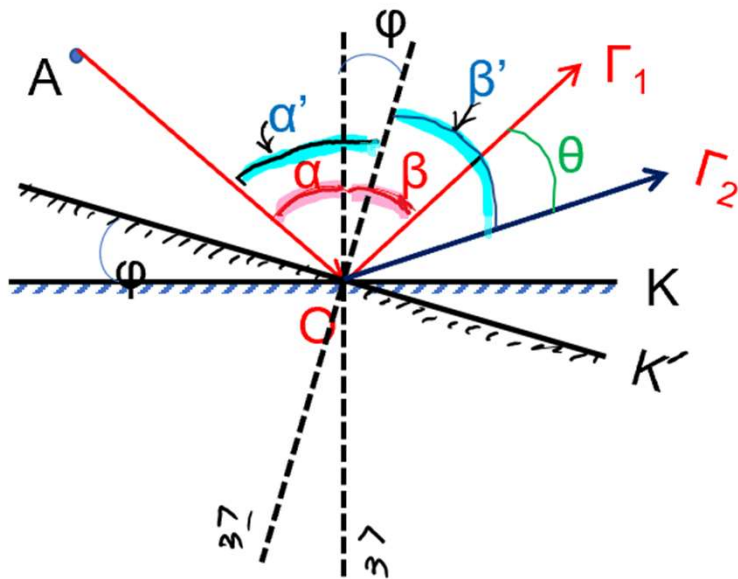


Ασκήσεις στη Γεωμετρική Οπτική

Είδωλα από ανάκλαση και διάθλαση
Κάτοπτρα, δίοπτρα, λεπτοί φακοί

Άσκηση 1 (επίπεδα κάτοπτρα)

Όταν επίπεδο κάτοπτρο στραφεί κατά γωνία φ περί άξονα κάθετο στο επίπεδό του τότε η ανακλώμενη ακτίνα στρέφεται κατά γωνία 2φ



Λύση:

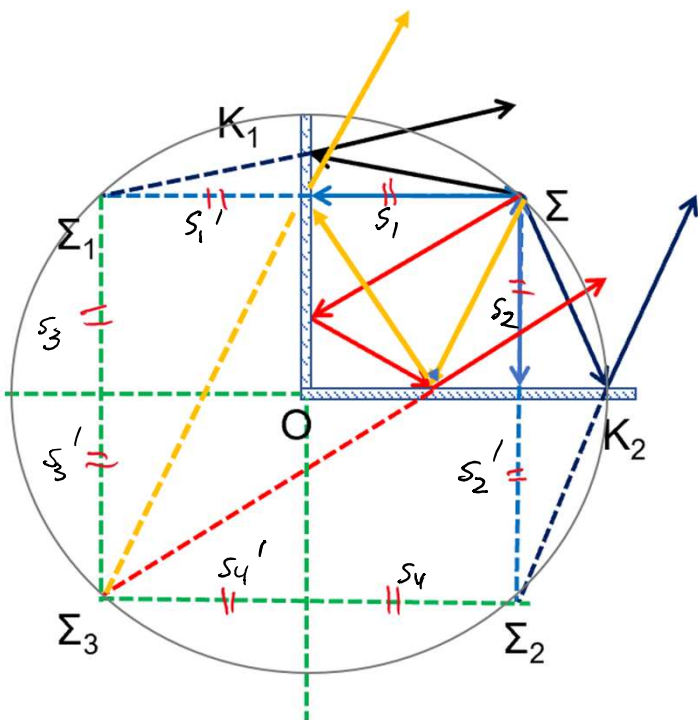
$$\theta = \beta' - (\beta - \varphi) = \beta' - \beta + \varphi$$

Αλλά $\alpha' = \beta'$ και $\alpha = \beta$ (νόμος ανάκλασης)

→ $\theta = \alpha' - \alpha + \varphi = \varphi + \varphi = 2\varphi$

Άσκηση 2 (επίπεδα κάτοπτρα)

Έστω δύο κάθετα μεταξύ τους επίπεδα κάτοπτρα, όπως φαίνονται στο σχήμα (σε κάτοψη). Έστω φωτεινό σημείο Σ που ισαπέχει από τα δύο κάτοπτρα. Βρείτε τις θέσεις των δημιουργούμενων ειδώλων.



Σ_1 το είδωλο του Σ από το K_1 ($s_1=s_1'$)

Σ_2 το είδωλο του Σ από το K_2 ($s_2=s_2'$)

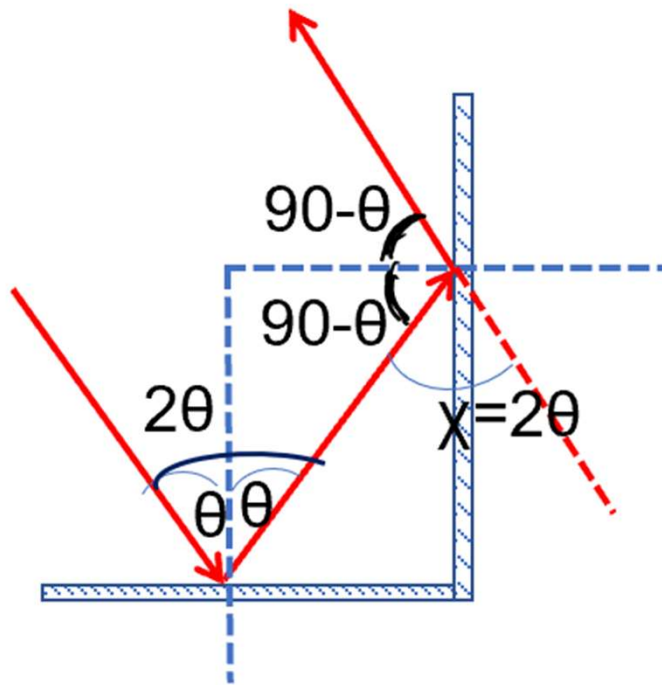
Σ_3 σχηματίζεται από ανάκλαση πρώτα στο K_1 και ακολούθως στο K_2 και αντίστροφα.

Διαφορετικά, μπορούμε να πούμε ότι το είδωλο Σ_1 αποτελεί το αντικείμενο για την ανάκλαση από το K_2 , με είδωλο το Σ_3 . Παρομοίως το Σ_3 είναι το είδωλο του Σ_2 , από ανάκλαση από το K_1 .

Διαπιστώστε ότι τα σημεία Σ , Σ_1 , Σ_2 & Σ_3 βρίσκονται στην περιφέρεια κύκλου ακτίνας $O\Sigma$.

Άσκηση 3 (επίπεδα κάτοπτρα)

Δείξτε ότι η ακτίνα προσπίπτουσα στο εσωτερικό συστήματος δύο καθέτων επιπέδων κατόπτρων με οποιαδήποτε γωνία εξέρχεται πάντα αντιπαράλληλα προς την αρχική.



Από το σχήμα φαίνεται ότι:

$$\chi = 180^\circ - 2(90^\circ - \theta) = 2\theta$$

Συνεπώς προσπίπτουσα και ανακλώμενη είναι αντιπαράλληλες.

Άσκηση 4 (σφαιρικά κάτοπτρα)

Ένα αντικείμενο ύψους 3cm τοποθετείται σε απόσταση 20cm μπροστά από (α) ένα κυρτό και (β) ένα κοίλο κάτοπτρο. Τα κάτοπτρα έχουν εστιακή απόσταση 10 cm. Βρείτε τη θέση και το είδος του ειδώλου σε κάθε περίπτωση. Κάντε διαγράμματα ακτινών.

Βασικοί τύποι για σφαιρικά κάτοπτρα

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} \quad \text{και} \quad m = -\frac{s'}{s}$$

$s' < 0$ όταν είναι πίσω από το κάτοπτρο (δηλ. στην αντίθετη πλευρά από το αντικείμενο)

Κοίλα κάτοπτρα: $R > 0, f > 0$

$$f = R/2$$

Κυρτά κάτοπτρα: $R < 0, f < 0$

Λύση:

(α) Κυρτό κάτοπτρο $f = -10\text{cm}$
 $s = 20\text{cm}$

$(R = -20\text{cm})$

$$\frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-10\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{20\text{cm}} - \frac{1}{10\text{cm}} \Rightarrow s' = -6.67\text{cm}$$

$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-6.67\text{cm}}{20\text{cm}} = +0.333 \text{ ορθο} \rightarrow \text{Ύψος ειδώλου } 0.333 \times 3\text{cm} \cong 1\text{cm}$$

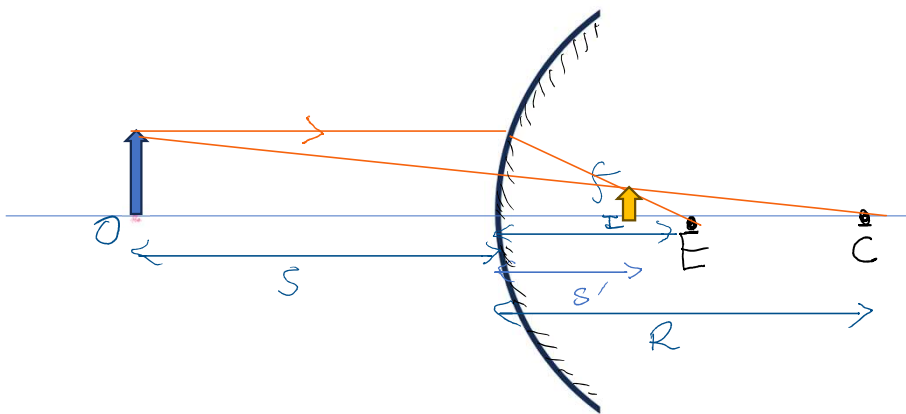
(β) Κοίλο κάτοπτρο $f = +10\text{cm}$
 $s = 20\text{cm}$

$(R = +20\text{cm})$

$$\frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{20\text{cm}} + \frac{1}{10} \Rightarrow s' = +20\text{cm}$$

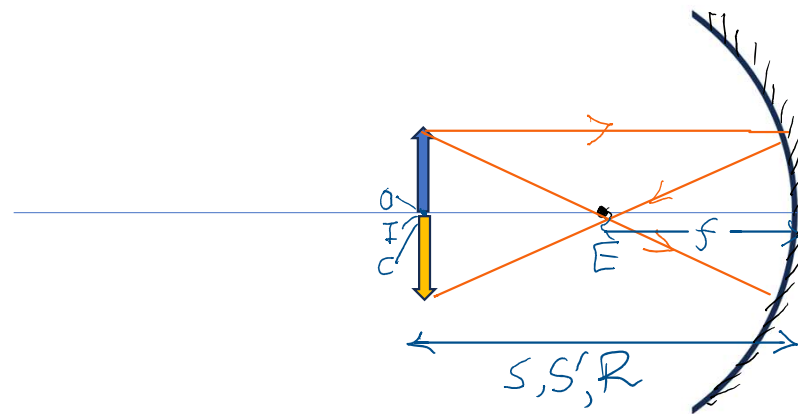
$$m = -\frac{s'}{s} = -\frac{20\text{cm}}{20\text{cm}} = -1 \text{ αντεστραμμενο} \rightarrow \text{Ύψος ειδώλου } 1 \times 3\text{cm} = 3\text{cm}$$

(α)



Είδωλο φανταστικό, ορθό και μικρότερου ύψους

(β) Παρατηρείστε ότι το αντικείμενο είναι πάνω στο κέντρο καμυλότητας του κατόπτρου



Είδωλο πραγματικό, αντεστραμμένο και ίσου ύψους

Άσκηση 5 επίπεδη διαθλαστική επιφάνεια)

Ένα σημειακό αντικείμενο είναι τοποθετημένο σε βάθος d μέσα σε ένα υγρό με δείκτη διάθλασης n . Ένας παρατηρητής, πάνω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, βλέπει το αντικείμενο υπό γωνία θ . Ποιο είναι το φαινόμενο βάθος του αντικειμένου, συναρτήσει της γωνίας θ και του δείκτη διάθλασης n ;

$$(A'B') = h$$

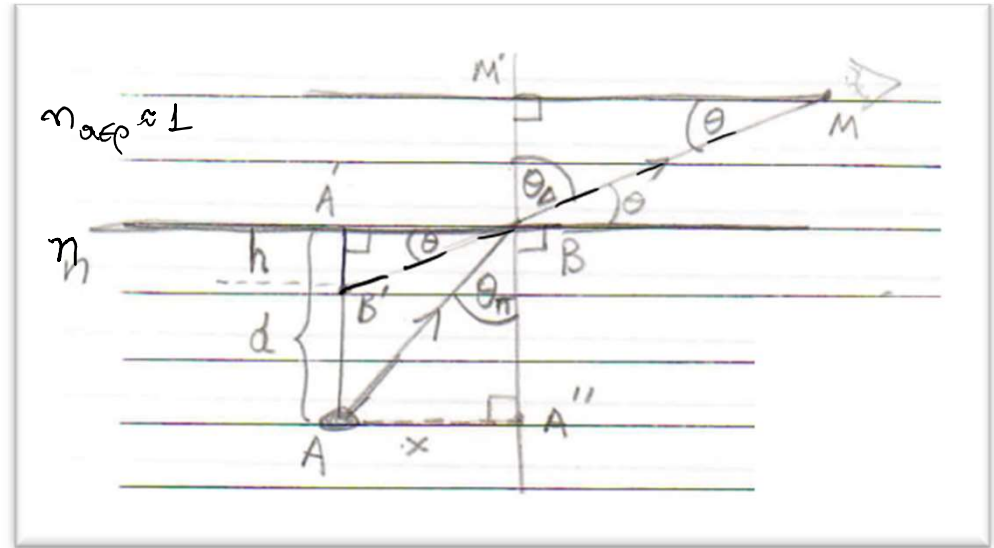
$$(AA'') = (A'B) = x$$

$$\tan \theta = \frac{h}{(A'B)} = \frac{h}{x} \quad (1)$$

$$\tan \theta_\pi = \frac{(AA'')}{(BA'')} = \frac{x}{d} \Rightarrow x = d \tan \theta_\pi \quad (2)$$

$$\theta_\Delta + \theta = 90^\circ \quad (3)$$

$$\text{Νόμος Snell } n \sin \theta_\pi = \sin \theta_\Delta \quad (4)$$



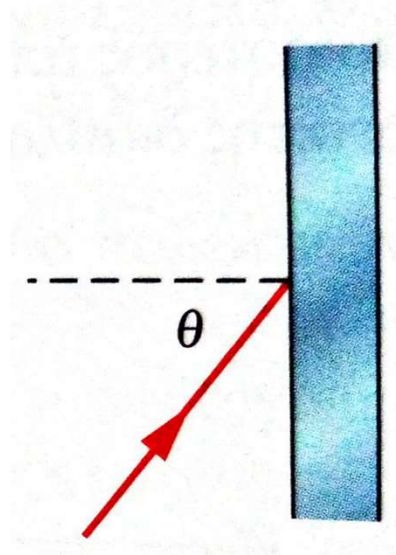
$$(1) \Rightarrow h = x \tan \theta \stackrel{(2)}{=} d \tan \theta_\pi \tan \theta \stackrel{(3)}{\Rightarrow} h = d \tan \theta_\pi \cot \theta_\Delta = d \frac{\sin \theta_\pi \cos \theta_\Delta}{\cos \theta_\pi \underbrace{\sin \theta_\Delta}_{n \sin \theta_\pi}} \stackrel{(4)}{=} d \cdot \frac{1 \cos \theta_\Delta}{n \cos \theta_\pi} \Rightarrow$$

$$h = \frac{d \cos \theta_\Delta}{n \sqrt{1 - \sin^2 \theta_\pi}} \stackrel{(3,4)}{=} \frac{d \cos(90 - \theta)}{n \sqrt{1 - \left(\frac{\sin \theta_\Delta}{n}\right)^2}} \stackrel{(3)}{=} \frac{d \sin \theta}{n \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \theta}{n^2}}}$$

Άσκηση 6 (Halliday ασκ. 33.51) Διάθλαση από παράλληλη πλάκα

Μια δέσμη λευκού φωτός προσπίπτει υπό γωνία 50° πάνω σε κοινό τζάμι, που έχει δείκτη διάθλασης για το ορατό φως που κυμαίνεται από 1.524 στο μπλε άκρο μέχρι 1.509 στο κόκκινο άκρο του ορατού φάσματος. Οι δυο όψεις του τζαμιού είναι παράλληλες. Πόσος είναι ο χρωματικός διαχωρισμός των χρωμάτων της δέσμης (α) όταν το φως εισέρχεται στο γυαλί και (β) όταν εξέρχεται από την απέναντι όψη.

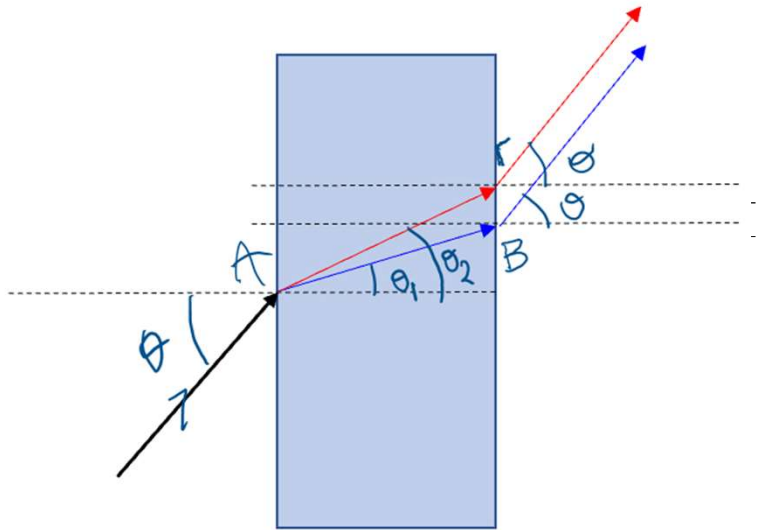
βλ. επίσης διαφάνεια 14
στο μάθημα 18 (2024)



Στο σημείο A συμβαίνει διάθλαση.

Γωνία πρόσπτωσης $\theta = 50^\circ$ για όλα τα μ.κ.

Επειδή ο δείκτης διάθλασης είναι διαφορετικός για διαφορετικά μήκη κύματος, συμβαίνει διασπορά μέσα στη γυάλινη πλάκα, δηλ. τα διαφορετικά χρώματα ακολουθούν λίγο διαφορετικές διευθύνσεις, που καθορίζονται από το νόμο του Snell.



Νόμος του Snell στο σημείο A για το μπλε:

$$n_{\text{αερ}} \sin \theta = n_{\text{γυαλί}}^{\text{μπλε}} \sin \theta_1 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{\sin 50^\circ}{1.524} \Rightarrow \theta_1 = 30.176^\circ$$

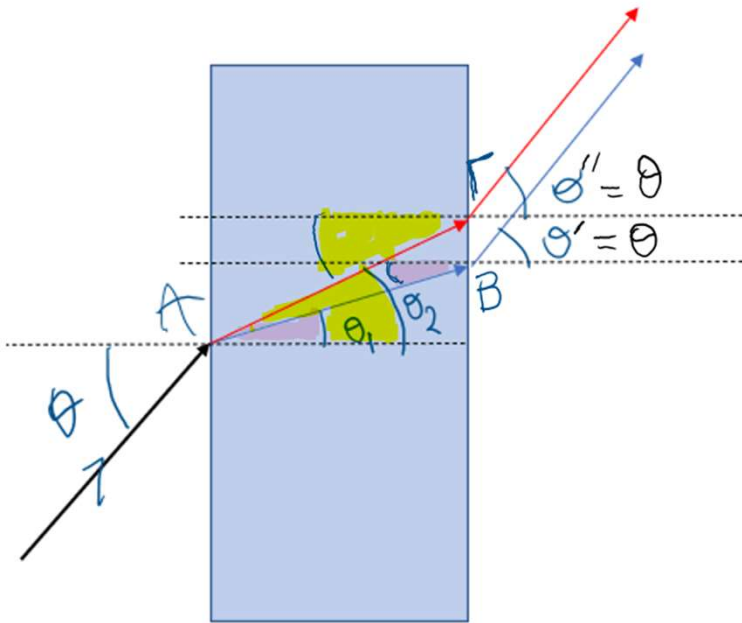
Νόμος του Snell στο σημείο A για το κόκκινο:

$$n_{\text{αερ}} \sin \theta = n_{\text{γυαλί}}^{\text{κόκκινο}} \sin \theta_2 \Rightarrow \sin \theta_2 = \frac{\sin 50^\circ}{1.509} \Rightarrow \theta_2 = 30.508^\circ$$

Άρα μέσα στο γυαλί $\Delta \theta = 30.508^\circ - 30.176^\circ = 0.332^\circ$

$$n_{\text{γυαλί}}^{\text{μπλε}} = 1.524,$$

$$n_{\text{γυαλί}}^{\text{κόκκινο}} = 1.509$$



Όπως φαίνεται στο σχήμα, η γωνία πρόσπτωσης στη δεύτερη επιφάνεια στο σημείο B είναι ίση με θ_1 .

Οπότε από το νόμο του Snell στο σημείο B έχουμε (για το μπλε)

$$n_{\text{μπλε}}^{\text{γυαλί}} \sin \theta_1 = n_{\text{αερ}} \sin \theta' \Rightarrow \theta' = \theta$$

Ομοίως, από το Νόμο του Snell στο σημείο Γ (για το κόκκινο)

βρίσκουμε ότι η γωνία πρόσπτωσης είναι ίση με θ_2 και η γωνία διάθλασης είναι επίσης ίση με θ .

Άρα, οι ακτίνες όλων των μ.κ. είναι παράλληλες μεταξύ τους και δεν υπάρχει πια γωνιακή διασπορά των διαφορετικών χρωμάτων

Άσκηση 7

Ένας αμφίκυρτος φακός είναι κατασκευασμένος από γυαλί με δείκτη διάθλασης $n=1.44$. Η αριστερή επιφάνεια του φακού έχει ακτίνα καμπυλότητας 12cm και η δεξιά 18cm . (α) Υπολογίστε την εστιακή απόσταση του φακού (β) Υπολογίστε την εστιακή απόσταση του φακού αν οι καμπυλότητες των δύο επιφανειών ανταλλάξουν τιμές.

Λύση

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

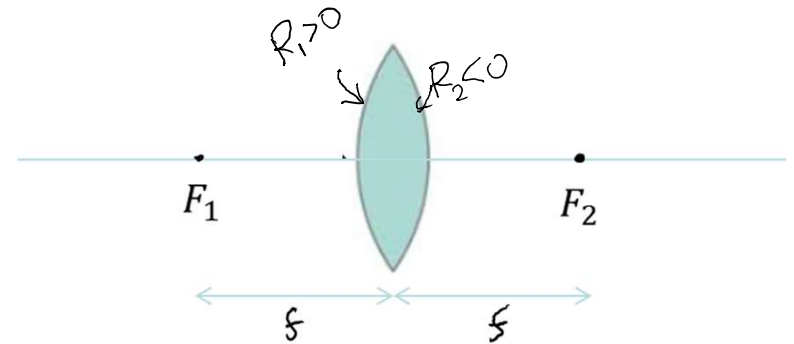
(α) $R_1 = 12\text{cm}$
 $R_2 = -18\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = (1.44 - 1) \left(\frac{1}{12\text{cm}} - \frac{1}{-18\text{cm}} \right) = 0.44 \frac{(18+12)\text{cm}}{(18 \times 12)\text{cm}^2} \Rightarrow f = 16.4\text{cm}$$

(β) $R_1 = 18\text{cm}$
 $R_2 = -12\text{cm}$

$$\frac{1}{f} = (1.44 - 1) \left(\frac{1}{18\text{cm}} - \frac{1}{-12\text{cm}} \right) \Rightarrow f = 16.4\text{cm}$$

Δηλ. ίδια εστιακή απόσταση ανεξάρτητα από το από ποια πλευρά κοιτάζω τον φακό.



Υπενθύμιση: $f > 0$ για συγκλίνοντες φακούς
 $f < 0$ για αποκλίνοντες φακούς

Άσκηση 8

Ένας αποκλίνων φακός έχει εστιακή απόσταση 20cm . Ένα αντικείμενο ύψους 2cm είναι τοποθετημένο 30cm μπροστά από τον φακό. Εντοπίστε το είδωλο και χαρακτηρίστε το. Να γίνει και διάγραμμα ακτινών.

Λύση

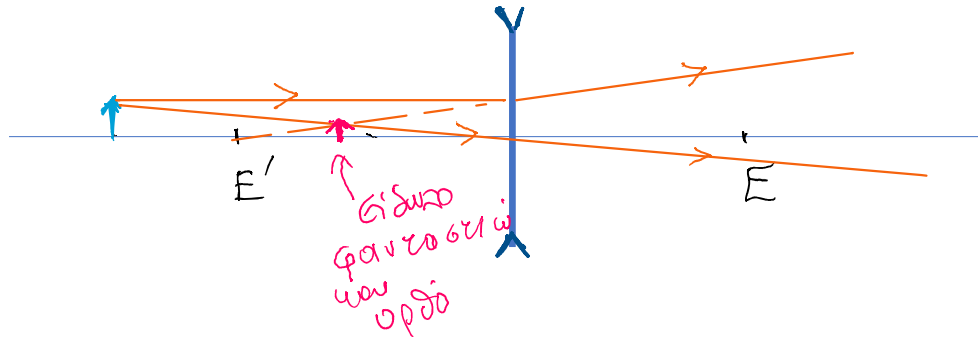
Τύπος κατασκευαστών των φακών $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

$s = 30\text{cm}$ και $f = -20\text{cm}$

Οπότε $\frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{-20\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{20\text{cm}} - \frac{1}{30\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{3}{60\text{cm}} - \frac{2}{60\text{cm}} = -\frac{5}{60\text{cm}} \Rightarrow s' = -12\text{cm}$

Άρα το είδωλο είναι φανταστικό και σε απόσταση 12cm μπροστά από τον φακό.

Μεγέθυνση $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-12\text{cm}}{30\text{cm}} = 0.4$ δηλ. το είδωλο είναι ορθό και έχει ύψος $0.4 \times 2\text{cm} = 0.8\text{cm}$.



Άσκηση 9

Ένας συγκλίνων φακός έχει εστιακή απόσταση 10cm . Ένα αντικείμενο ύψους 2cm είναι τοποθετημένο (α) 30cm και (β) 5cm μπροστά από τον φακό. Για τις περιπτώσεις (α) και (β) να εντοπίσετε το είδωλο και να το χαρακτηρίσετε. Να γίνουν και τα αντίστοιχα διαγράμματα ακτινών.

Λύση

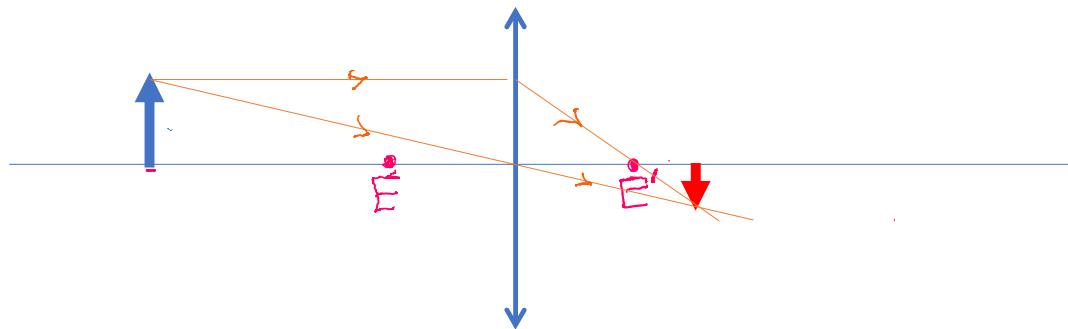
Τύπος κατασκευαστών των φακών $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

(α) $s = 30\text{cm}$ και $f = +10\text{cm}$

$$\text{Οπότε } \frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{10\text{cm}} - \frac{1}{30\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{3}{30\text{cm}} - \frac{1}{30\text{cm}} = \frac{2}{30\text{cm}} \Rightarrow s' = 15\text{cm}$$

Άρα το είδωλο είναι πραγματικό και σε απόσταση 15cm πίσω από τον φακό.

Μεγέθυνση $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{15\text{cm}}{30\text{cm}} = -0.5$ δηλ. το είδωλο είναι αντεστραμμένο και έχει ύψος $0.5 \times 2\text{cm} = 1\text{cm}$.

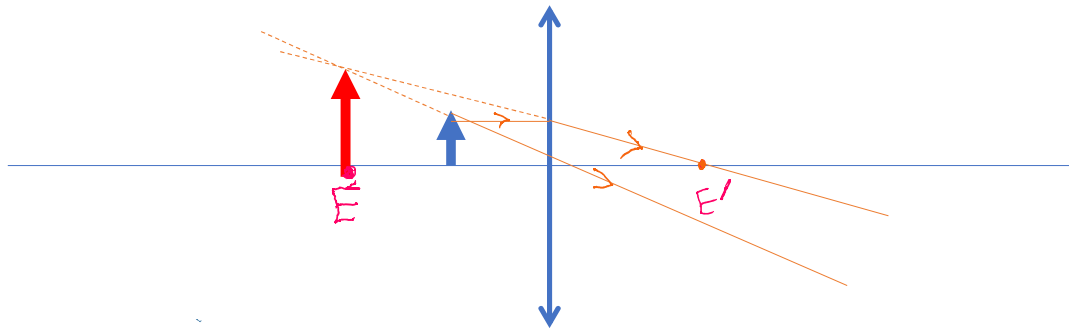


(β) $s = 5\text{cm}$ και $f = +10\text{cm}$

$$\text{Οπότε } \frac{1}{5\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{10\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{10\text{cm}} - \frac{1}{5\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = -\frac{1}{10\text{cm}} \Rightarrow s' = -10\text{cm}$$

Άρα το είδωλο είναι φανταστικό και σε απόσταση 10cm μπροστά από τον φακό (στην ίδια πλευρά με το αντικείμενο)

Μεγέθυνση $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{-10\text{cm}}{5\text{cm}} = +2$ δηλ. το είδωλο είναι ορθό και έχει ύψος $2 \times 2\text{cm} = 4\text{cm}$.



Άσκηση 10

Δείξτε ότι η ελάχιστη απόσταση μεταξύ ενός αντικειμένου και του ειδώλου του, που σχηματίζεται από λεπτό φακό, είναι $4f$, όπου f η εστιακή απόσταση του φακού. Πότε συμβαίνει αυτό;

$$s = d - x$$

$$s' = x$$

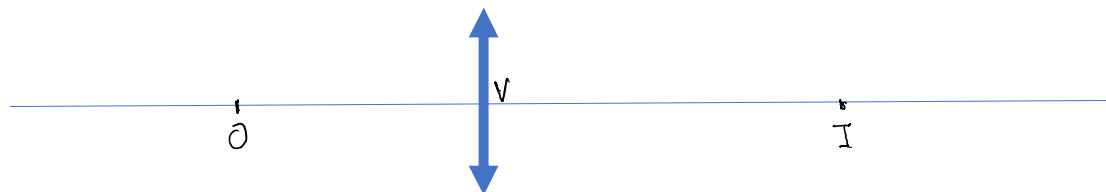
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{d-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f} \Rightarrow$$

$$\frac{x+d-x}{x(d-x)} = \frac{1}{f} \Rightarrow x^2 - xd + fd = 0 \Rightarrow$$

$$x = \frac{d \pm \sqrt{d^2 - 4fd}}{2}$$

Το x είναι πραγματικό, οπότε πρέπει $d^2 - 4fd \geq 0$ άρα $d \geq 4f$

Η ελάχιστη τιμή για το d είναι $4f$, οπότε $x = d/2$ και $s = s' = d/2$



$$OI = d$$

$$OV = S = d - x$$

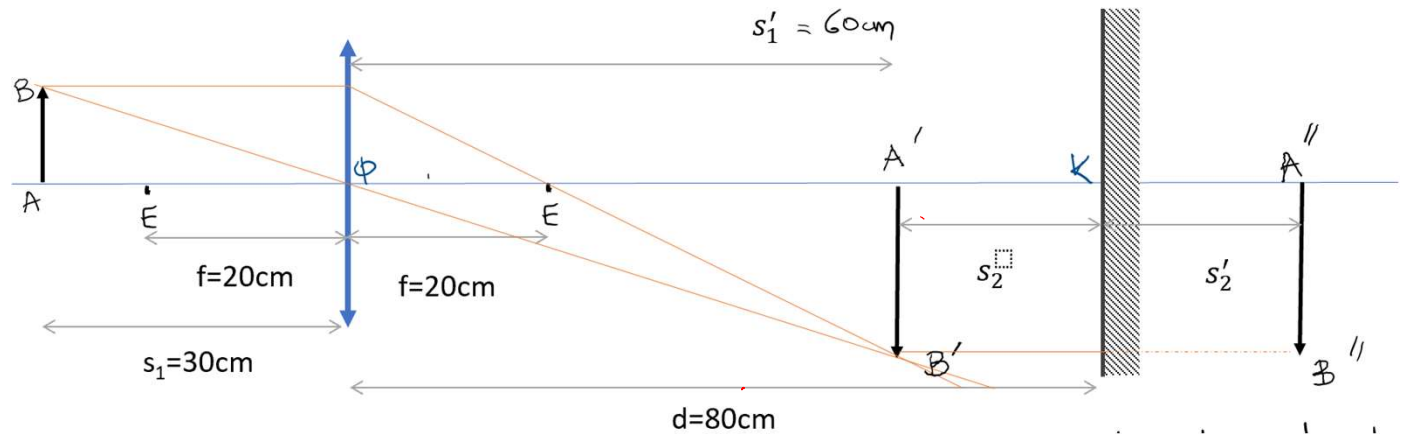
$$VI = S' = x$$

Άσκηση 11

Ένας συγκλίνων φακός με $f = 20\text{cm}$ απέχει $d = 80\text{cm}$ από επίπεδο κάτοπτρο. Γραμμικό αντικείμενο $AB=10\text{cm}$ βρίσκεται 30cm εμπροσθεν του φακού. (α) Να βρεθεί η θέση και το ύψος του τελικού ειδώλου μετά από διάθλαση μέσω του φακού και ανάκλαση από το κάτοπτρο. (β) Να λυθεί η ίδια άσκηση για $d=40\text{cm}$

Λύση:

(α)



1^ο βήμα Εύρεση ειδώλου από τον φακό

Τύπος κατασκευαστών των φακών $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

$s = 30\text{cm}$ και $f = 20\text{cm}$

Οπότε $\frac{1}{30\text{cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{cm}} - \frac{1}{30\text{cm}} \Rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{3}{60\text{cm}} - \frac{2}{60\text{cm}} = \frac{1}{60\text{cm}} \Rightarrow s' = 60\text{cm}$

Άρα το είδωλο από το φακό, $A'B'$ είναι πραγματικό και σε απόσταση 60cm πίσω (δεξιά) από τον φακό.

Μεγέθυνση $m = -\frac{s'}{s} = -\frac{60\text{cm}}{30\text{cm}} = -2$ δηλ. το είδωλο είναι αντεστραμμένο και έχει ύψος $2 \times 10\text{cm} = 20\text{cm}$.

2^ο βήμα. Εύρεση ειδώλου από το κάτοπτρο

Το είδωλο A'B' αποτελεί το αντικείμενο για το 2^ο οπτικό στοιχείο, δηλ. το επίπεδο κάτοπτρο. Η απόσταση του A'B' από το κάτοπτρο είναι $s_2 = 80\text{cm} - 60\text{cm} = 20\text{cm}$

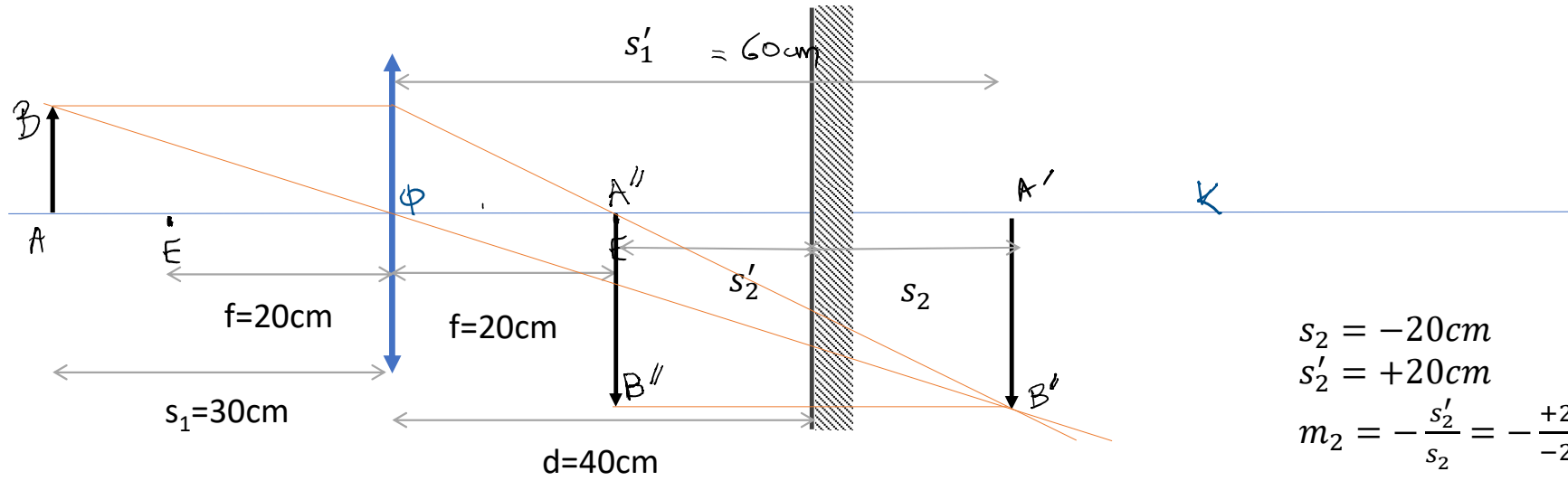
Από ανάκλαση, $s_2' = -20\text{cm}$ (ίση απόσταση και είδωλο φανταστικό, αφού είναι πίσω από το κάτοπτρο).

$$\text{Η μεγέθυνση θα είναι } m_2 = -\frac{s_2'}{s_2} = -\frac{-20\text{cm}}{20\text{cm}} = 1$$

και η συνολική μεγέθυνση θα είναι $m = m_1 m_2 = (-2)(+1) = -2$

Άρα το τελικό είδωλο είναι αντεστραμμένο, διπλάσιο από το αντικείμενο (άρα έχει μέγεθος A''B''=20cm), φανταστικό και σε συνολική απόσταση ΑΦ+ΦΚ+ΚΑ''=30cm + 80cm + 20cm = 130cm από το αντικείμενο AB.

(β) Αυτό που αλλάζει είναι η θέση του κατόπτρου, με $d = 40\text{cm}$. Το πρώτο βήμα είναι ακριβώς το ίδιο με προηγουμένως, οπότε το $A'B'$ είναι σε απόσταση 60cm από τον φακό. Όμως το κάτοπτρο είναι στα αριστερά αυτής της θέσης. Οπότε το αντικείμενο για το κάτοπτρο είναι στα δεξιά του, άρα είναι φανταστικό. Το είδωλο σχηματίζεται από την μπροστινή μεριά του κατόπτρου, άρα είναι πραγματικό, αντεστραμμένο, διπλάσιο από το αρχικό αντικείμενο (άρα έχει μέγεθος $A''B''=20\text{cm}$), σε απόσταση 20cm από το κάτοπτρο και 50cm συνολικά από το AB .



$$s_2 = -20\text{cm}$$

$$s'_2 = +20\text{cm}$$

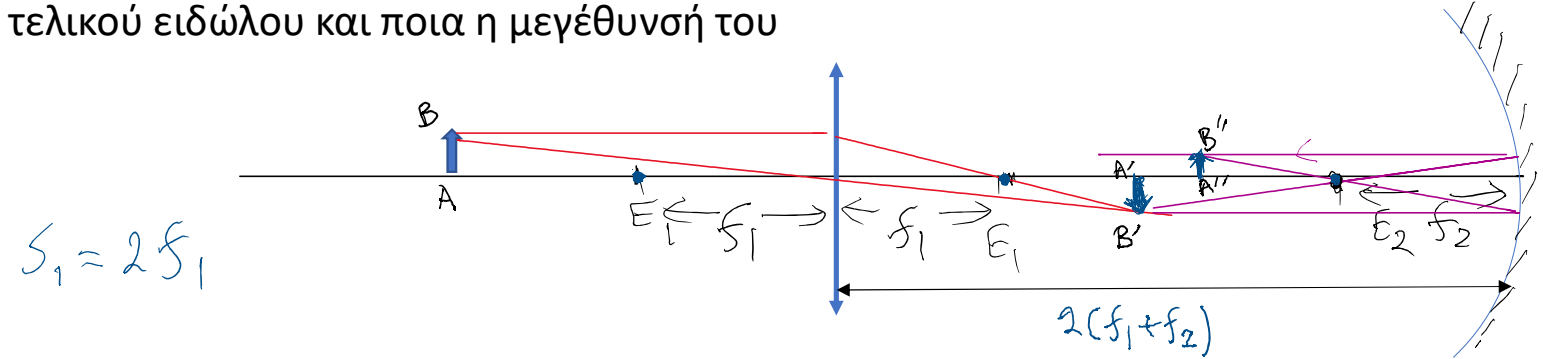
$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{+20\text{cm}}{-20\text{cm}} = +1$$

$$m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{-20\text{cm}}{20\text{cm}} = 1$$

$$m = m_1 m_2 = (-2)(+1) = -2$$

Άσκηση 12

Ένας αμφίκυρτος φακός εστιακής απόστασης f_1 τοποθετείται σε απόσταση $2(f_1+f_2)$ από σφαιρικό κάτοπτρο εστιακής απόστασης f_2 . Έστω μικρό αντικείμενο σε απόσταση $2f_1$ από μπροστά από τον φακό. Ποια είναι η θέση του τελικού ειδώλου και ποια η μεγέθυνσή του



$s_1 = 2f_1$

1^ο βήμα : είδωλο $A'B'$ του AB από τον φακό:

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{2f_1} + \frac{1}{s_1'} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow s_1' = 2f_1, \quad m_1 = -\frac{s_1'}{s_1} = -1$$

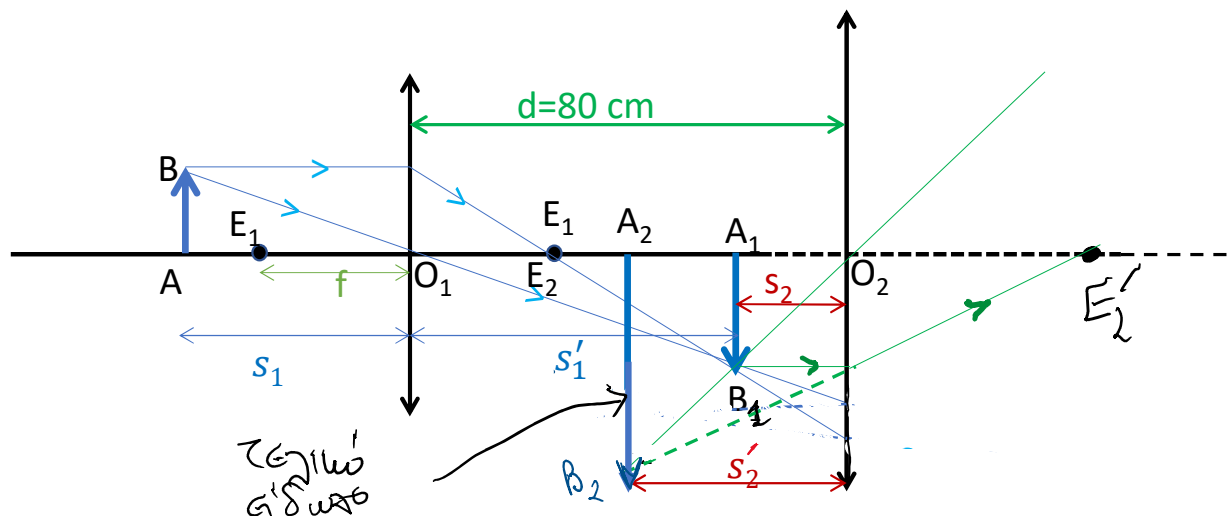
2^ο βήμα : είδωλο $A''B''$ του $A'B'$ από το κάτοπτρο:

$$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{(2f_1 + 2f_2 - 2f_1)} + \frac{1}{s_2'} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow s_2' = 2f_2, \quad m_2 = -\frac{s_2'}{s_2} = -1$$

$m = m_1 m_2 = (-1)(-1) = 1$

Άσκηση 13: Δύο συγκλίνοντες φακοί εστιακών αποστάσεων $f_1=20\text{cm}$ και $f_2=60\text{cm}$, απέχουν μεταξύ τους απόσταση $d=80\text{cm}$. Αντικείμενο $AB=10\text{cm}$ τοποθετείται σε απόσταση $s_1=30\text{cm}$ μπροστά από τον πρώτο φακό. Ζητείται το είδος, η θέση και το μέγεθος του τελικού ειδώλου.

Λύση:

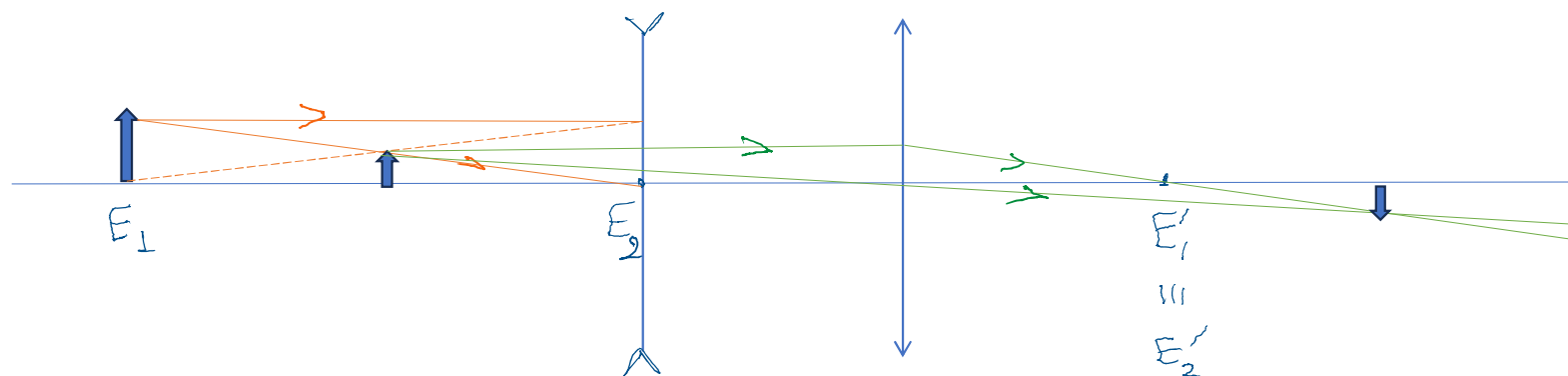


1^{ος} Φακός: $\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{+30\text{cm}} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{+20\text{cm}} \Rightarrow s'_1 = 60\text{cm}$ και $m_1 = -\frac{s'_1}{s_1} = -\frac{60\text{cm}}{30\text{cm}} = -2$

2^{ος} Φακός: $s_2 = d - s'_1 = 80\text{cm} - 60\text{cm} = +20\text{cm}$

$\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{+20\text{cm}} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{+60\text{cm}} \Rightarrow s'_2 = -30\text{cm}$ και $m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{-30\text{cm}}{+20\text{cm}} = \frac{3}{2}$ και $m = m_1 m_2 = (-2) \left(\frac{3}{2}\right) = -3$. Άρα το τελικό είδωλο είναι αντεστραμμένο και 3 φορές μεγαλύτερο, άρα έχει μήκος 30cm και βρίσκεται ανάμεσα στους δυο φακούς (50cm από τον πρώτο φακό)

Άσκηση 14: Αντικείμενο ύψους 1mm τοποθετείται (πάνω στον οπτικό άξονα) 80mm μπροστά από αποκλίνοντα φακό εστιακής απόστασης 80mm. Μετά τον αποκλίνοντα φακό και σε απόσταση 40mm τοποθετείται συγκλίνων φακός εστιακής απόστασης 40mm. Ζητείται το είδος, η θέση και το μέγεθος του τελικού ειδώλου.



$$f_1 = -80mm$$

$$f_2 = +40mm$$

$$1^{\text{ος}} \text{ Φακός: } \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f_1} \Rightarrow \frac{1}{80mm} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{-80mm} \Rightarrow s'_1 = -40mm \text{ και } m_1 = -\frac{s'_1}{s_1} = -\frac{-40mm}{80mm} = +\frac{1}{2}$$

$$s_2 = 40mm + 40mm = 80mm$$

$$2^{\text{ος}} \text{ Φακός: } \frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2} \Rightarrow \frac{1}{80mm} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{40mm} \Rightarrow s'_2 = 80mm \text{ και } m_2 = -\frac{s'_2}{s_2} = -\frac{80mm}{80mm} = -1$$

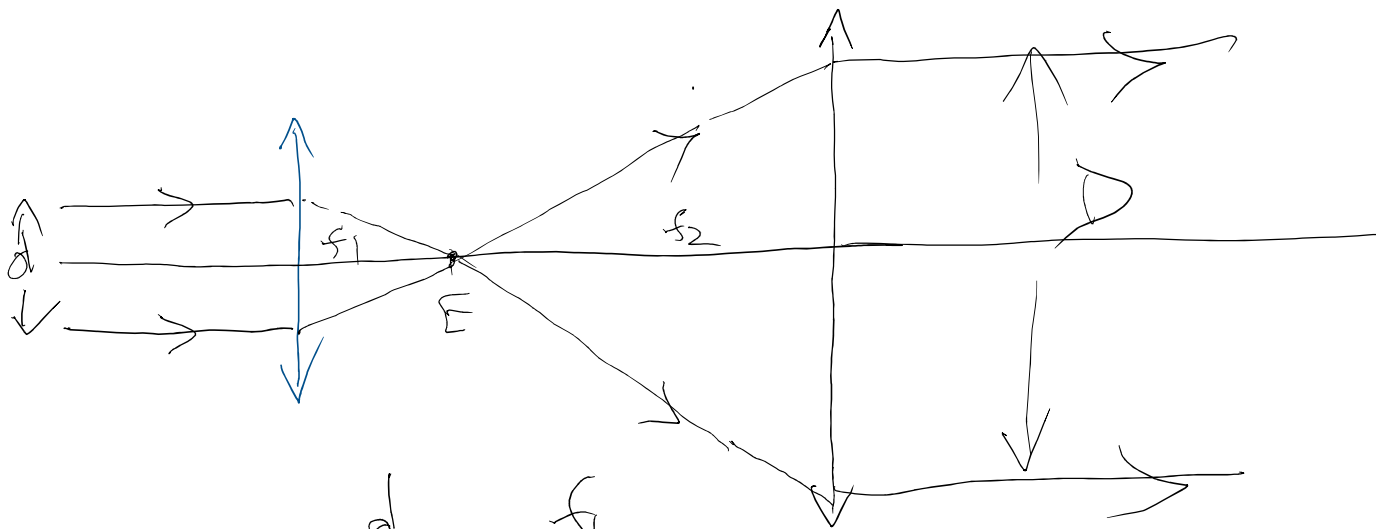
Το τελικό είδωλο είναι πραγματικό και σε απόσταση 80mm από τον δεύτερο φακό.

$$m = m_1 m_2 = \left(\frac{1}{2}\right) (-1) = -\frac{1}{2}$$

Δηλ. το τελικό είδωλο είναι αντεστραμμένο και έχει ύψος 0.5mm

Άσκηση 15

Μεγεθυντής δέσμης: σύστημα φακών κατάλληλα τοποθετημένων



$$\frac{D}{d} = \frac{f_2}{f_1}$$