ξέρουμε ότι αυτό δεν συμβαίνει. Σε ένα γιγαντιαίο νέφος δημιουργούνται χιλιάδες ή και εκατοντάδες χιλιάδες άστρα συχνά σε διπλά ή πολλαπλά συστήματα και σμήνη. Όλα αυτά υπονοούν ότι υπάρχει κερματισμός του νέφους σε μικρότερα νέφη



Star-Forming Nebula NGC 3603, HST, STSci



- Πως μπορεί να προκύψει ο κατακερματισμός του νέφους:

1. Καθώς το νέφος καταρρέει η πυκνότητα μεγαλώνει κατά πολλές τάξεις μεγέθους (μέσα σε ένα t_{ff}), ενώ η θερμοκρασία δεν μεταβάλλεται σημαντικά (για ισόθερμη κατάρρευση), οπότε η μάζα Jeans μικραίνει.

$M_J \propto (\rho_0)^{-1/2}$, οπότε μπορούν να καταρρεύσουν «κομμάτια» μικρότερης μάζας

2. Έστω και μικρές ανομοιογένειες στην αρχική πυκνότητα μπορούν να οδηγήσουν σε ανεξάρτητη κατάρρευση, μόλις ικανοποιηθεί το κριτήριο Jeans.

Με αυτό τον τρόπο μπορούμε να καταλήξουμε στην κατάρρευση πολλών μικρότερων «κομματιών» μέσα στο νέφος.

Αυτό το υπεραπλουστευμένο σενάριο οδηγεί σε πολύ υψηλή απόδοση αστρικής δημιουργίας (high star forming efficiency), ενώ στη πραγματικότητα μόνο το ~1% του νέφους θα δημιουργήσει άστρα.

Υπάρχει κάποιο όριο στον κατακερματισμό του νέφους;

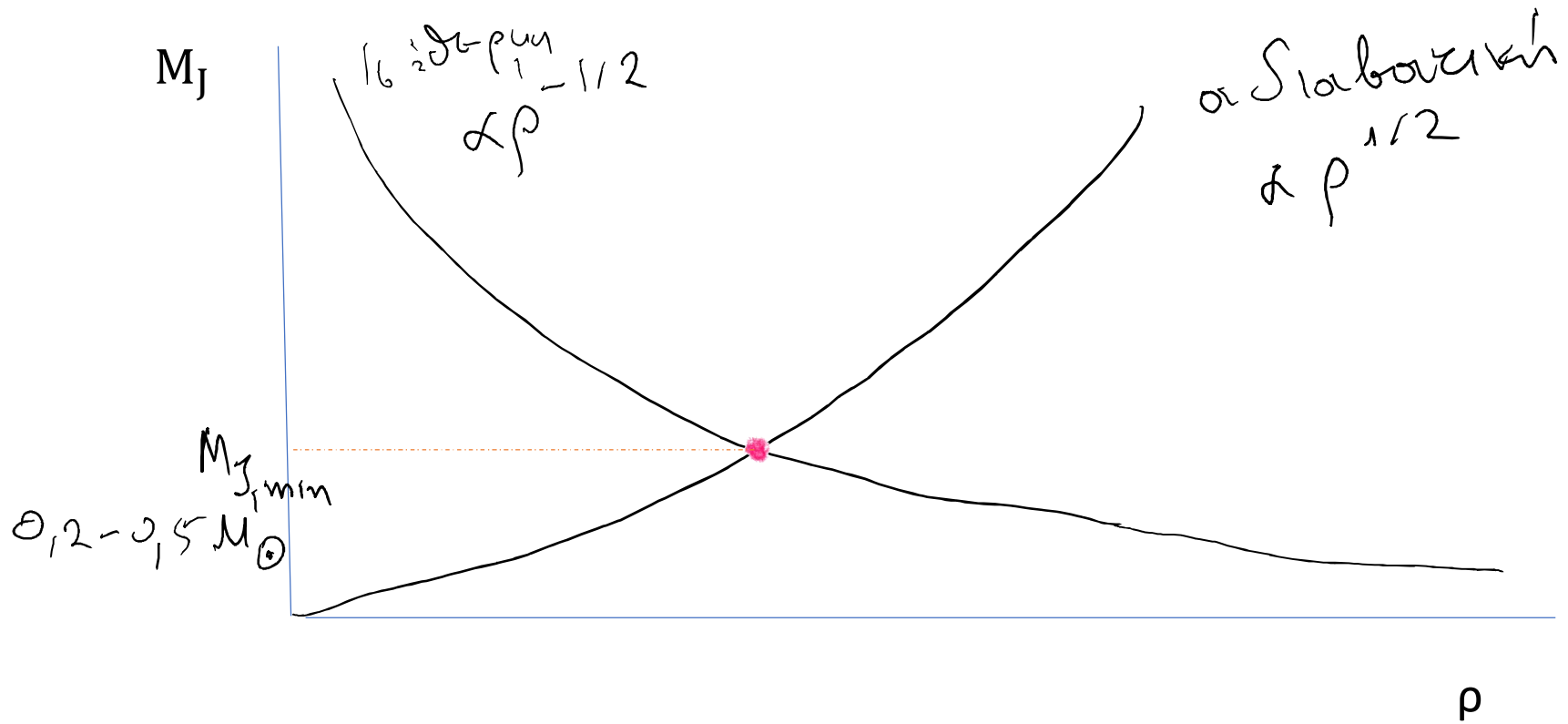
Τι συμβαίνει;

Έχουμε υποθέσει **ισόθερμη κατάρρευση**. Δηλαδή, η ενέργεια που παράγεται από την βαρυτική κατάρρευση ακτινοβολείται εξ ολοκλήρου προς τα έξω. Αυτό απαιτεί **χαμηλή αδιαφάνεια**.

Καθώς η πυκνότητα αυξάνεται, η **αδιαφάνεια αυξάνεται**, οπότε η κατάρρευση δεν μπορεί να είναι πια ισόθερμη, αρχίζει να αυξάνεται η θερμοκρασία. Κάποια στιγμή δεν ακτινοβολείται καθόλου ενέργεια προς τα έξω ($dQ=0$), και η κατάρρευση είναι πλέον **αδιαβατική**.

Στη περίπτωση αυτή ξέρουμε ότι $T \propto \rho^{\gamma-1}$

$$\text{οπότε } M_J \simeq \left(\frac{5kT}{G\mu m_H} \right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{1/2} \propto \rho^{\frac{1}{2}(3\gamma-4)} \text{ και για } \gamma = \frac{5}{3}, \quad M_J \propto \rho^{\frac{1}{2}}$$



Ελάχιστη μάζα Jeans στο σημείο όπου η κατάρρευση από κυρίως ισόθερμη γίνεται κυρίως αδιαβατική

Άσκηση: Εκτιμήστε την ελάχιστη μάζα Jeans στην οποία περιμένουμε να σταματήσει ο κατακερματισμός του νέφους

Διατήρηση μηχανικής ενέργειας

$$E = K + U$$

Θεώρημα virial

$$2K + U = 0$$

Σφαιρικό νέφος με

$$U = -\frac{3}{5} \frac{GM^2}{R}$$

ομοιογενή πυκνότητα

$$E = \frac{U}{2} = -\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}$$

Η ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη κατάρρευση είναι $\Delta E_g = \frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}$

Η μέση απελευθερούμενη ισχύς (φωτεινότητα) θα είναι της τάξης του

$$L_{\text{ff}} \cong \frac{\Delta E_g}{t_{\text{ff}}} = \frac{\frac{3}{10} \frac{GM^2}{R}}{\left(\frac{3\pi}{32G\rho_0}\right)^{\frac{1}{2}}} = G^{3/2} \left(\frac{M_J}{R_J}\right)^{5/2}$$

Αν υποθέσουμε ότι το νέφος είναι οπτικά πυκνό και σε θερμοδυναμική ισορροπία τότε

$$L_{rad} = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Αν όμως είναι εντελώς διαφανές (εντελώς ισόθερμη κατάρρευση), και η ακτινοβολία δεν αλληλοεπιδρά καθόλου με την υπερκείμενη ύλη τότε $L_{rad} = 0$.

Οπότε μπορούμε να γράψουμε $L_{rad} = e 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$, $0 < e < 1$. Το e μεταβάλλεται από πολύ μικρές τιμές στην αρχή σε τιμές κοντά στη μονάδα. Χαρακτηριστική τιμή $e \sim 0.1$.

Όταν $L_{rad} = L_{\text{ff}}$ καταλήγουμε στη σχέση $M_J^{5/2} = \frac{4\pi}{G^{3/2}} R_J^{9/2} e \sigma T^4$

και αντικαθιστώντας το $R_J \simeq \left(\frac{15kT}{4\pi G \mu m_H \rho_0} \right)^{1/2}$ βρίσκουμε $M_{J_{\text{min}}} = 0.03 \left(\frac{T^{1/4}}{e^{1/2} \mu^{9/4}} \right) M_{\odot}$

Για $T = 1000\text{K}$, $\mu \sim 1$, $e \sim 0.1$ $M_{J_{\text{min}}} \cong 0.5 M_{\odot}$

Για $T = 1000\text{K}$, $\mu \sim 1$, $e \sim 1$ $M_{J_{\text{min}}} \cong 0.2 M_{\odot}$

Δηλ. η ελάχιστη μάζα Jeans (άρα εκεί που θεωρούμε ότι ο κατακερματισμός σταματάει) $\sim 0.2-0.5 M_{\odot}$

Έχουμε κάνει πολλές υπεραπλουστεύσεις... Πιο ακριβείς υπολογισμοί δίνουν κατώτερο όριο $0.01 M_{\odot}$

Several other important factors

Rotation, magnetic fields, turbulence, non-sphericity, ...

Modification of the critical mass (for collapse)

Formation of accretion disks and jets

Feedback effects

Δημιουργία πρωτοαστέρα – χαρακτηριστική χρονική κλίμακα t_{ff}

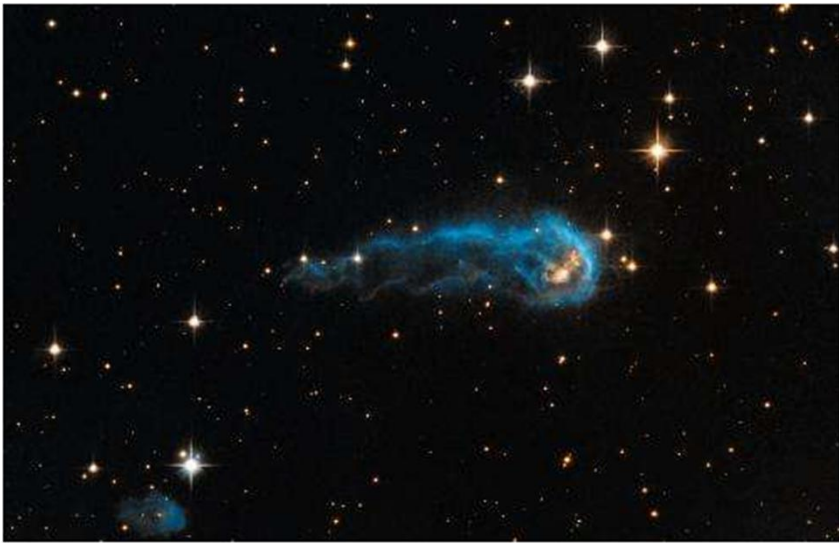
Για να μελετήσουμε την κατάρρευση ενός μοριακού νέφους με λεπτομέρεια, χρειάζονται αριθμητικές μαγνητοϋδροδυναμικές προσομοιώσεις

- Έστω ένα κομμάτι νέφους με υπερκρίσιμη μάζα, το οποίο αρχίζει να καταρρέει.
- Αρχικά η κατάρρευση είναι ισόθερμη (οπτικά αραιό υλικό)
- Στο κέντρο του νέφους η αρχική πυκνότητα είναι λίγο μεγαλύτερη, οπότε το t_{ff} είναι μικρότερο κι έτσι η πυκνότητα αυξάνεται γρηγορότερα από ότι πιο έξω.
- Καθώς αυξάνεται η πυκνότητα ($\rightarrow \sim 10^{-10} \text{ kgm}^{-3}$) στο κέντρο, η ύλη γίνεται αδιαφανής και η κατάρρευση γίνεται πιο αδιαβατική. Η αδιαφάνεια οφείλεται κυρίως στη σκόνη.
- Η κατάρρευση επιβραδύνεται κοντά στο κέντρο, λόγω αύξησης της πίεσης ($P_{ad} \propto \rho^{\gamma}$)
- Σε αυτό το σημείο η κεντρική περιοχή είναι σχεδόν σε υδροστατική ισορροπία (με ακτίνα $\sim 5\text{AU}$). Αυτό το κεντρικό αντικείμενο είναι ο **πρωτοαστέρας**

- Μια παρατηρήσιμη συνέπεια του ότι το νέφος γίνεται οπτικά πυκνό, είναι ότι η βαρυτική δυναμική ενέργεια που απελευθερώνεται κατά τη κατάρρευση μετατρέπεται σε θερμότητα και ακτινοβολείται στο υπέρυθρο
- Μπορούμε να υπολογίσουμε (μοντέλα) τον ρυθμό απελευθέρωσης ενέργειας (luminosity) L και την ακτίνα R του νέφους στην οποία $\tau = 2/3$ (φωτόσφαιρα σκόνης), και από την σχέση $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$ μπορούμε να βρούμε το T_{eff} και έτσι να τοποθετήσουμε τον πρωτοαστέρα σε ένα διάγραμμα H-R για διάφορες χρονικές στιγμές
 - Εξελικτικές διαδρομές (evolutionary tracks) πάνω στο διάγραμμα HR

A protostar looks starlike after the surrounding gas is blown away, but its thermal energy comes from gravitational contraction, not fusion.

IRAS 20324+4057



Credit: NASA, ESA, the Hubble Heritage Team (STScI/AURA), and IPHAS

IRAS 19312+1950



The protostar in question is the large, bright red star where the arrow is pointing. Credit: NASA/JPL-Caltech.

<https://starforge.space/>

The protostar
within the dark cloud
L1527



JWST
Credit: NASA, ESA, CSA, STScI

➤ Η κατάρρευση της ύλης συνεχίζεται (και μάλιστα επιταχύνεται), και η φωτεινότητα του πρωτοαστέρα αρχικά αυξάνεται, όπως και η θερμοκρασία του.

➤ Πάνω από τον αναπτυσσόμενο πυκνό πυρήνα, η ύλη είναι ακόμα σε ελεύθερη πτώση. Όταν η ύλη αυτή φτάσει στον σχεδόν υδροστατικό πυρήνα, αναπτύσσεται ένα κρουστικό κύμα (η ταχύτητα της προσπίπτουσας ύλης > τοπική ταχύτητα του ήχου).

Η φωτεινότητα οφείλεται κυρίως στο μέρος της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα στο κρουστικό μέτωπο.

➤ Όταν η θερμοκρασία φτάσει περίπου τους 1000K, η σκόνη μέσα στον υπό ανάπτυξη πρωτοαστέρα αρχίζει να καταστρέφεται, και έτσι μειώνεται η αδιαφάνεια. Αυτό σημαίνει ότι η ακτίνα όπου το $\tau=2/3$ θα μειωθεί σημαντικά. Και επειδή η φωτεινότητα παραμένει υψηλή, θα πρέπει να αυξηθεί η ενεργός θερμοκρασία.

- Η θερμοκρασία συνεχίζει να αυξάνεται, καθώς συσσωρεύεται ύλη στον πυρήνα.
- Όταν φτάσει περίπου στους 2000K καταστρέφεται το μοριακό υδρογόνο, απορροφώντας ενέργεια, κι έτσι ο πυρήνας δεν είναι πλέον σε υδροστατική ισορροπία, αλλά καταρρέει και πάλι, μέχρι να φτάσει σε αρκετά υψηλή θερμοκρασία ώστε η πίεση να σταματήσει την περαιτέρω κατάρρευση (τώρα ο πρωτοαστέρας έχει ακτίνα ~30% μεγαλύτερη από του ηλίου, υποθέτοντας ότι θα καταλήξει να είναι άστρο μίας ηλιακής μάζας), και μάζα ακόμα πολύ λιγότερη από τη τελική μάζα.
- Ακολουθεί μία ημιστατική κατάσταση με συνεχιζόμενη πρόσπτωση ύλης στον πρωτοαστέρα.
- Με τον σχηματισμό του ημιστατικού πρωτοαστέρα, ο χρόνος εξέλιξης καθορίζεται από το πόσο γρήγορα το άστρο μπορεί να προσαρμοστεί θερμικά στην κατάρρευση. → Kelvin-Helmholtz timescale
- Βαθιά στο εσωτερικό ξεκινά η καύση του Δευτέριου. Όταν τελειώσει, η φωτεινότητα μειώνεται απότομα και η θερμοκρασία μειώνεται λίγο

Βαρυτική κατάρρευση - πρωτοαστέρες

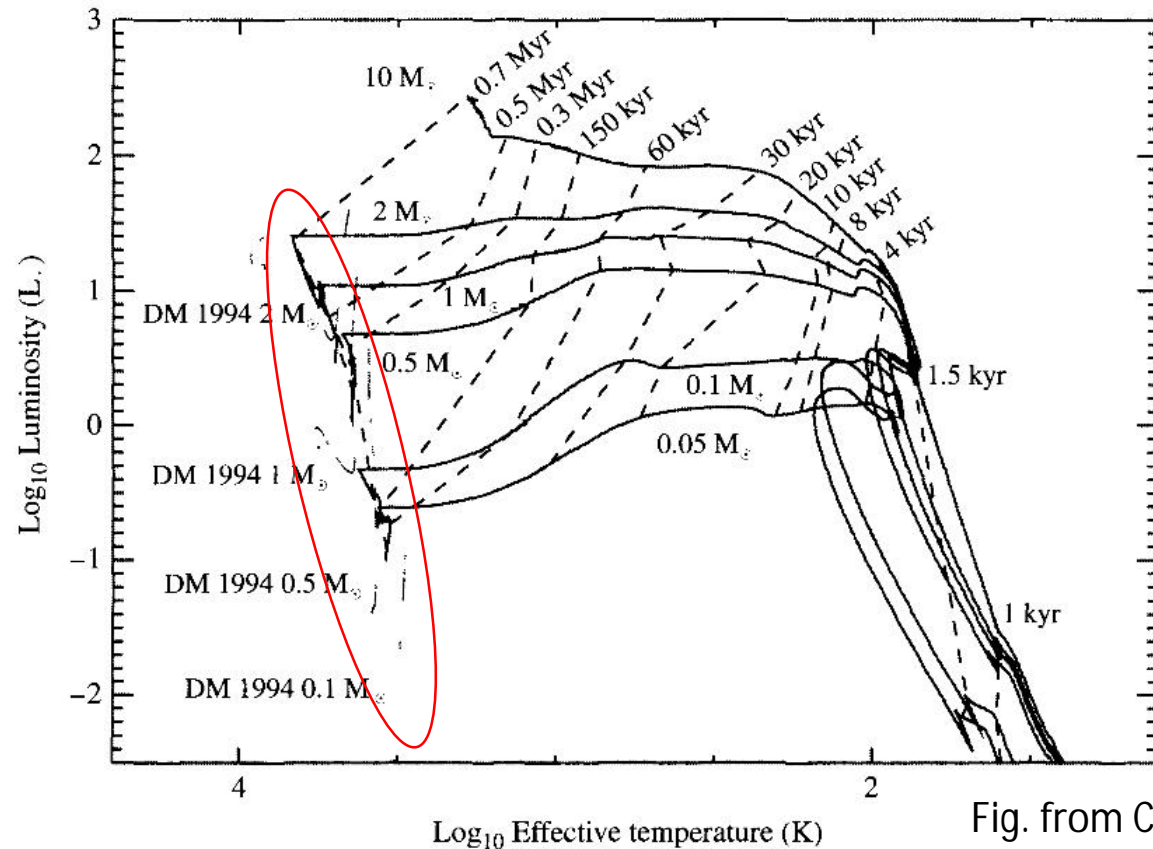


Fig. from Carroll & Ostlie

FIGURE 12.9 Theoretical evolutionary tracks of the gravitational collapse of 0.05, 0.1, 0.5, 1, 2, and 10 M_⊙ clouds through the protostar phase (solid lines). The dashed lines show the times since collapse began. The light dotted lines are pre-main-sequence evolutionary tracks of 0.1, 0.5, 1, and 2 M_⊙ stars from D'Antona and Mazzitelli, *Ap. J. Suppl.*, 90, 457, 1994. Note that the horizontal axis is plotted with effective temperature increasing to the left, as is characteristic of all H–R diagrams. (Figure adapted from Wuchterl and Tscharnuter, *Astron. Astrophys.*, 398, 1081, 2003.)

Εξέλιξη πριν από την κύρια ακολουθία – pre main-sequence evolution – Hayashi tracks

Όπως είδαμε, οι πρωταστέρες χαρακτηρίζονται από γρήγορη σχεδόν “free-fall” κατάρρευση.

Η φάση πριν από την κύρια ακολουθία (pre-MS) χαρακτηρίζεται από πιο αργή συστολή:

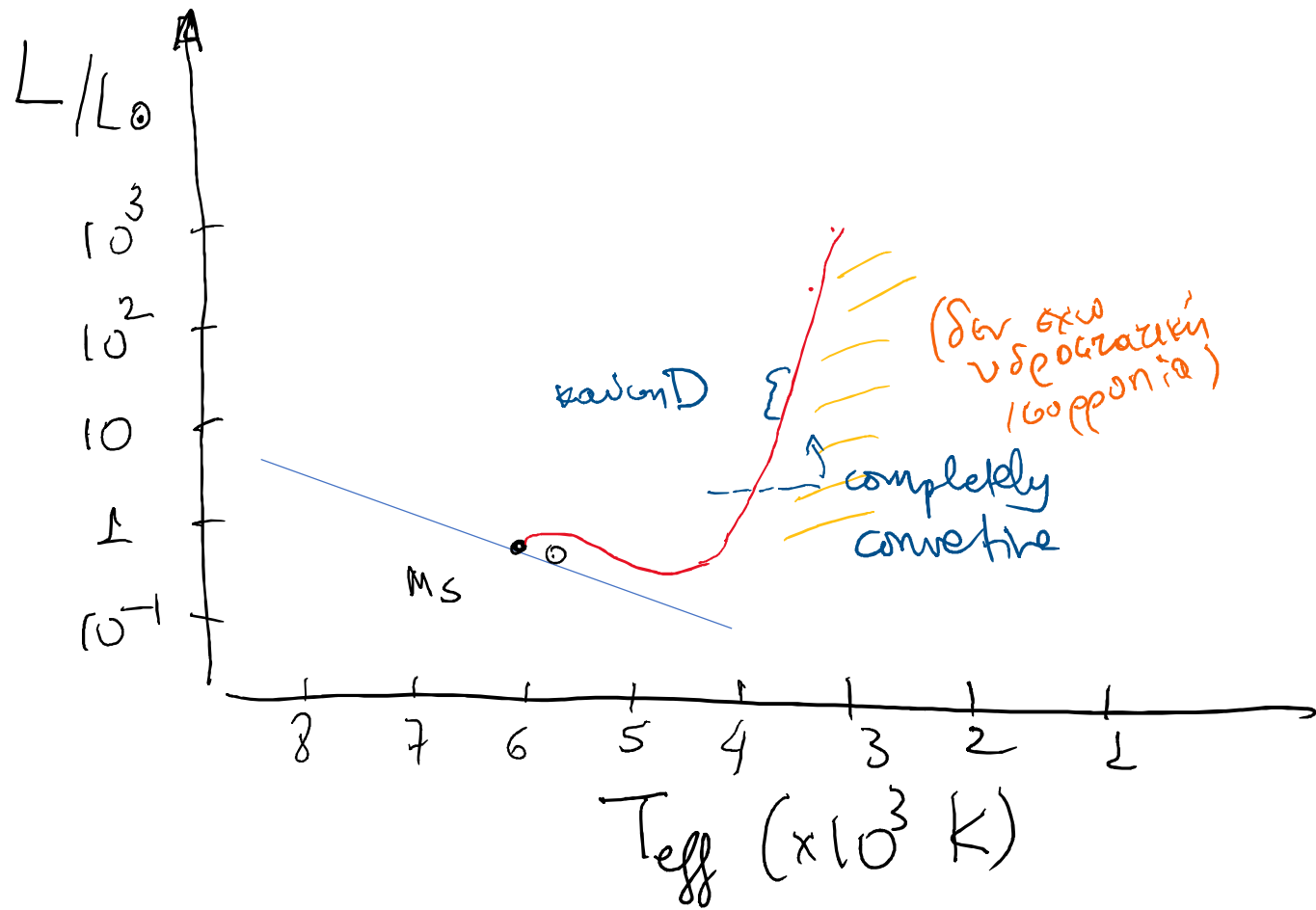
Η βαρύτητα εξακολουθεί να φέρνει την ύλη σε μικρότερο όγκο, αλλά τώρα της εναντιώνεται η αύξηση της πίεσης του αερίου → ημιστατική κατάσταση.

Δηλ. το αντικείμενο προσαρμόζεται θερμοδυναμικά στη κατάρρευση με χαρακτηριστικό χρόνο $t_{KH} \gg t_{ff}$

Χρειάζονται περίπου 40Myr για να φτάσει ένα άστρο 1 ηλιακής μάζας στη κύρια ακολουθία.

Hayashi track

- Ο Hayashi έδειξε ότι ένα άστρο δεν μπορεί να πετύχει υδροστατική ισορροπία αν είναι πολύ ψυχρό.
- Καθώς τα άστρα συστέλλονται προς την κύρια ακολουθία ξεκινούν από μεγάλες φωτεινότητες λόγω σχετικά ψηλής θερμοκρασίας και μεγάλης ακτίνας.
- Ταυτόχρονα η αδιαφάνεια είναι μεγάλη (στις θερμοκρασίες αυτές ιονίζονται κάποια βαρύτερα μέταλλα, οπότε υπάρχουν διαθέσιμα ηλεκτρόνια, και δημιουργούνται αρνητικά ιόντα H^- → αδιαφάνεια λόγω H^-)
- Μεγάλη φωτεινότητα + μεγάλη αδιαφάνεια → αστάθεια μεταφοράς → convection
- Ο Hayashi έδειξε ότι το άστρο (~ σαν τον ήλιο) συστέλλεται ακολουθώντας μία σχεδόν κατακόρυφη γραμμή στο HR διάγραμμα (δηλ. περίπου σταθερή θερμοκρασία, μειούμενη φωτεινότητα λόγω της μείωσης της ακτίνας)
- Το αντικείμενο παραμένει convective για μερικά Myr και μετά γίνεται radiative στο κέντρο (δηλ. διάδοση με ακτινοβολία). Αυτός ο ακτινοβολικός πυρήνας μεγαλώνει συνεχώς μέχρι να φτάσει το άστρο στη ΚΑ. Η θερμοκρασία μεγαλώνει στο κέντρο και ξεκινάνε οι θερμοδυναμικές αντιδράσεις (η καύση δευτερίου έχει ήδη ξεκινήσει)



Pre main sequence evolutionary tracks

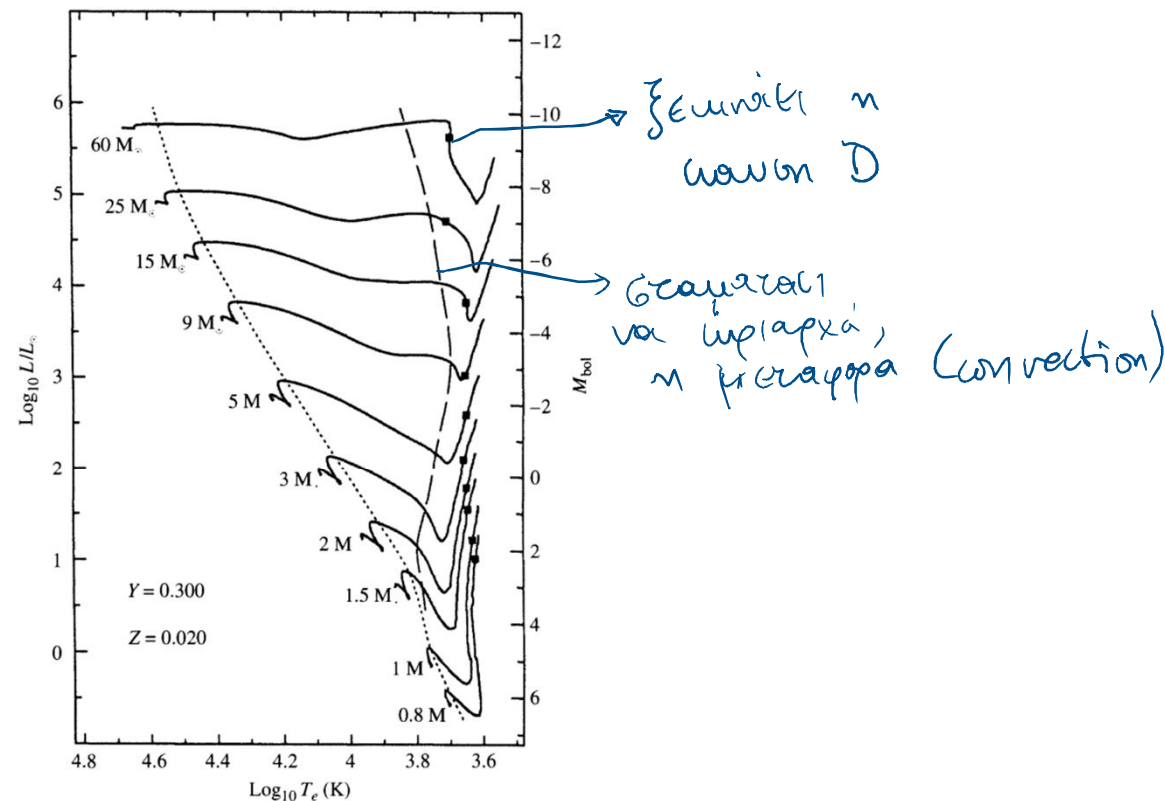


FIGURE 12.11 Classical pre-main-sequence evolutionary tracks computed for stars of various masses with the composition $X = 0.68$, $Y = 0.30$, and $Z = 0.02$. The direction of evolution on each track is generally from low effective temperature to high effective temperature (right to left). The mass of each model is indicated beside its evolutionary track. The square on each track indicates the

Fig. from Carroll & Ostlie

TABLE 12.1 Pre-main-sequence contraction times for the classical models presented in Fig. 12.11. (Data from Bernasconi and Maeder, *Astron. Astrophys.*, 307, 829, 1996.)

Initial Mass (M_{\odot})	Contraction Time (Myr)
60	0.0282
25	0.0708
15	0.117
9	0.288
5	1.15
3	7.24
2	23.4
1.5	35.4
1	38.9
0.8	68.4

Table . from Carroll & Ostlie

Some interesting simulations of SF - STARFORGE

- https://www.youtube.com/channel/UCax1Kn0aKuaUtLYQ9BvnfYw/vid_eos

STARFORGE: Toward a comprehensive numerical model of cluster formation and feedback

Michael Y. Grudić^{1*}, Dávid Guszejnov^{2†}, Philip F. Hopkins³,
Stella S. R. Offner², and Claude-André Faucher-Giguère¹

¹CIERA and Department of Physics and Astronomy, Northwestern University, 1800 Sherman Ave, Evanston, IL 60201, USA

²Department of Astronomy, The University of Texas at Austin, TX 78712, USA

³TAPIR, Mailcode 350-17, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91125, USA

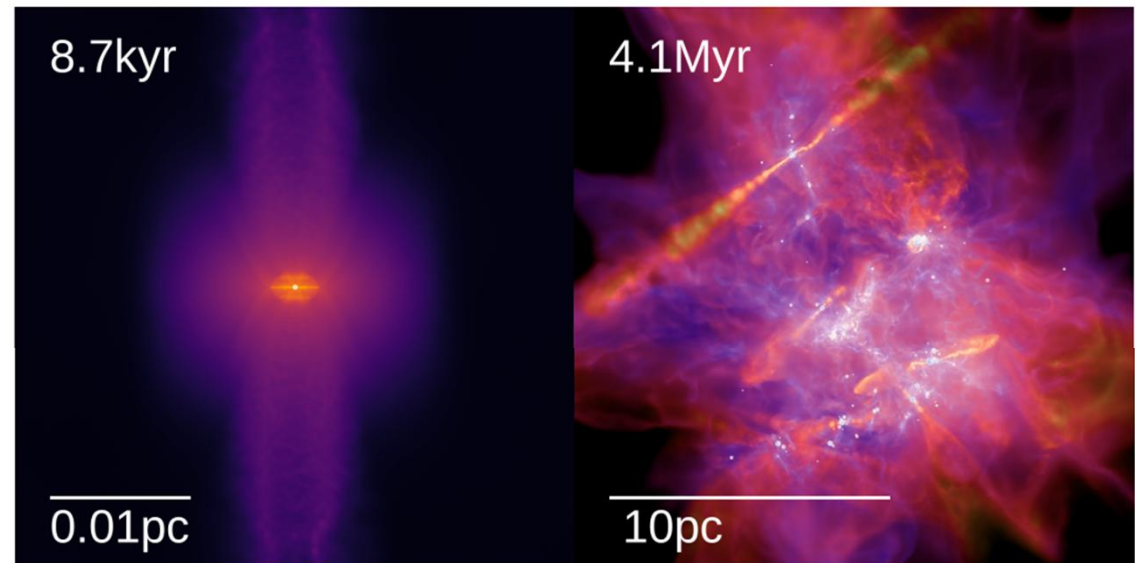


Figure 11. Examples of the protostellar jet module (§4.2) in action in SF simulations. *Left:* Idealized laminar rotating core collapse problem forming a single star, run at high ($10^{-5} M_{\odot}$) resolution. As the star accretes from a disk, jets clear out high-velocity diffuse cavities along the poles, entraining material away from the core. *Right:* Bipolar outflows (highlighted in orange) permeate a $2 \times 10^4 M_{\odot}$ GMC run at $10^{-3} M_{\odot}$ resolution (typical of STARFORGE runs), with the largest penetrating out to ~ 10 pc scales before merging with the ISM. This map colors by 1D line-of-sight velocity dispersion (purple is $\sim 0.1 \text{ km s}^{-1}$, orange is $\sim 10 \text{ km s}^{-1}$ and modulates the lightness to encode surface density information (lighter is denser).

<https://starforge.space/>

Initial Mass Function

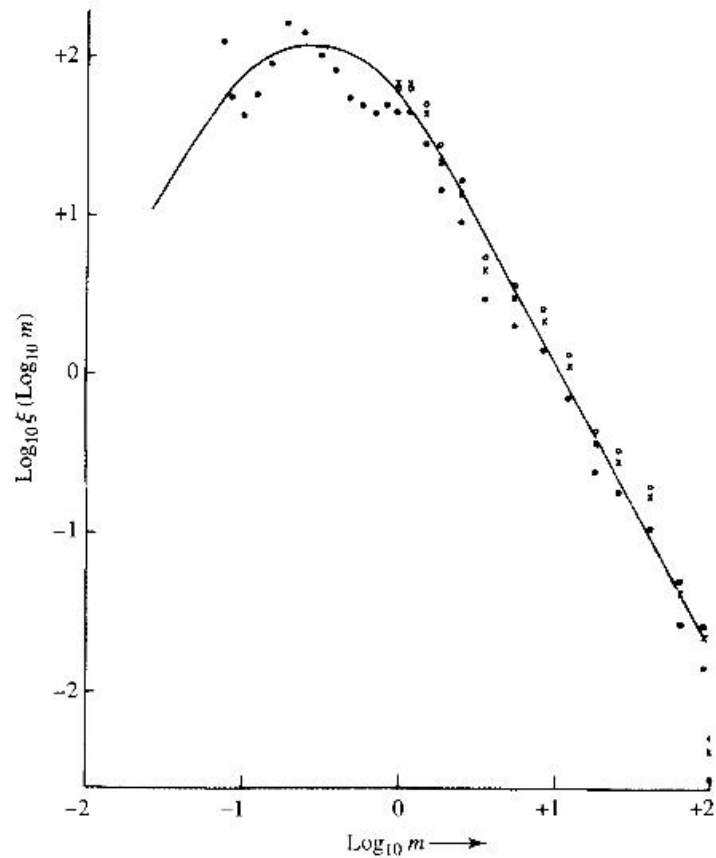


FIGURE 12.12 The initial mass function, ξ , shows the number of stars per unit area of the Milky Way's disk per unit interval of logarithmic mass that is produced in different mass intervals. The individual points represent observational data and the solid line is a theoretical estimate. Masses are in solar units. (Figure adapted from Rana, *Astron. Astrophys.*, 184, 104, 1987.)

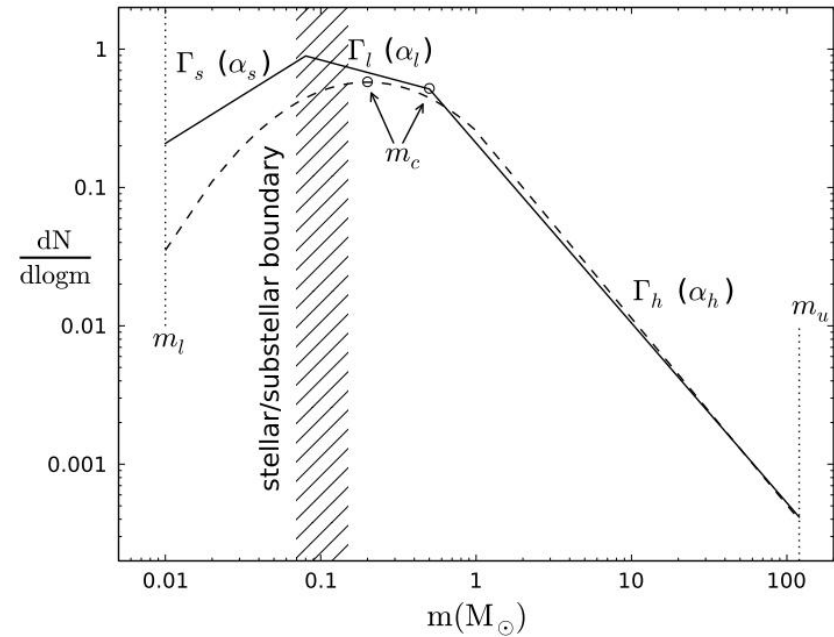


Figure 1. An illustration of the key aspects of the IMF as it has been parameterised, either as a piecewise series of power law segments (e.g. Kroupa 2001) or a log-normal at low masses with a power law tail at high masses (e.g. Chabrier 2003a).