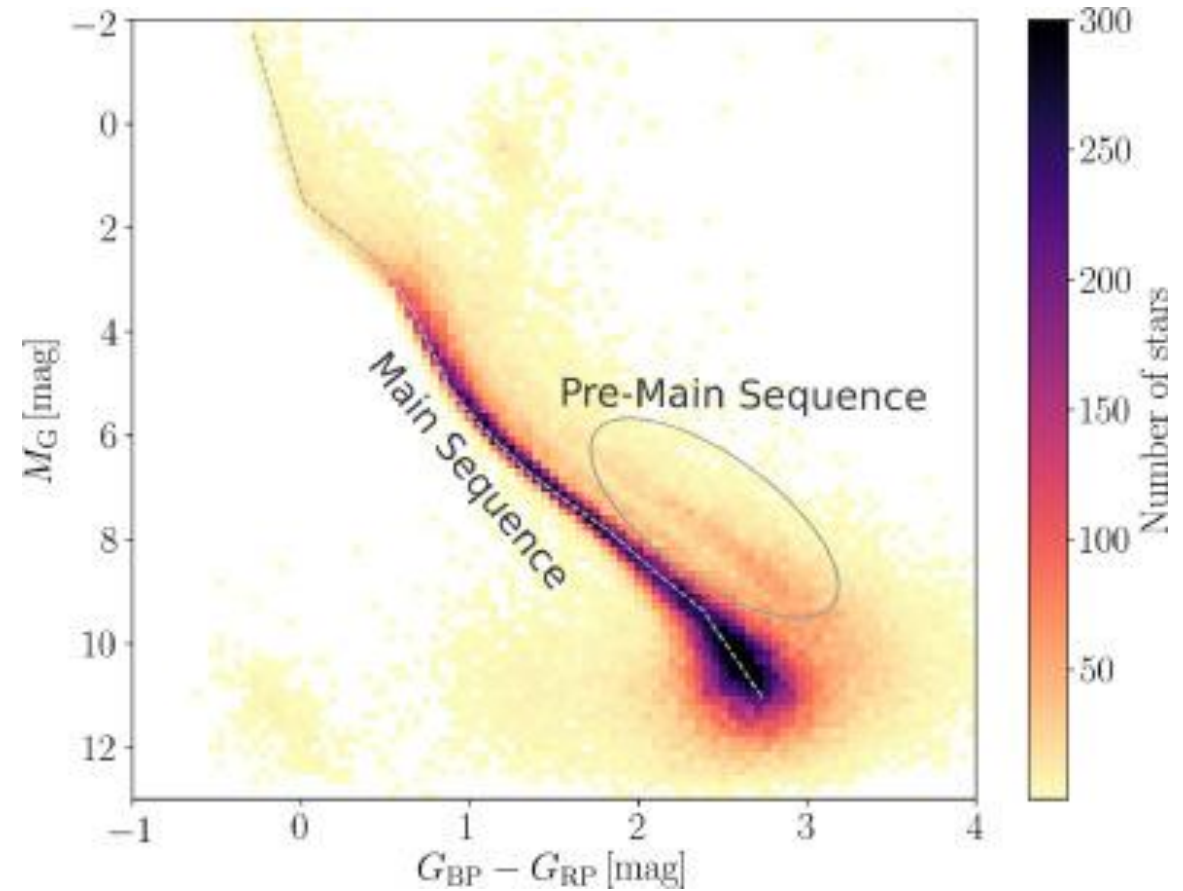


Φυσική των αστέρων
Μάθημα 17
(αστρική εξέλιξη αστέρων μικρής
μάζας)
Carroll & Ostlie Κεφ. 9

Κύρια ακολουθία - Main sequence

Αστέρες **Κύριας Ακολουθίας**: είναι αστέρες των οποίων η πηγή ενέργειας είναι η «καύση» (σύντηξη) υδρογόνου στον πυρήνα του αστέρα. Είναι η πρώτη φάση της ζωής ενός άστρου.

Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του HR διαγράμματος που αποτελούν τα καταληκτικά σημεία από τα αντίστοιχα Hayashi Track, αποτελούν την Κύρια Ακολουθία Μηδενικής Ηλικίας (**Zero-age main sequence- ZAMS**)



HRD από δεδομένα της Gaia DR2, Zari et al. (2019).

Κύρια ακολουθία – Το καθιερωμένο μοντέλο του Eddington (Eddington's standard model)

Το πολυτροπικό μοντέλο με δείκτη $n=3$ είναι το λεγόμενο καθιερωμένο μοντέλο του Eddington που υποθέτει μεταφορά ενέργειας με ακτινοβολία. Ο πυρήνας αστέρων σαν τον ήλιο στη Κ.Α. είναι “radiative”, οπότε αυτό το μοντέλο είναι μία καλή πρώτη προσέγγιση.

Για αυτό το μοντέλο είδαμε ότι η κεντρική πίεση είναι

$$P \propto M^2 R^{-4} \quad (1)$$

(αυστηρά αυτό ισχύει για την πίεση στο κέντρο, αλλά θεωρούμε ότι κατά προσέγγιση ισχύει σε όλο τον πυρήνα)

Για τη πυκνότητα ισχύει (εξ ορισμού)

$$\rho \propto MR^{-3} \quad (2)$$

Για τη πίεση, για τέλειο αέριο ισχύει

$$P \propto \rho T \quad (3)$$

Για το ρυθμό παραγωγής ενέργειας ανά μονάδα μάζας ισχύει (κατά προσέγγιση, για την καύση H)

$$\epsilon \propto \rho T^\beta \quad (4)$$

[για την αλυσίδα pp με $\beta=4$ και τον κύκλο CNO με $\beta=19.9$]

Από την εξίσωση βαθμίδας της φωτεινότητας έχουμε

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad (5)$$

Από τη (3) προκύπτει $T \propto P \rho^{-1} \xrightarrow{(1,2)} T \propto$

$$M^2 R^{-4} M^{-1} R^3 = MR^{-1} \quad (6)$$

Από την (5) προκύπτει ότι κατά προσέγγιση

$$\frac{L}{R} \propto R^2 \rho \varepsilon \xrightarrow{(4)} \frac{L}{R} \propto R^2 \rho^2 T^\beta$$

$$\xrightarrow{(2,6)} L \propto R^3 (MR^{-3})^2 (MR^{-1})^\beta \Rightarrow$$

$$L \propto R^{-(3+\beta)} M^{\beta+2} \quad (7)$$

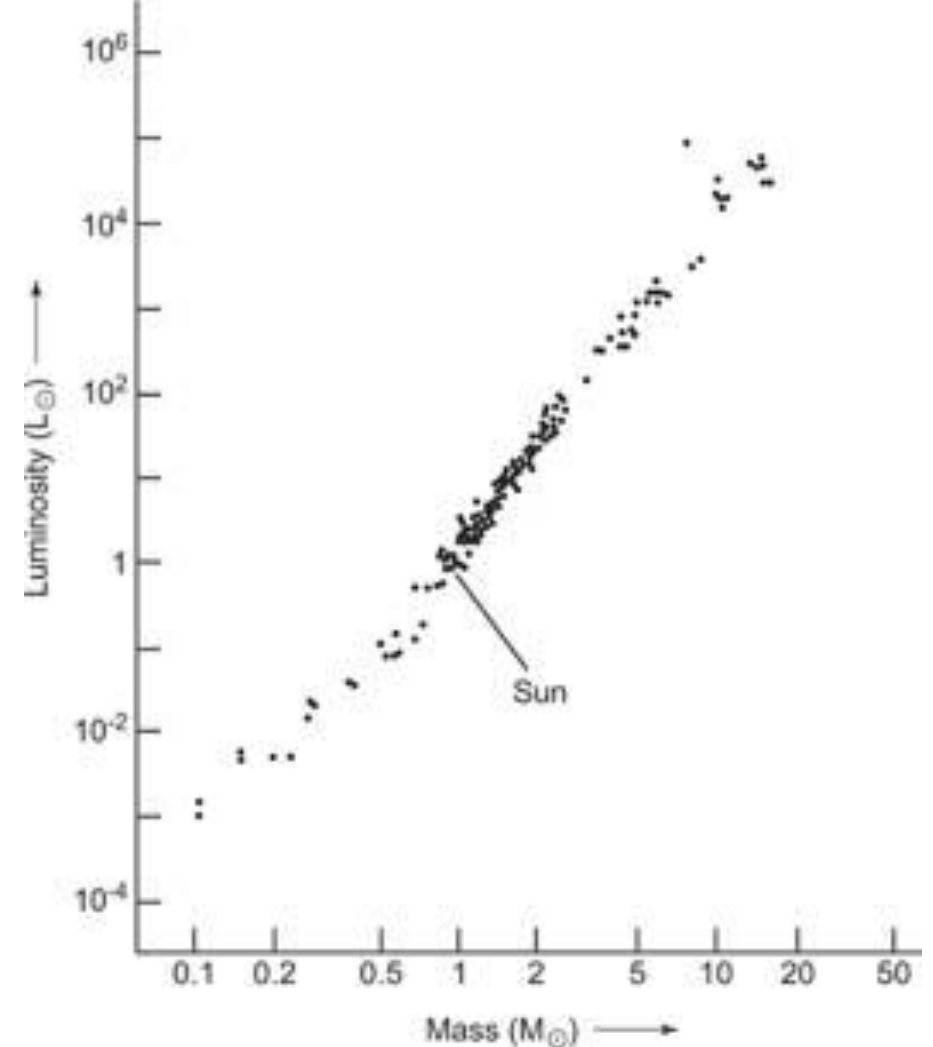
Επίσης, από το ν. Stefan Boltzmann

$$L \propto R^2 T^4 \xrightarrow{(6)} L \propto R^2 (MR^{-1})^4 = M^4 R^{-2} \quad (8)$$

Από (7) και (8) προκύπτει ότι $R^{-(3+\beta)} M^{\beta+2} \propto M^4 R^{-2} \Rightarrow R \propto M^{(\beta-2)/(\beta+1)}$ (9)

Αντικαθιστώντας πίσω στην (7) ή στην (8) παίρνουμε ότι

$$L \propto M^{(2\beta+8)/(\beta+1)} \quad (10)$$



Για $\beta=4$ (για το pp cycle),

η σχέση (10) δίνει $L \propto M^{3.2}$

Παρατηρησιακά δεδομένα δίνουν περίπου $L \propto M^{3.5}$

Από την εξ. (9) $R \propto M^{(\beta-2)/(\beta+1)}$ και την εξ. (6) $T = MR^{-1}$ προκύπτει ότι:

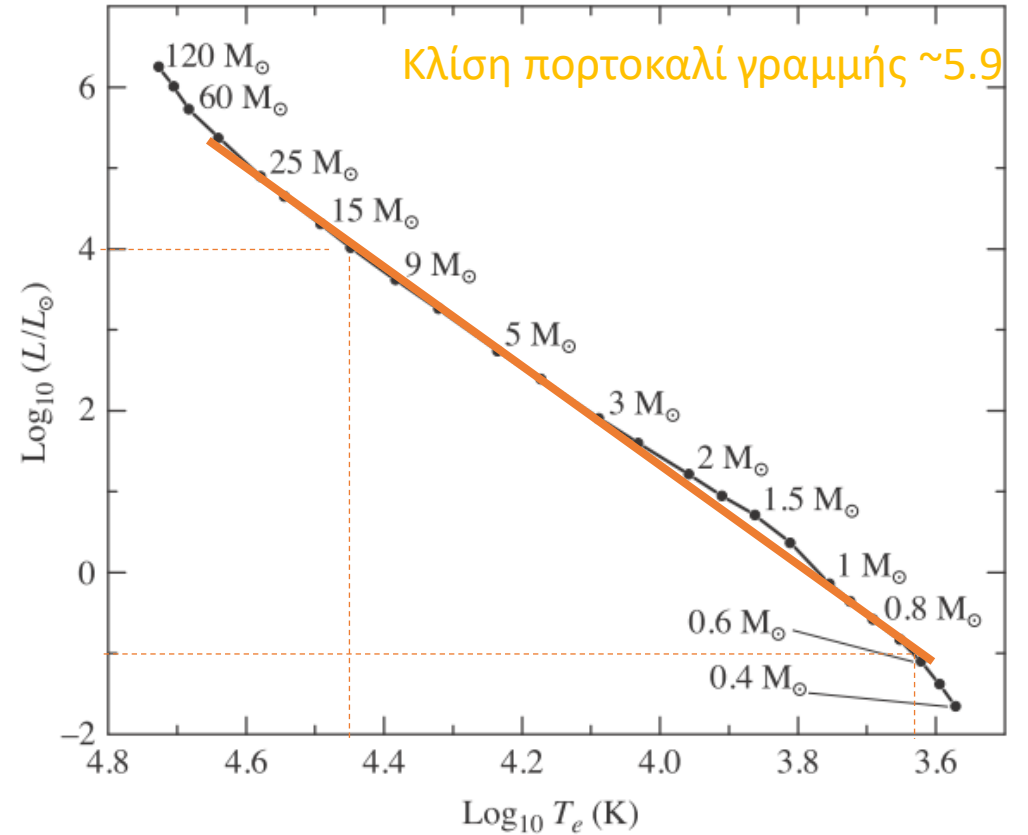
$$T \propto M^{3/(\beta+1)} \Rightarrow M \propto T^{(\beta+1)/3} \quad (11)$$

Αντικαθιστώντας την (11) στη (10) $L \propto M^{(2\beta+8)/(\beta+1)}$,

$$\text{και τη σχέση (9)} \quad L \propto T^{(2\beta+8)/3} \quad (12)$$

$$\text{Για } \beta=4, \text{ προκύπτει } L \propto T^{5.3} \quad (13)$$

Όπως φαίνεται στο παράπλευρο σχήμα, τα η σχέση αυτή περιγράφει αρκετά καλά τα δεδομένα από 0.8 μέχρι περίπου 15 ηλιακές μάζες



Σχήμα 7.13

Οι θέσεις των αστρικών μοντέλων σε ένα θεωρητικό διάγραμμα H-R. Τα μοντέλα υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις αστρικής δομής και τις καταστατικές εξισώσεις. (Δεδομένα από το Schaller κ.ά., *Astron. Astrophys. Suppl.*, 96, 269, 1992, και το Charbonnel κ.ά., *Astron. Astrophys. Suppl.*, 135, 405, 1999).

Χρόνος ζωής αστέρων διαφορετικής μάζας στη κύρια ακολουθία:

$$t_{KA} \sim \frac{E}{L} \propto \frac{M}{\frac{2\beta+8}{M^{\beta+1}}} = M^{-(\beta+7)/(\beta+1)} \text{ και για } \beta=4,$$

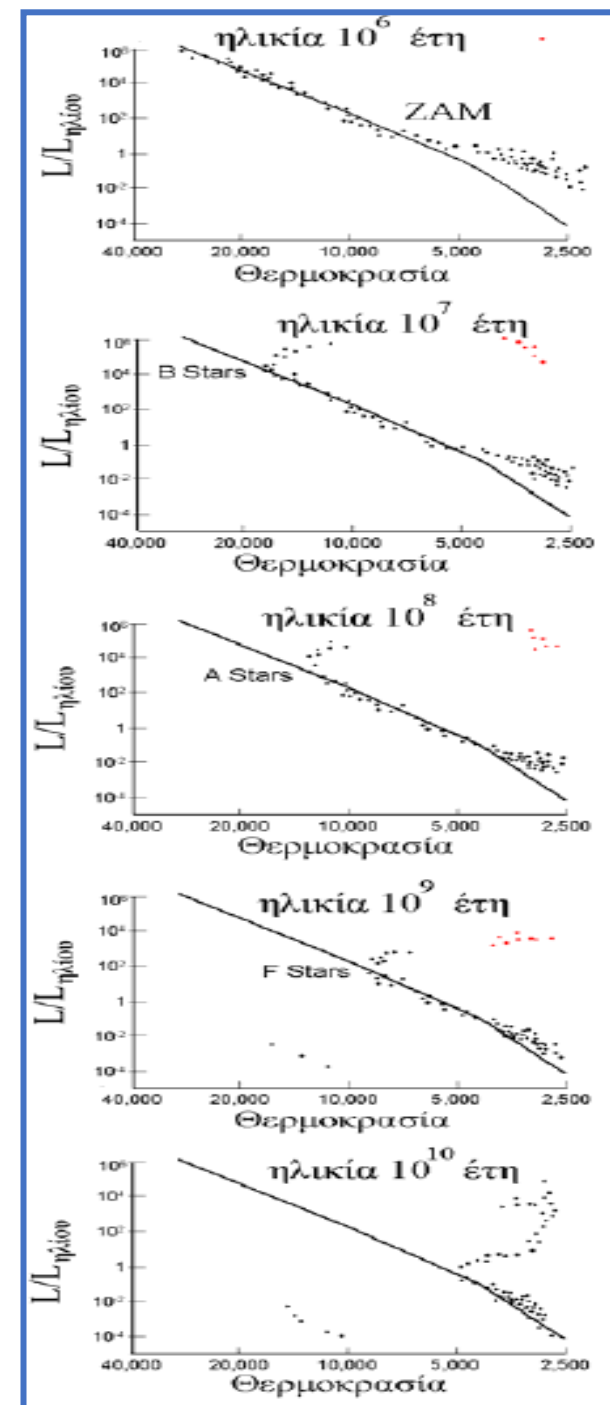
$$t_{KA} \sim M^{-2.2}$$

Πιο λεπτομερείς υπολογισμοί δίνουν $t_{KA} \sim M^{-3}$

Αυτή η ιδιότητα σημαίνει ότι τα μεγαλύτερης μάζας άστρα παραμένουν για πολύ λιγότερο χρόνο στη ΚΑ.

Π.χ. ένα άστρο 10 ηλιακών μαζών θα παραμείνει στη ΚΑ περίπου 10^3 φορές λιγότερο από τον ήλιο. Ένα άστρο 100 ηλιακών μαζών, 10^6 φορές λιγότερο.

Αυτό μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε για τη χρονολόγηση «απλών πληθυσμών» → αστρικών σμηνών (βλ. εργαστήρια εισαγωγής στην Αστροφυσική και παράπλευρο σχήμα).



Εξέλιξη της αστρικής δομής στην ΚΑ

Εισαγωγή

- Η εξέλιξη πριν από τη ΚΑ χαρακτηρίζεται από δύο βασικές χρονικές κλίμακες, όπως είδαμε, το free-fall timescale αρχικά (για τη κατάρρευση του μοριακού νέφους) και τον Kelvin-Helmholtz timescale (pre-main sequence stars).
- Στη ΚΑ, η χαρακτηριστική χρονική κλίμακα είναι η πυρηνική (nuclear reaction timescales).
- Οι περισσότεροι αστέρες βρίσκονται στη ΚΑ, γιατί η φάση απαιτεί πολύ μεγαλύτερο χρόνο από τις μεταγενέστερες φάσεις.
- Σημ. όπως θα δούμε και αργότερα, όταν ένα άστρο «αλλάζει» πυρηνικό καύσιμο, η βαρύτητα παίζει καθοριστικό ρόλο και η χρονική κλίμακα ΚΗ γίνεται πάλι σημαντική.

➤ Καθώς «καίγεται» το H σε He, το μέσο μοριακό βάρος, μ , στον πυρήνα του άστρου αυξάνεται (θυμηθείτε ότι αν έχουμε μόνο H, το μ είναι $1/2$, ενώ αν έχουμε μόνο He το μ γίνεται $4/3$ (για πλήρως ιονισμένο ήλιο)).

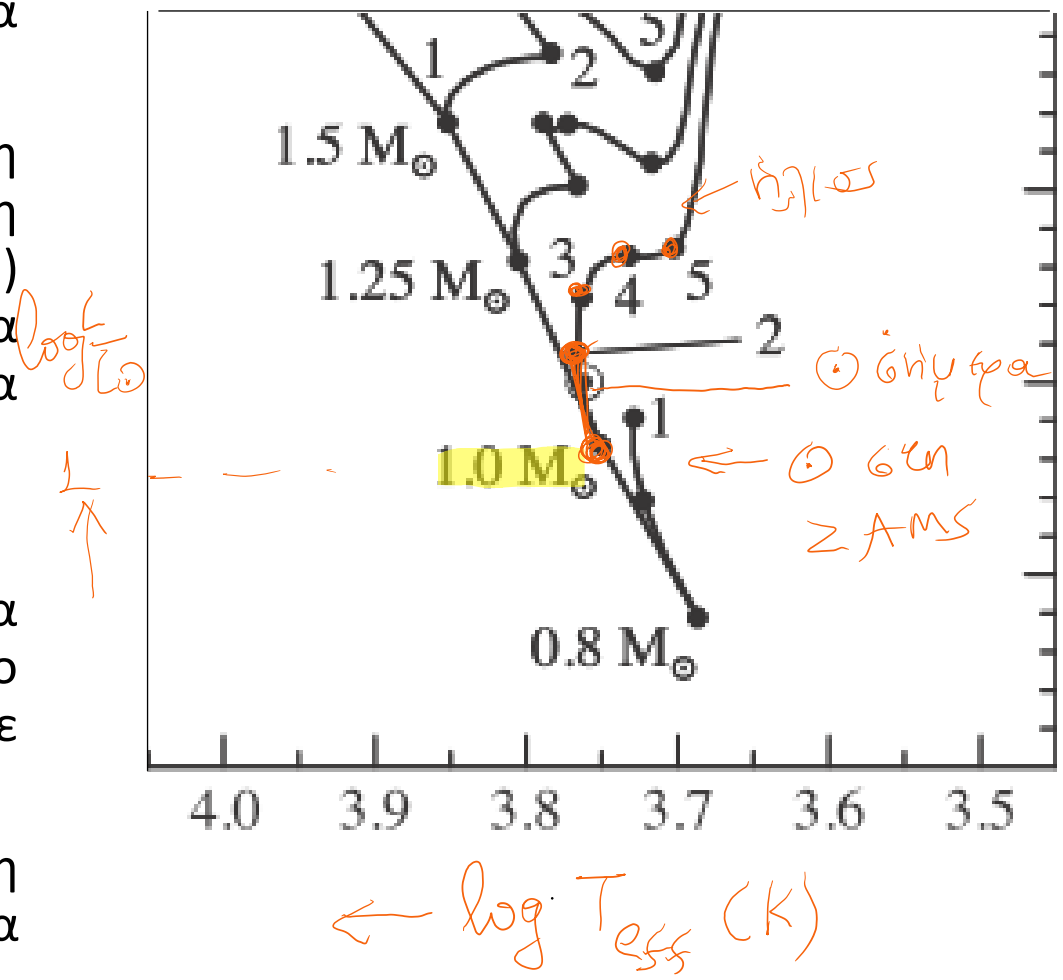
➤ Εφόσον λοιπόν δεν υπάρχει αλλαγή στη πυκνότητα και τη θερμοκρασία στον πυρήνα, τότε από τη καταστατική εξίσωση περιμένουμε ότι η πίεση αερίου θα μειωθεί ($P = \rho kT / \mu m_H$) δηλ. θα πάψει να υπάρχει υδροστατική ισορροπία στον πυρήνα (δηλ. η πίεση δεν θα αρκεί για να συγκρατήσει τα υπερκείμενα του πυρήνα αστρικά στρώματα).

Οπότε ο πυρήνας θα συμπιεστεί και η πυκνότητα θα αυξηθεί.

➤ Η βαρυτική δυναμική ενέργεια που απελευθερώνεται σύμφωνα με το θεώρημα virial, κατά το ήμισυ ακτινοβολείται και κατά το ήμισυ αυξάνει τη θερμική (εσωτερική) ενέργεια, οπότε αυξάνεται η θερμοκρασία.

➤ Ως συνέπεια της αύξησης της θερμοκρασίας, θα αυξηθεί η πίεση, οπότε θα ισορροπήσει πάλι ο πυρήνας, αλλά η πυκνότητα και η θερμοκρασία στον πυρήνα έχουν αυξηθεί.

➤ Η παραγόμενη από τις πυρηνικές αντιδράσεις ισχύς ανά μονάδα μάζας θα αυξηθεί επίσης. Οπότε θα αυξηθεί (αργά) η λαμπρότητα. Παράλληλα αυξάνεται και η ακτίνα και η ενεργός θερμοκρασία του αστέρα (τουλάχιστον ενός αστέρα ~ήλιο).



Η κύρια ακολουθία έχει πεπερασμένο πάχος.

X_{16} : $\frac{\text{μάζα σε } ^{16}\text{O}}{\text{συνολική μάζα}}$

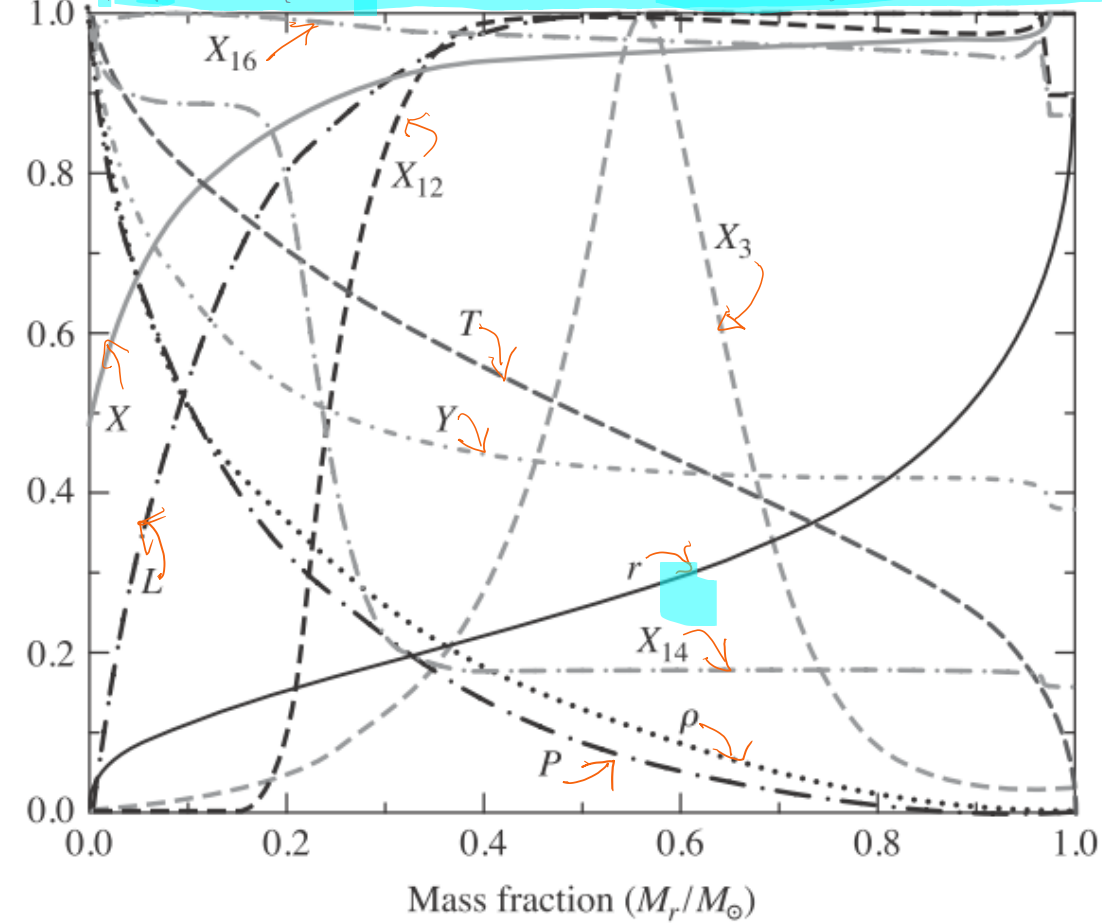
X_{12} : $\frac{\text{μάζα } ^{12}\text{C}}{\text{συνολική μάζα}}$

X_{14} : $\frac{\text{μάζα } ^{14}\text{N}}{\text{συνολική μάζα}}$

X : $\frac{\text{μάζα H}}{\text{συνολική μάζα}}$

Y : $\frac{\text{μάζα He}}{\text{συνολική μάζα}}$

ΑΠΟ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 1 ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 2



Παρατηρείστε την μείωση του H στον πυρήνα ($X \downarrow$) και την αύξηση του He σε σχέση με την σύρση του υδρογόνου (εξασφίδια κερώνια) ($M_r/M_\odot \gtrsim 0,5$)

Σχήμα 9.2

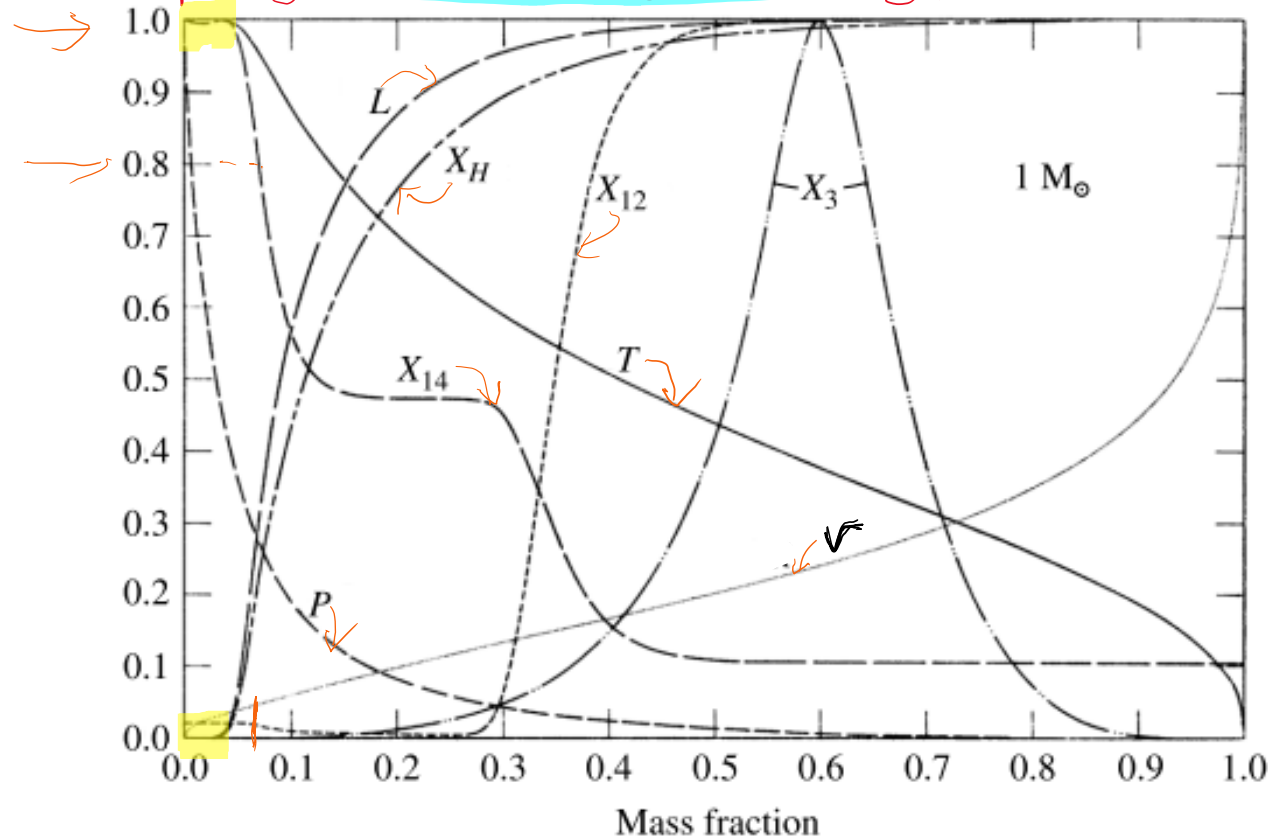
X_3 : $\frac{\text{μάζα } ^3\text{He}}{\text{συνολική μάζα}}$ Κλάσμα μάζας. Η εσωτερική δομή του Ήλιου σήμερα (ένα άστρο με $1 M_\odot$), 4.57 Gyr έπειτα από την είσοδό του στην ΚΑΜΗ. Το μοντέλο βρίσκεται μεταξύ των σημείων 1 και 2 του Σχ. 9.1. Οι μέγιστες τιμές των τεταγμένων των παραμέτρων είναι $r = 1.0 R_\odot$, $L = 1.0 L_\odot$, $T = 15.69 \times 10^6 \text{ K}$, $\rho = 1.527 \times 10^5 \text{ kg m}^{-3}$, $P = 2.342 \times 10^{16} \text{ N m}^{-2}$, $X = 0.73925$, $Y = 0.64046$, $X_3 = 3.19 \times 10^{-3}$, $X_{12} = 3.21 \times 10^{-3}$, $X_{14} = 5.45 \times 10^{-3}$ και $X_{16} = 9.08 \times 10^{-3}$. (Δεδομένα από το Bahcall, Pinsonneault και Basu, *Ap. J.*, 555, 990, 2001)

από Carroll & Ostlie

$19.1 \times 10^6 \text{ K}$

$15.7 \times 10^6 \text{ K}$

ΑΠΟ ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 2 ΣΤΟ ΣΗΜΕΙΟ 3



Δείξε ότι στον πυρήνα ($\frac{M_r}{M} \lesssim 0,03$) έχει συγκέντρωση υδρογόνου (X_H) και η λειτουργία είναι βλάστηση (εξοξείωση πυρήνας)

Σχήμα 9.3

Κλάσμα μάζας. Η εσωτερική δομή ενός άστρου $1 M_\odot$ κοντά στο σημείο 3 του Σχ. 9.1, όπως περιγράφεται από τους πρωτοποριακούς υπολογισμούς του Icko Iben. Αν και οι συγκεκριμένες τιμές ποσοτήτων στα σύγχρονα μοντέλα διαφέρουν κάπως από αυτές που δίνονται εδώ, ακόμα και τα πιο εξελιγμένα μοντέλα δεν διαφέρουν ποιοτικά σε σημαντικό βαθμό από αυτούς τους υπολογισμούς. Οι μέγιστες τιμές των τεταγμένων για τις παραμέτρους του μοντέλου του Iben είναι $R = 1.2681 R_\odot$, $P = 1.3146 \times 10^{17} \text{ N m}^{-2}$, $T = 19.097 \times 10^6 \text{ K}$, $L = 2.1283 L_\odot$, $X_H = 0.708$, $X_3 = 5.15 \times 10^{-3}$, $X_{12} = 3.61 \times 10^{-3}$ και $X_{14} = 1.15 \times 10^{-2}$. Η ακτίνα του άστρου είναι $1.3526 R_\odot$. (Σχήμα προσαρμοσμένο από το Iben, *Ap. J.*, 147, 624, 1967)*.

Δείξε την αύξηση της θερμοκρασίας από τον πυρήνα προς τα έξω - από Cammell - Ostlie

Στη προηγούμενη διαφάνεια βλέπουμε ότι στο στάδιο 3, στον πυρήνα ενός αστέρα σαν τον ήλιο, το υδρογόνο έχει εξαντληθεί, οπότε και η παραγωγή ενέργειας μέσω της αλυσίδας pp και του κύκλου CNO σταματάει.

Η θερμοκρασία είναι αρκετά χαμηλότερη από τη θερμοκρασία που απαιτείται για την έναρξη της καύσης του He στον πυρήνα. Στον πυρήνα, λοιπόν, $L_r = 0$. Από την εξίσωση $\frac{dT}{dr} = -\frac{3\bar{\kappa}}{4ac} \frac{\rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2}$, προκύπτει στον πυρήνα $\frac{dT}{dr} = 0$, άρα η θερμοκρασία στον πυρήνα είναι σταθερή, δηλ. ο πυρήνας είναι ισόθερμος.

Για να μπορεί ένας ισόθερμος πυρήνας να υποστηρίξει τα υπερκείμενα στρώματα και να παραμείνει σε υδροστατική ισορροπία, $P = \rho kT / \mu m_H$, εφόσον η θερμοκρασία είναι σταθερή και το μ είναι σταθερό (δεν αλλάζει η σύνθεση του πυρήνα αν δεν ξεκινήσουν τα επόμενα στάδια σύντηξης) ο μόνος τρόπος είναι να αυξηθεί η πυκνότητα στον πυρήνα ($\frac{dP}{dr} = -\frac{GM_r \rho}{r^2}$).

Ισόθερμος πυρήνας – όριο Schönberg-Chandrasekhar

Όμως (δείτε σχήμα στη προηγούμενη διαφάνεια) η θερμοκρασία είναι αρκετά ψηλή και υπάρχει διαθέσιμο υδρογόνο έξω από τον πυρήνα σε ένα **φλοιό**, ώστε να μπορεί να γίνει σύντηξη υδρογόνου σε αυτό τον φλοιό.

Για ένα άστρο μίας ηλιακής μάζας περίπου, σε αυτή τη φάση η φωτεινότητα που οφείλεται στο φλοιό, υπερβαίνει τη φωτεινότητα που οφειλόταν στον πυρήνα πάνω στη ΚΑ.

Δεν φτάνει όμως όλη η παραγόμενη ισχύς στην επιφάνεια. Ένα μέρος της προκαλεί μικρή **διαστολή του εξωτερικού περιβλήματος** (envelope) του αστέρα, οπότε η **ενεργός θερμοκρασία μειώνεται**. Έτσι, το σημείο 3 είναι προς τα δεξιά (μικρότερη θερμοκρασία) και προς τα πάνω (μεγαλύτερη φωτεινότητα) στο HRD.

Η «στάχτη» (He) από τη «καύση» του H στο φλοιό προστίθεται στον πυρήνα He, ο οποίος μεγαλώνει σε μάζα και ακτίνα. Το άστρο κρυώνει λίγο ακόμα.

Αυτή η φάση σταματά όταν ο ισόθερμος πυρήνας ηλίου δεν μπορεί πλέον να υποστηρίξει την υπερκείμενη ύλη. Το μέγιστο ποσοστό της αστρικής μάζας που μπορεί να περιέχεται στον πυρήνα ηλίου ώστε υπάρχει ισορροπία καθορίζεται από το λεγόμενο **όριο Schönberg-Chandrasekhar (SC)**:

$$\left(\frac{M_{ic}}{M}\right)_{SC} \simeq 0.37 \left(\frac{\mu_{env}}{\mu_{ic}}\right)^2$$

ic: isothermal core – ισόθερμος πυρήνας
env: envelope – περίβλημα
μ: μέσο μοριακό βάρος

Απόδειξη στο επόμενο μάθημα