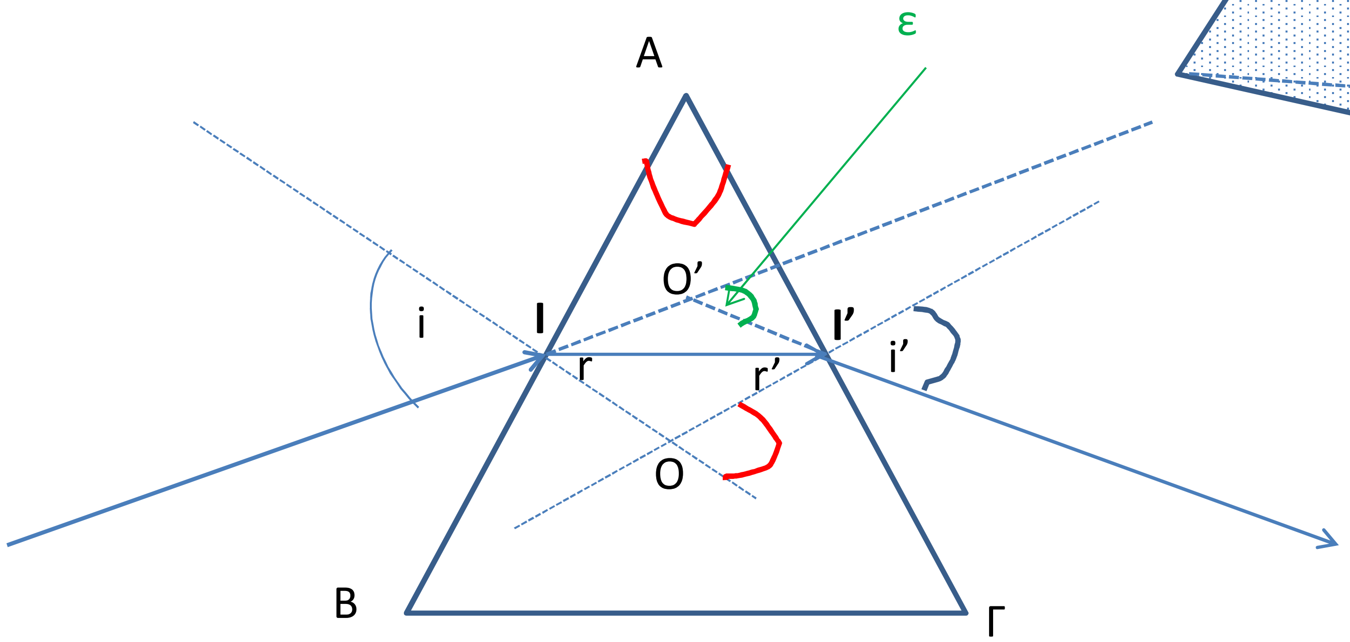
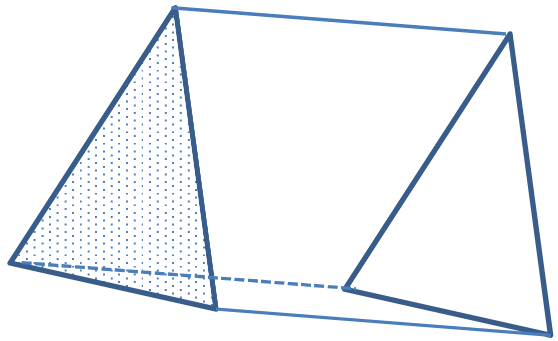
Πρίσματα





<u>Γωνία εκτροπής μονοχρωματικής ακτίνας μέσω πρίσματος ισοσκελούς διατομής</u>

Έστω A η θλαστική γωνία του πρίσματος.

$$\left.\begin{aligned} &I: 1 \sin(i)=n \sin(r) \\ &I': n \sin(r')= 1 \sin(i') \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Από το τρίγωνο OII': A=r+r' (2)

Από το τρίγωνο O'II', η γωνία εκτροπής ε είναι: ε=(i-r)+(i'-r') = (i+i')-(r+r')→ ε= (i+i')-A (3)

Οξέα πρίσματα:

Από την (1):

$$\begin{cases} i = nr \\ i' = nr' \end{cases}$$

Οπότε η (3) γίνεται: $\Rightarrow \varepsilon = n(r + r') - A = nA - A = (n-1)A$

$$\varepsilon = (n-1)A \qquad (4)$$

Η γωνία εκτροπής για οξέα πρίσματα είναι ανεξάρτητη της γωνίας πρόσπτωσης.

Γωνία ελάχιστης εκτροπής:

Άραγε υπάρχει μία χαρακτηριστική διαδρομή για την οποία η γωνία εκτροπής να είναι ελάχιστη;
Εάν υπάρχει τότε θα πρέπει *dε/di=0*

$$(3) \Rightarrow \frac{d\varepsilon}{di} = 1 + \frac{di'}{di} = 0 \Rightarrow \frac{di'}{di} = -1 \qquad (5)$$

Με διαφόριση των σχέσεων (1) έχουμε:

$$\cos i\, di = n \cos r\, dr$$

$$\cos i'\, di' = n \cos r'\, dr'$$

Επιπλέον από την (2) με διαφόριση έχουμε: $dr = dr'$

Οπότε:

$$\frac{di'}{di} = -\frac{\cos i \cos r'}{\cos i' \cos r} \qquad (6)$$

Επειδή οι γωνίες i, r, i’,r’ είναι οξείες και επιπλέον ικανοποιούν υις συμμετρικές σχέσεις (1), οι εξισώσεις (5) & (6) μπορούν ταυτόχρονα να ικανοποιηθούν μόνον όταν

$$i = i' \quad \& \quad r = r' \qquad (7)$$

Τότε $\varepsilon = \varepsilon_{min}$

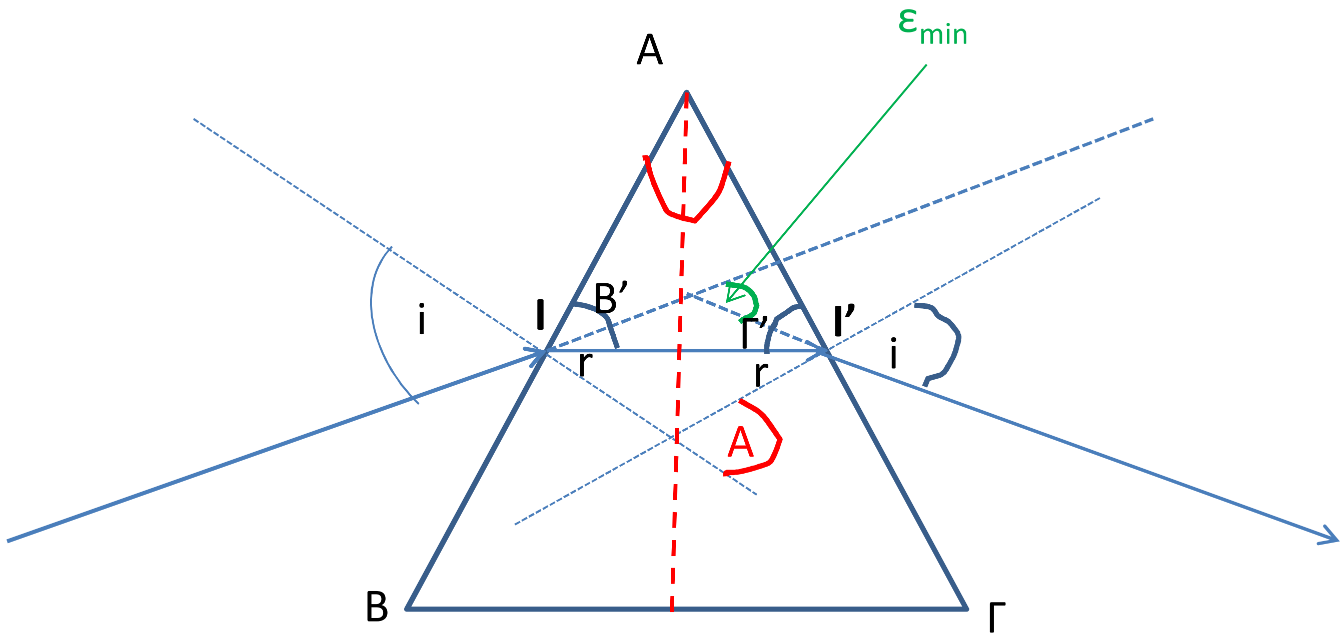
Λόγω των (3) & (7): $\varepsilon_{min} = 2i - A$, απ’ όπου $i = (\varepsilon_{min} + A)/2$

Λόγω των (2) & (7): $A=2r$, απ’ όπου $r = A/2$ (8)

Από τις (1) & (8) προκύπτει:

$$n = \frac{\sin\frac{\varepsilon_{min} + A}{2}}{\sin\frac{A}{2}} \qquad (9)$$

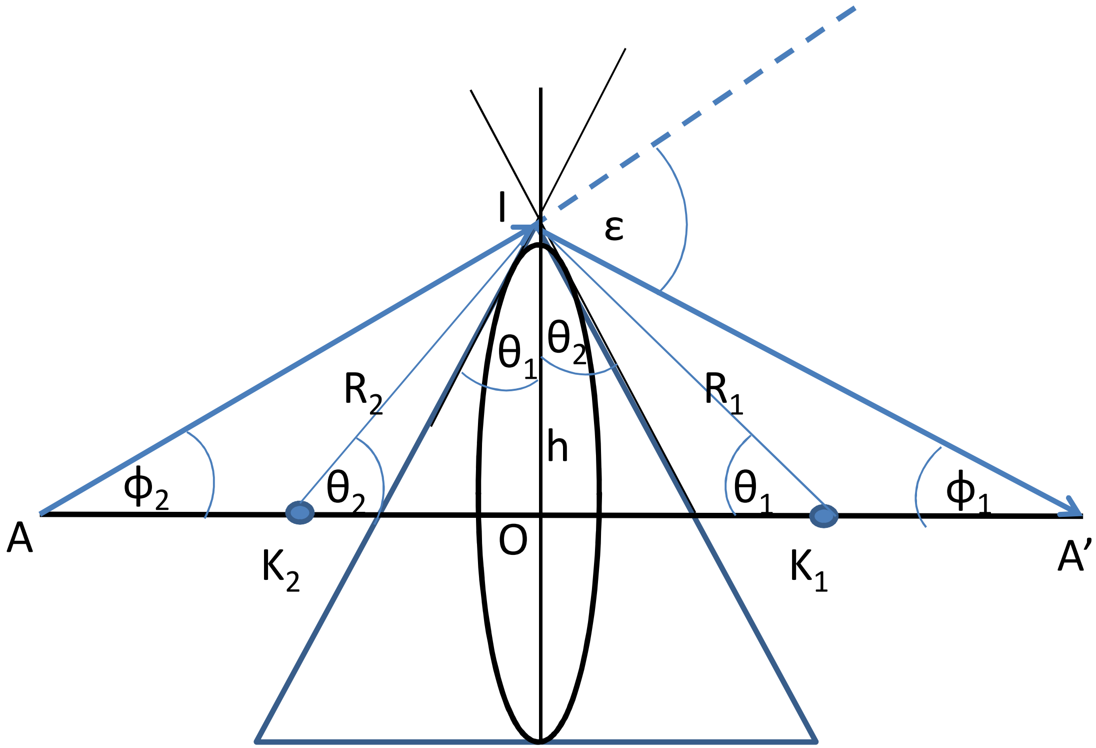
Στην περίπτωση που η ακτίνα εκτρέπεται με την γωνία ελαχίστης εκτροπής emin η διαδρομή της ακτίνας είναι συμμετρική αναφορικά με τις 2 επιφάνειες του πρίσματος.



B'+r=90° & Γ'+r=90° → B'=Γ'

Τα ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ & ΑΙΙ' είναι όμοια, συνεπώς, Β=Β' & Γ=Γ'
Άρα η Β'Γ' είναι παράλληλη της ΒΓ, δηλαδή η ακτίνα κατά την διαδρομή της στο πρίσμα είναι παράλληλη προς την βάση.

Άσκηση 1η : Απόδειξη του τύπου των κατασκευαστών των φακών.



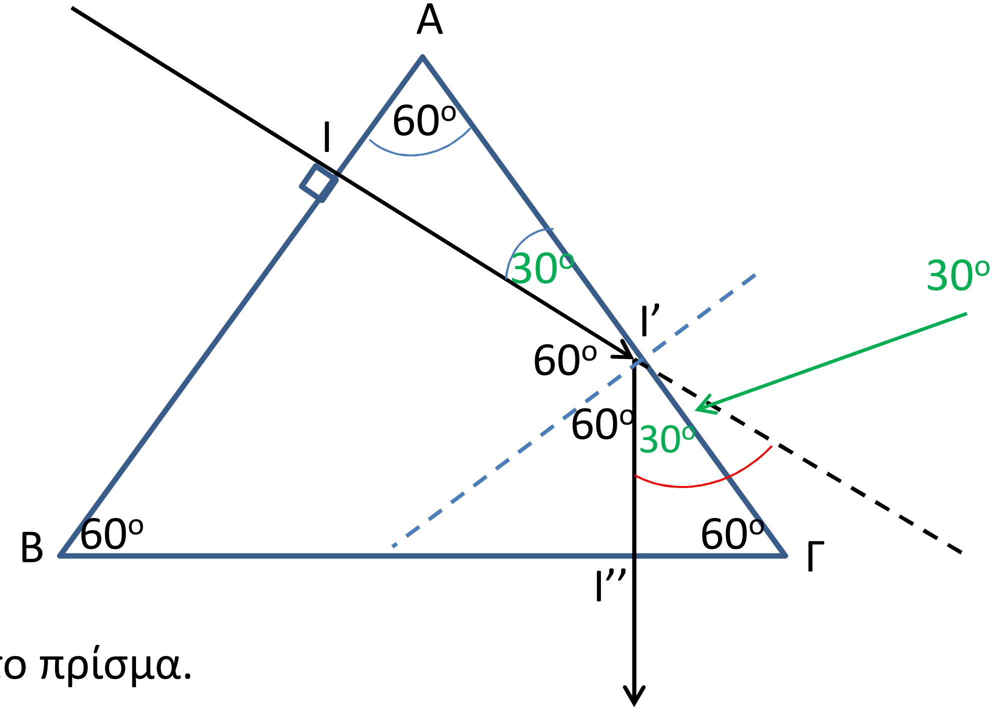
Από την γεωμετρία: *$A=\vartheta_1+\vartheta_2$* & *$\varepsilon=\varphi_1+\varphi_2$*
Από την φυσική του πρίσματος: $\varepsilon=(n-1)A$

$\Longrightarrow$ $\varphi_1+\varphi_2=(n-1)(\vartheta_1+\vartheta_2)$

$$h/p + h/q = (n-1)(h/R_1 + h/R_2)$$

$$1/p + 1/q = (n-1)(1/R_1 + 1/R_2)$$ ο.ε.δ.

Άσκηση 2η : Επί πρίσματος με κύρια τομή ισόπλευρο τρίγωνο προσπίπτει ακτίνα φωτός κάθετη σε μία εκ' των εδρών του. Εάν $n=\sqrt{2}$ να χαραχθεί η πορεία της ακτίνας και να υπολογιστεί η ολική εκτροπή.



I: Η ακτίνα συνεχίζει χωρίς εκτροπή μέσα στο πρίσμα.

I': Η ακτίνα προσπίπτει υπό γωνία 60° .

Η ορική γωνία $i_{o\rho}$ του υλικού του πρίσματος προκύπτει από τον τύπο:

$$n\sin(i_{o\rho}) = 1\sin(90^o)$$

Οπότε, $$\sin(i_{o\rho}) = \frac{1}{n} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_{o\rho} = 45^o$$

Επειδή η γωνία πρόσπτωσης i είναι μεγαλύτερη της γωνίας $i_{o\rho}$ η ακτίνα ανακλάται στο σημείο I' υπό γωνία 60°. Από την γεωμετρία του σχήματος προκύπτει ότι η ακτίνα χτυπάει κάθετα στην πλευρά ΒΓ στο σημείο I''

I’’: Η ακτίνα εξέρχεται από το πρίσμα στο σημείο I’’ δίχως εκτροπή.

Η γωνία εκτροπής ε είναι $180^o - 60^o - 60^o$, δηλαδή $ε = 60^o$