ΡΕΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Άσκηση 1α

Για να μπορεί να επιπλέει θα πρέπει το βάρος του να είναι ίσο με την Άνωση

$$W = B = \rho_{υγρ}\, g\, V_{βυθ}.$$

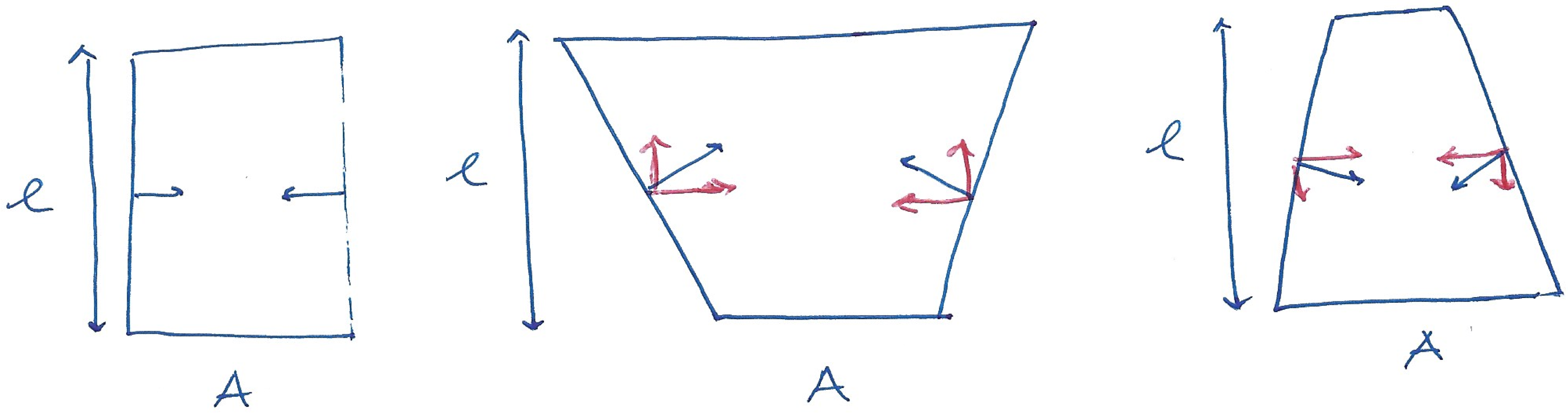
Όμως η πυκνότητα του ποταμού $\rho_{ποτ}$ είναι μικρότερη από την πυκνότητα της θάλασσας

$$\rho_{ποτ} < \rho_{θαλ} \Rightarrow B_{ποτ} < B_{θαλ}.$$

Άρα για να εξισορροπηθεί το βάρος W θα πρέπει να βυθιστεί περισσότερος όγκος

Άσκηση 1γ - ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΑΡΑΔΟΞΟ

Ποιο δέχεται μεγαλύτερη δύναμη στην βάση?



Η πίεση είναι δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας $P = \frac{F}{A}$

$\Rightarrow F = P \cdot A.$

Το εμβαδόν της βάσης, A, είναι το ίδιο

Η πίεση δίνεται από την αρχή του Pascal: $P = P_0 + \rho g h$

Τα δοχεία περιέχουν το ίδιο υγρό, άρα η πυκνότητα, ρ, είναι ίδια

Άρα στη βάση $h = l$, και η πίεση P θα είναι ίδια

Επομένως $F_1 = F_2 = F_3 = F$

Η δύναμη είναι ίδια, παρόλο που η μάζα (δηλ. βάρος) είναι διαφορετική

ΑΣΚΗΣΗ 2

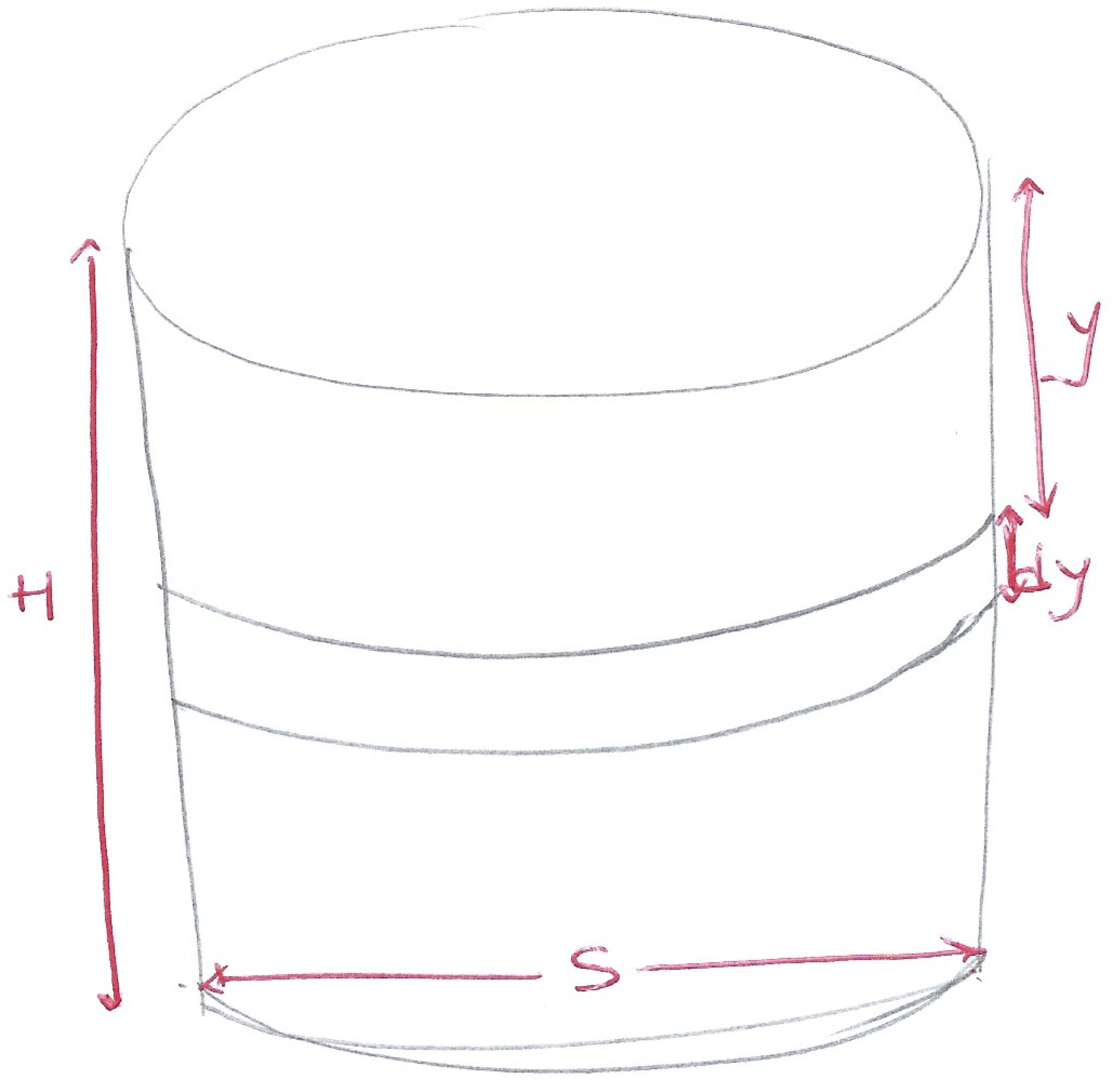
$H = 27{,}4\,m$

$\delta = 27{,}4\,m$

$\rho = 1600\ kg/m^3$

$g = 9.8\ m/s^2$

$F = ?$



Η πιεση καθως παμε απο πάνω προς τα κατω αυξάνεται

$$P = \rho_{μελ}\, g\, y$$

Περνω ενα δακτυλιο σε βαθος y με παχος dy οπου θεωρω οτι η πιεση P ειναι σταθερη

Το εμβαδον αυτης της επιφανειας ειναι

$$dA = S\,dy = 2\pi R \cdot dy = \delta \pi\, dy$$

Η δυναμη που δέχεται ο δακτύλιος ειναι

$$dF = P\,dA \Rightarrow dF = \rho_{μελ}\, g\, y\, \delta \pi\, dy \Rightarrow$$

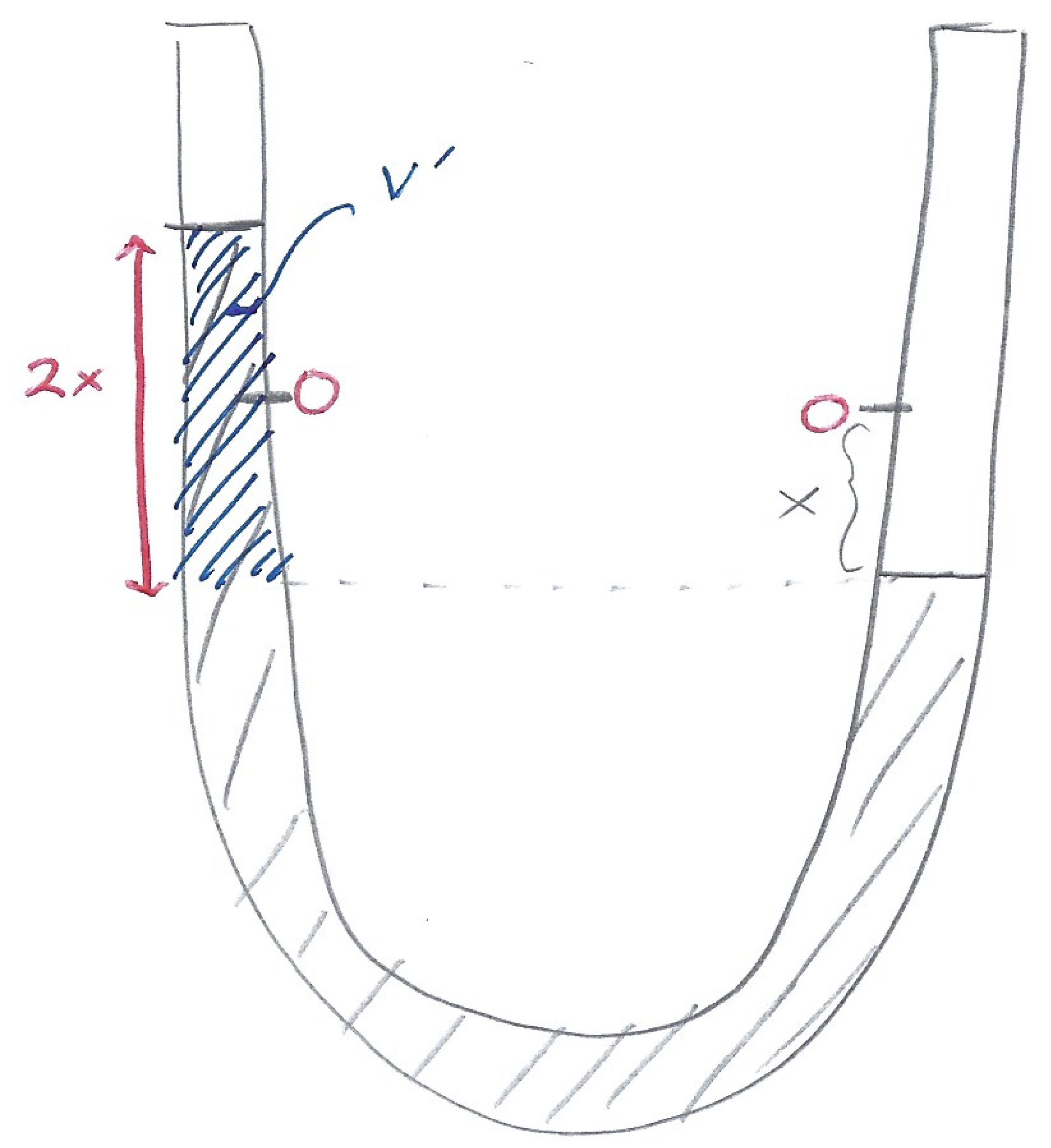
$$\Rightarrow dF = \rho_{μελ}\, g\, \delta \pi\, y\, dy$$

Συνολική δυναμη F.

$$F = \int_0^F dF \Rightarrow F = \int_0^H \rho_{μελ}\, g\, \delta \pi\, y\, dy \Rightarrow F = \rho_{μελ}\, g\, \delta \pi \int_0^H y\, dy \Rightarrow$$

$$F = \rho_{μελ}\, g\, \pi\, \delta\, \frac{H^2}{2} \Rightarrow F = \rho_{μελ}\, g\, \pi\, \frac{H^3}{2} \Rightarrow F = 5.07 \cdot 10^8\, N$$

ΑΣΚΗΣΗ 3



⇒ Το υγρο δεν βρισκεται σε ισορροπία

⇓

Υπαρχει δυναμη επαναφορας

Ο ογκος της διαφορας του ρευστου

$V' = S \cdot 2x$

και η αντιστοιχη μαζα $m' = \rho V'$

Το βαρος $W' = m'g \Rightarrow W' = \rho V' g \Rightarrow$

$W' = \rho S 2x g \quad (1)$

Αυτη ειναι η δυναμη επαναφορας $-F$

$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$, ολο το ρευστο βρισκεται σε κίνηση

m = μαζα ολικη $= \rho V_{ol} = \rho S L$ $\Bigg\} \Rightarrow$

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = \rho S L \frac{d^2x}{dt^2} \quad \cancel{m \frac{d^2x}{dt^2}} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \cancel{\rho}\,\cancel{S}\, 2x g = \cancel{\rho}\,\cancel{S} L \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{2gx}{L} = 0$$

Η επιταχυνση ειναι αναλογη της ταχυτητας ⇒ ΑΑΤ

$$\left.\begin{array}{l} \omega^2 = \frac{2g}{L} \\ T = \frac{2\pi}{\omega} \end{array}\right\} T = 2\pi\sqrt{L/2g} \Rightarrow \boxed{T = \pi\sqrt{2L/g}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

$\alpha = 3,5\ cm$

$\rho_\nu = 1000\ kg/m^3$

$\rho_\pi = 920\ kg/m^3$

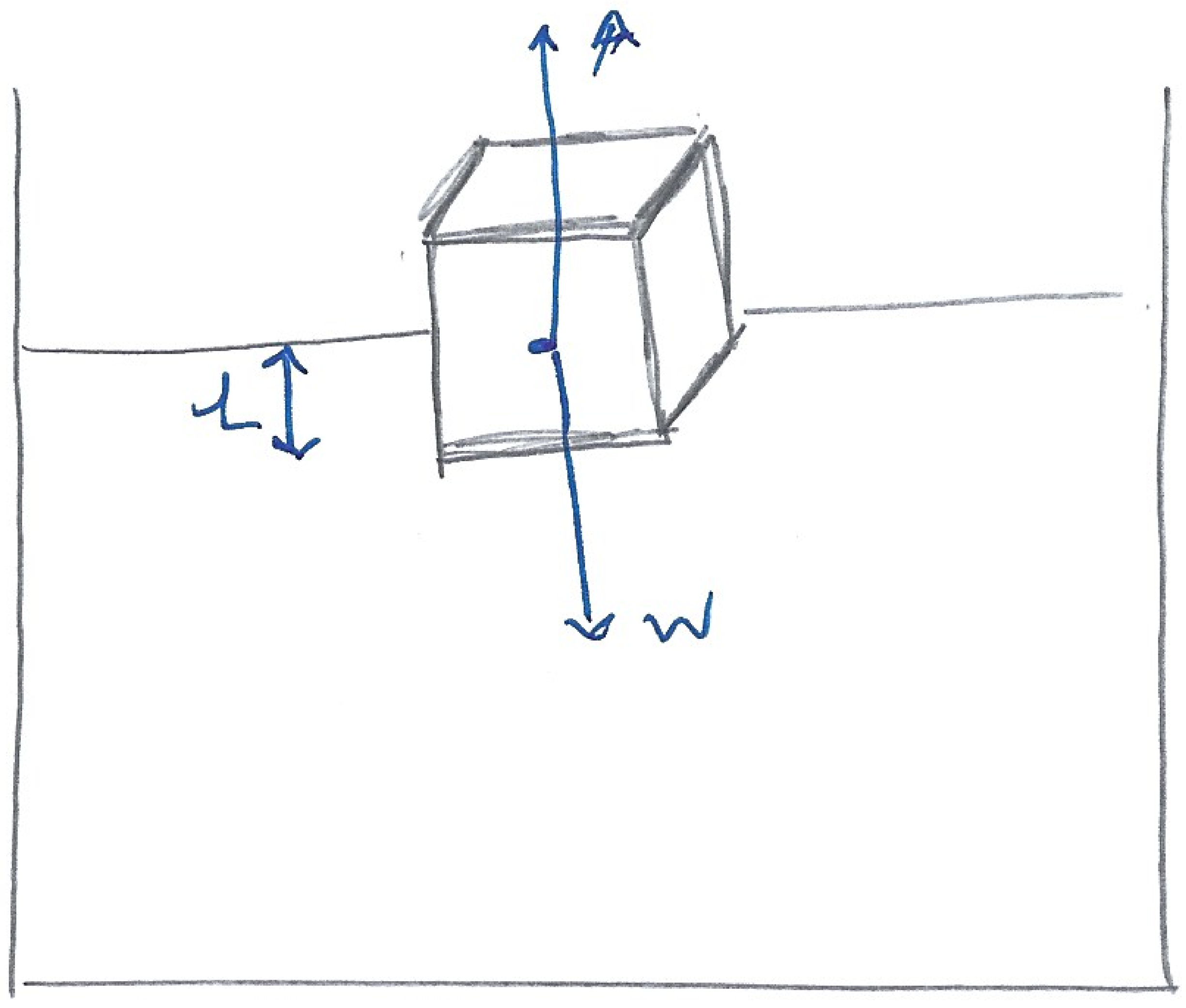
$g = 9,8\ m/s^2$

$\ell = ?$

ΑΑΤ ?

$y = y_0 \cos(\omega t + \varphi)$

$T = ?$



Οι δυνάμεις που ασκούνται είναι το Βάρος $\vec{W}$ κι' η άνωση $\vec{A}$

(α) Σε ισορροπία $W = A \Rightarrow m g = \rho_\nu\, g\, V_{βυθ}$.

ρ του ρευστού

V του βυθισμένου

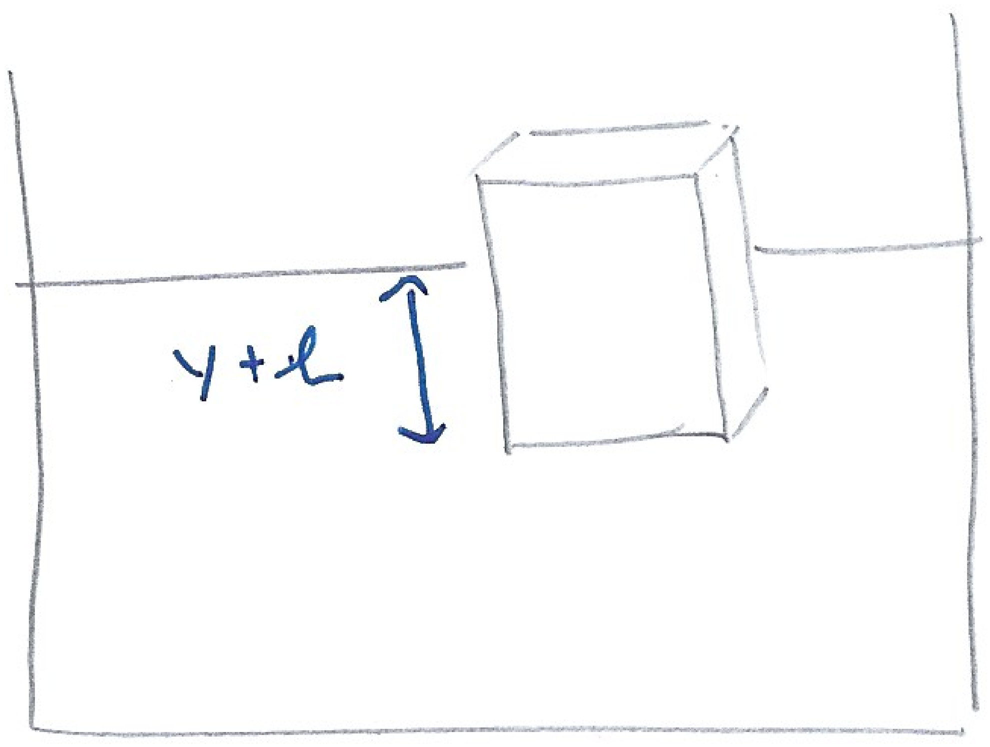
$\Rightarrow \rho_\pi V_{ολ}\, g = \rho_\nu\, g\, V_{βυθ} \Rightarrow \rho_\pi \alpha^3 g = \rho_\nu\, g\, \alpha^2 \ell \Rightarrow \ell = \frac{\rho_\pi}{\rho_\nu}\alpha \Rightarrow$

$\Rightarrow \ell = 3,22\ cm$

(β) Βύθιση κατά y

⇓

όχι σε ισορροπία



$B' - W = m\alpha \Rightarrow \rho_\pi \alpha^3 g - \rho_\nu V'_{βυθ}\, g = m\alpha \Rightarrow$

$\rho_\pi \alpha^3 g - \rho_\nu \alpha^2 (\ell + y) g = \rho_\pi \alpha^3 \frac{d^2y}{dt^2} \Rightarrow$

$\cancel{\rho_\pi \alpha^3 g} - \cancel{\rho_\nu \alpha^2 g \ell} - \rho_\nu \cancel{\alpha^2} y g = \rho_\pi \cancel{\alpha^3} \frac{d^2y}{dt^2} \Rightarrow$

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\rho_\nu}{\rho_\pi}\frac{g}{\alpha}\, y}$$

ΑΑΤ με

$\omega^2 = \frac{\rho_\nu}{\rho_\pi}\frac{g}{\alpha}$

(γ) $$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d}{dt}\left(-y_o\omega \sin(\omega t+\varphi)\right) \Rightarrow$$

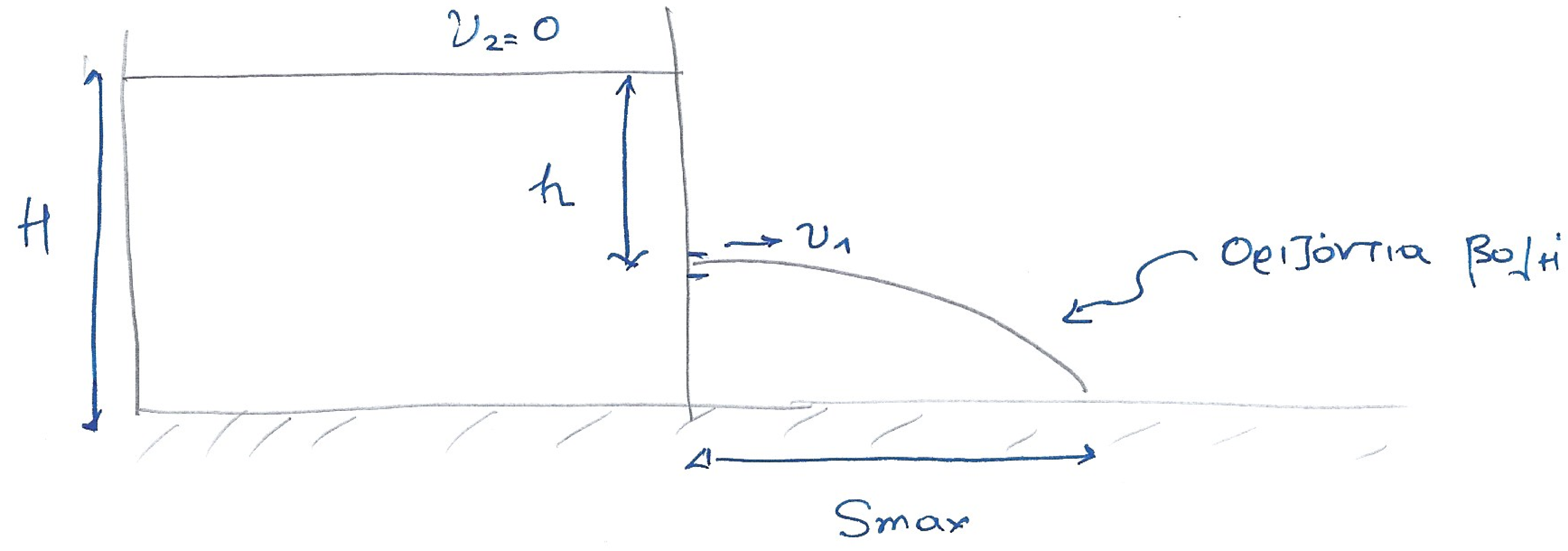
$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{d}{dt}\left(y_o\omega \sin(\omega t+\varphi)\right) \Rightarrow$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -y_o\omega^2 \cos(\omega t+\varphi) \Rightarrow \frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2 y$$

Επαληθεύεται εάν $\omega^2 = \frac{\rho_v}{\rho_\pi}\frac{g}{a}$

(δ) $$\left.\begin{array}{l}\omega = \sqrt{\dfrac{\rho_v g}{\rho_\pi a}} \\ T = \dfrac{2\pi}{\omega}\end{array}\right\} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{\rho_\pi a}{\rho_v g}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\ell/g} \Rightarrow \underline{\underline{T=0,36s}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 7



(α) Απο το νόμο τη συνεχειας $A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1$

Επειδή $A_1 << A_2 \Rightarrow v_2 \simeq 0$

Εφαρμόζω το νόμο Bernoulli στα σημεια 1 κ' 2

$$P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_0 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2$$

στατική πίεση + Δυναμική πίεση + Υψομετρική πίεση = Σταθερό

$$P_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + 0 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho 0^2 + \rho g h$$

επιπεδο μηδενικης ενεργειας το 1

Γιατί ερχεται σε επαφή με την ατμοσφαιρα

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\rho v_1^2 = \rho g h \Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{2gh}}$$

(β) Πόσο είναι το Βάθος h ώστε το βεληνεκές να είναι max

Επειδή πρόκειται για βολή, στον οριζόντιο άξονα δεν έχω επιτάχυνση και $S = v_1 t$

Στο κατακόρυφο άξονα δεν έχω αρχική ταχύτητα $y = \frac{1}{2} g t^2$

$$S = v_1 \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow S = \sqrt{2gh}\sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow S = \sqrt{\frac{4ghy}{g}} \Rightarrow$$

$$S = 2\sqrt{hy} \Rightarrow S = 2\sqrt{h(H-h)}$$

$$S = S_{max} : \frac{dS}{dh} = 0 \Rightarrow 2\left(\frac{1}{2\sqrt{h(H-h)}}\right)(H-2h) = 0$$

$$\Rightarrow h = \frac{H}{2}$$

και $S_{max} = 2\sqrt{\frac{H}{2}\left(H - \frac{H}{2}\right)} \Rightarrow S_{max} = H$