**Ταλαντώσεις**

1. Σε απλό αρμονικό ταλαντωτή μάζας m και σταθεράς της δύναμης k η απομάκρυνση ως συνάρτηση του χρόνου δίνεται από την έκφραση :

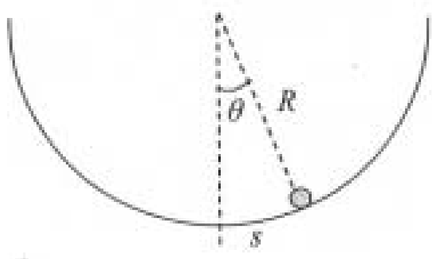
$$x= A \sin(\omega t + \varphi) \qquad (1)$$

(α) Υπολογίστε την ταχύτητα και επιτάχυνση ως συναρτήσεις του χρόνου.
(β) Βρέστε την έκφραση της δυναμικής, κινητικής και ολικής μηχανικής ενέργειας ως συναρτήσεις του χρόνου.
(γ) Γράψτε την διαφορική εξίσωση κίνησης για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή και αποδείξτε ότι η (1) είναι λύση της.
(δ) Πώς συσχετίζεται η ω με τις ποσότητες m και k; Ποια η περίοδος ταλάντωσης;
(ε) Να βρεθεί η μεταβολή της περιόδου, όταν διπλασιαστεί το πλάτος ταλάντωσης Α.

2. **α)** Αποδείξτε ότι η ροπή αδράνειας μιας λεπτής ομογενούς ράβδου μήκους L και μάζας M ως προς άξονα δια του κέντρου της και κάθετο προς αυτή είναι $I = ML^2/12$. **β)** Η ανωτέρω ράβδος στερεώνεται ώστε να περιστρέφεται γύρω από ένα οριζόντιο άξονα, κάθετο προς τη ράβδο σε απόσταση d από το κέντρο μάζας. Να ευρεθεί η περίοδος για ταλαντώσεις μικρού πλάτους. **γ)** Να ευρεθεί η απόσταση d, ώστε η περίοδος να είναι ελάχιστη. Δίνεται ότι $T = 2\pi\sqrt{\frac{I_d}{Mgd}}$ .

3.1) Σε απλό εκκρεμές αλλάζουμε τη μάζα του βαριδιού στο μισό της αρχικής τιμής. Η νέα συχνότητα ταλάντωσης θα είναι σε σχέση με την αρχική (α) η μισή. (β) η διπλάσια (γ) η ίδια. (δ) η αρχική πολλαπλασιασμένη επί $\sqrt{2}$ . (ε) η αρχική διαιρεμένη δια $\sqrt{2}$ . (στ) Τίποτε από τα ανωτέρω. Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
3.2) Ποιες αλλαγές θα μπορούσατε να κάνετε στην απλή αρμονική κίνηση ώστε να διπλασιαστεί η μέγιστη ταχύτητα;
3.3) Υποθέστε ότι διαθέτουμε ένα σώμα άγνωστης μάζας και ένα ελατήριο άγνωστης σταθεράς. Εξηγείστε πώς μπορούμε να βρούμε την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος, μετρώντας απλά την επιμήκυνση του ελατηρίου όταν το σώμα αναρτηθεί από αυτό.

4. Σώμα μάζας 50g βρίσκεται στον πυθμένα σφαιρικής λεκάνης ακτίνας *R*=20cm και μπορεί να ολισθαίνει στο εσωτερικό της χωρίς τριβές. Το σώμα απομακρύνεται από τον πυθμένα σε μια θέση που σχηματίζει γωνία $\theta_0$ ως προς την κατακόρυφη που συνδέει το κέντρο της λεκάνης με τον πυθμένα της. Το σώμα ελευθερώνεται τη χρονική στιγμή *t*=0. (α) Δείξτε ότι θα εκτελεί απλή αρμονική κίνηση, με την προϋπόθεση ότι η γωνία $\theta_0$ είναι μικρή. (β) Υπολογίστε την περίοδο της κίνησης. Δίδεται ότι $g$=9.80m/s$^2$ και ότι για μικρές γωνίες $\sin\theta \approx \theta$ .

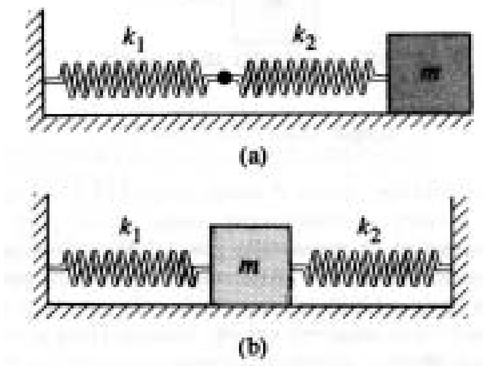


5. Σώμα μάζας $m_1$ είναι συνδεδεμένο με οριζόντιο ελατήριο, το οποίο έχει σταθερά k και κινείται χωρίς τριβές σε οριζόντιο επίπεδο με απλή αρμονική κίνηση πλάτους A. (α) Γράψτε την διαφορική εξίσωση της κίνησης και επαληθεύσατε ότι δέχεται λύση της μορφής: $x(t)=A\sin(\omega t)$. Ποια είναι η τιμή της ω και ποια η περίοδος ταλάντωσης;
Τη στιγμή που το σώμα περνά από τη θέση ισορροπίας, ρίχνουμε από πολύ μικρό ύψος ένα κομμάτι στόκο με μάζα $m_2$ που κολλάει πάνω στο σώμα. (β) να βρείτε τη νέα περίοδο και το νέο πλάτος ταλαντώσεων. (γ) Χάθηκε μηχανική ενέργεια; Αν ναι, τι απέγινε; Να υπολογίσετε το λόγο της τελικής προς την αρχική μηχανική ενέργεια.

6. Σε μια αποσβενόμενη ταλάντωση σώματος μάζας *m* και σταθεράς *k*, η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη με την ταχύτητα, δηλαδή $\vec{R} = -b\vec{u}$, όπου *b* ο συντελεστής απόσβεσης. Για ποια τιμή της γωνιακής συχνότητας ταλάντωσης *ω* η έκφραση $x(t) = Ae^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \phi)$ είναι λύση της διαφορικής εξίσωσης κίνησης; Ποια είναι τότε η ανώτερη τιμή του συντελεστή απόσβεσης *b*;

7. Σώμα μάζας *m* κινείται χωρίς τριβή σε οριζόντιο επίπεδο συνδεδεμένο σε σύστημα δύο ελατηρίων όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Εάν το σώμα μετατοπισθεί λίγο από τη θέση ισορροπίας και αφεθεί ελεύθερο, να δειχθεί ότι εκτελεί αρμονική κίνηση με περίοδο $T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1+k_2)}{k_1k_2}}$ για την περίπτωση συνδεσμολογίας (α)

Και $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1+k_2}}$ για την περίπτωση συνδεσμολογίας (β)




8. Συμπαγής και ομογενής κύλινδρος με μάζα M και ακτίνα R ισορροπεί πάνω στην οριζόντια επιφάνεια τραπεζιού. Ένα ελατήριο με σταθερά k έχει το ένα άκρο του συνδεδεμένο με ένα στήριγμα δεξιά, ενώ το άλλο άκρο του είναι συνδεδεμένο με τον κεντρικό άξονα του κυλίνδρου, γύρω από τον οποίο ο κύλινδρος μπορεί να περιστρέφεται. Ο κύλινδρος μετακινείται προς τα αριστερά σε απόσταση x , με αποτέλεσμα να επιμηκυνθεί το ελατήριο και αφήνεται ελεύθερος να κυλά χωρίς να ολισθαίνει. Να δείξετε ότι το κέντρο μάζας του κυλίνδρου εκτελεί απλή αρμονική κίνηση και να υπολογίσετε την περίοδο συναρτήσει της μάζας M και της σταθεράς k.