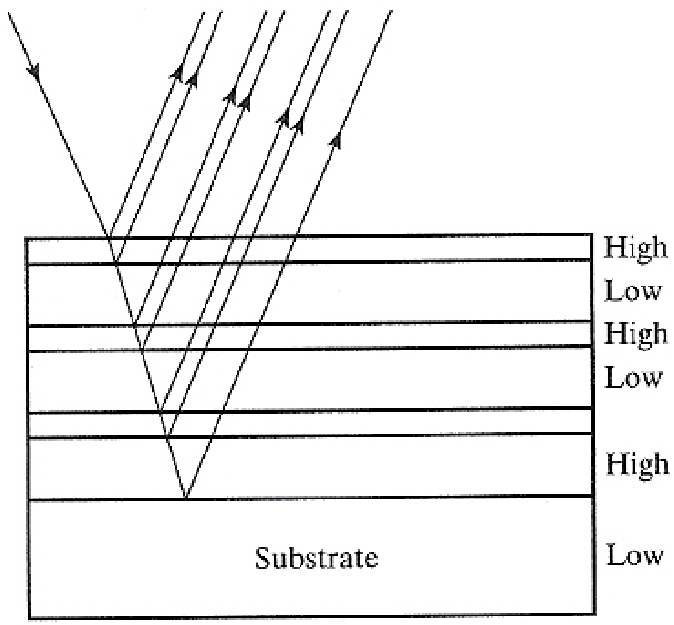
Φυσική Οπτική

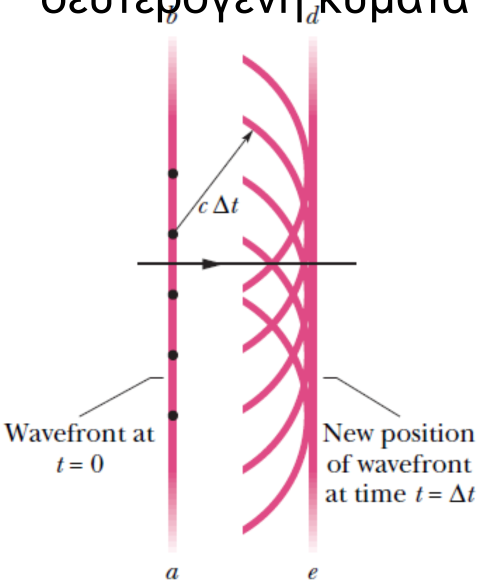
Αρχή Huygens
Συμβολή

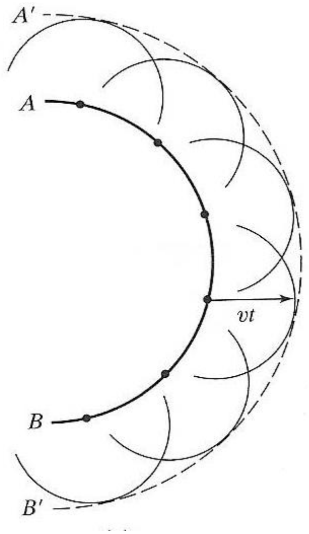


Το φως σαν κύμα

Αρχή του Huygens

Όλα τα σημεία ενός μετώπου κύματος λειτουργούν ως σημειακές πηγές δευτερογενών σφαιρικών κυμάτων. Μετά από χρόνο t η νέα θέση του μετώπου κύματος θα είναι αυτή μιας επιφάνειας εφαπτόμενης σε αυτά τα δευτερογενή κύματα



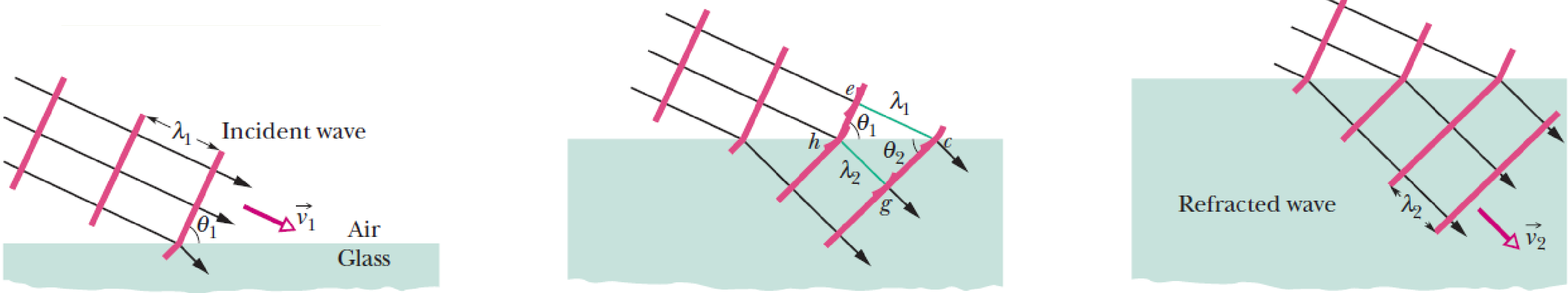


Διάδοση επίπεδου κύματος

Διάδοση σφαιρικού κύματος

Απόδειξη του νόμου της διάθλασης του Snell χρησιμοποιώντας την αρχή Huygens

Τα κόκκινα ευθύγραμμα τμήματα συμβολίζουν τα κυματομέτωπα. Τα διαδοχικά κυματομέτ
που έχουμε σχεδιάσει εδώ απέχουν μεταξύ τους απόσταση ίση με το μήκος κύματος



(a) (b) (c)

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}, \quad + \quad \sin\theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc} \quad \text{(for triangle } hce\text{)} \quad + \quad \sin\theta_2 = \frac{\lambda_2}{hc} \quad \text{(for triangle } hcg\text{)}.$$

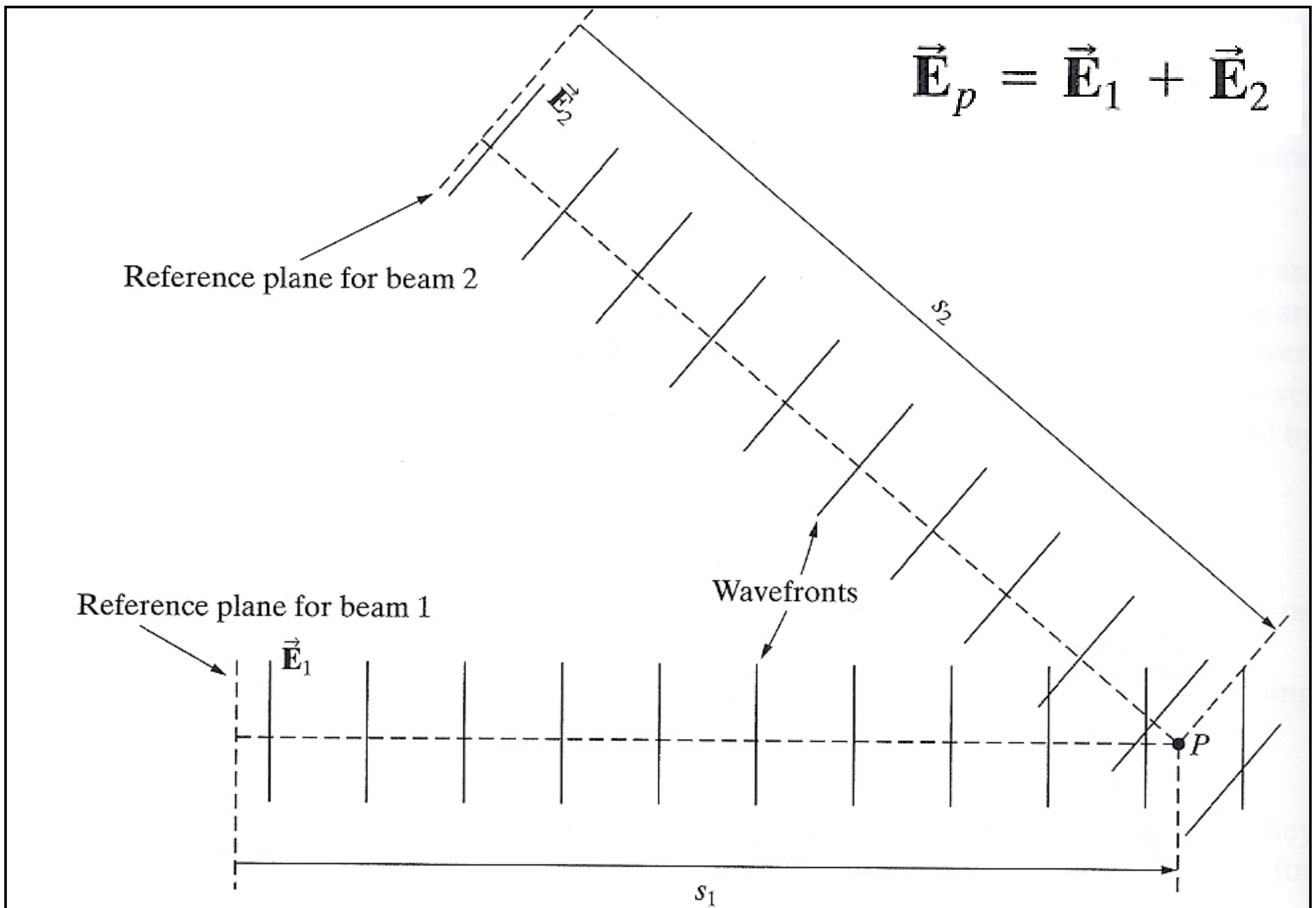
$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}. \quad + \quad n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \text{and} \quad n_2 = \frac{c}{v_2}. \quad + \quad \frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$= \quad \boxed{n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2 \qquad \text{(law of refraction),}}$$

Συμβολή δυο επίπεδων κυμάτων

$$\vec{\mathbf{E}}_1 = \vec{\mathbf{E}}_{01}\cos(ks_1 - \omega t + \phi_1)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{02}\cos(ks_2 - \omega t + \phi_2)$$



Irradiance (ενταση ακτινοβολίας) $$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}} \cdot \vec{\mathbf{E}} \rangle$$

Στο σημείο P:

$$I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p^2 \rangle = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_p \cdot \vec{\mathbf{E}}_p \rangle$$

$$= \varepsilon_0 c \langle (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \cdot (\vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2) \rangle$$

$$\longrightarrow \quad I = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_1 + \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 + 2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle$$

$$I = I_1 + I_2 + I_{12}$$

Όρος Συμβολής $$I_{12} = 2\varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle$$

$$\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(ks_1 - \omega t + \phi_1) \cos(ks_2 - \omega t + \phi_2)$$

Ορίζουμε $\alpha \equiv ks_1 + \phi_1$ και $\beta \equiv ks_2 + \phi_2$

Οπότε $$2\vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 = 2\vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \cos(\alpha - \omega t) \cos(\beta - \omega t)$$

Χρησιμοποιώντας $2\cos(A)\cos(B) = \cos(A+B) + \cos(B-A)$

$$\longrightarrow \quad 2\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02}[\underbrace{\langle \cos(\alpha + \beta - 2\omega t \rangle}_{\downarrow\ 0} + \langle \cos(\beta - \alpha)\rangle]$$

$$2\langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02}\langle \cos(\beta - \alpha)\rangle = \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02}\langle \cos(k(s_2 - s_1) + \phi_2 - \phi_1)\rangle$$
$$\equiv \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02}\langle \cos \delta \rangle$$

Όπου ορίσαμε τη διαφορά φάσης μεταξύ των

$\vec{\mathbf{E}}_2$ και $\vec{\mathbf{E}}_1$ $\longrightarrow$ $\delta = k(s_2 - s_1) + \phi_2 - \phi_1$

Οπότε $$\boxed{I_{12} = \varepsilon_0 c \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02}\langle \cos \delta \rangle}$$

Οι δυο άλλοι όροι του I

$$I_1 = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_1 \cdot \vec{\mathbf{E}}_1 \rangle = \varepsilon_0 c E_{01}^2 \langle \cos^2(\alpha - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{01}^2$$

$$I_2 = \varepsilon_0 c \langle \vec{\mathbf{E}}_2 \cdot \vec{\mathbf{E}}_2 \rangle = \varepsilon_0 c E_{02}^2 \langle \cos^2(\beta - \omega t) \rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 c E_{02}^2$$

$+ \quad I_{12} = \varepsilon_0 c \vec{\mathbf{E}}_{01} \cdot \vec{\mathbf{E}}_{02} \langle \cos \delta \rangle$

αν $\quad \mathrm{E}_{01} \| \mathrm{E}_{02}$

$$\boxed{I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos \delta \rangle}$$

Συμβολή ασύμφωνων μεταξύ τους πεδίων

Στην πράξη, τα ηλεκτρικά πεδία $\vec{\mathbf{E}}_1$ και $\vec{\mathbf{E}}_2$ προέρχονται από διαφορετικές πηγές, ο χρονικός μέσος όρος $\langle \cos \delta \rangle$ είναι 0, διότι καμιά πηγή δεν είναι τελείως μονοχρωματική. Ένας τρόπος για να το εξετάσουμε αυτό είναι να θεωρήσουμε ότι οι φάσεις ϕ_1 και ϕ_2 είναι συναρτήσεις του χρόνου.

$$I_{12} = 2\sqrt{I_1 I_2}\underbrace{\langle \cos(k(s_2 - s_1) + \phi_2(t) - \phi_1(t)) \rangle}$$

0, για τις περισσότερες πηγές, οπότε λέμε ότι είναι μεταξύ τους ασύμφωνες

$$I = I_1 + I_2 \qquad \text{Mutually incoherent beams}$$

Συμβολή σύμφωνων μεταξύ τους πεδίων

Αν φως από το ίδιο laser π.χ. διαχωριστεί σε δυο δέσμες οι οποίες εν συνεχεία επανασυντίθενται στον ανιχνευτή μας, ο χρονικός μέσος όρος $\langle \cos \delta \rangle$ μπορεί να μην είναι 0. Αυτό συμβαίνει διότι ενώ υπάρχουν κι εδώ αποκλίσεις από την μονοχρωματικότητα, είναι **συσχετισμένες** στις δυο δέσμες. Αν λοιπόν οι δυο δέσμες διανύσουν αυστηρά ίσους οπτικούς δρόμους (ίσοι χρόνοι), το ϕ_1 - ϕ_2 θα είναι 0, οπότε η δ είναι σταθερή

$$2\sqrt{I_1 I_2}\langle \cos(k(s_2 - s_1) + \phi_1(t) - \phi_1(t))\rangle = 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(k(s_2 - s_1))$$
$$= 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta \qquad \text{Mutually coherent beams}$$

<u>Χρόνος συμφωνίας</u> (coherence time): το χρονικό διάστημα τ_0 μέσα στο οποίο αποκλίσεις από τη μονοχρωματικότητα είναι μικρές

<u>Μήκος συμφωνίας</u> (coherence length): η αντίστοιχη απόσταση που διανύει το κύμα στον χρόνο συμφωνίας $l_t = c\tau_0$

Καταστρεπτική και ενισχυτική συμβολή

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\delta$$

Ενισχυτική συμβολή

$$\left.\begin{array}{l} \cos\delta = +1 \\ \delta = 2m\pi \\ m \in Z_o \end{array}\right\} \qquad I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}$$

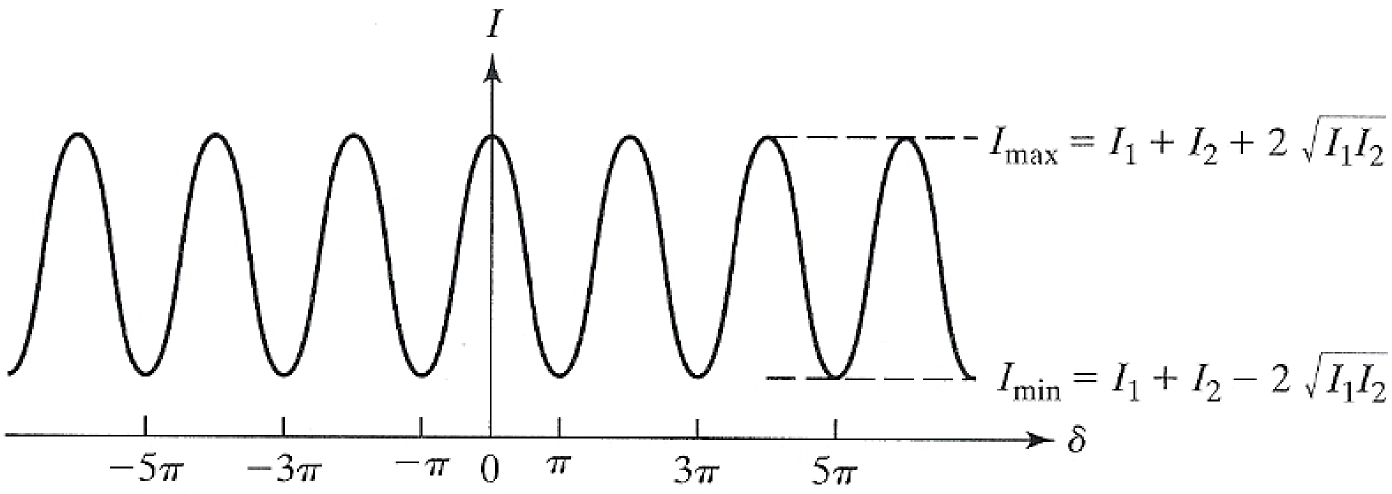
αν $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I_{\max} = 4I_0$

Καταστρεπτική συμβολή

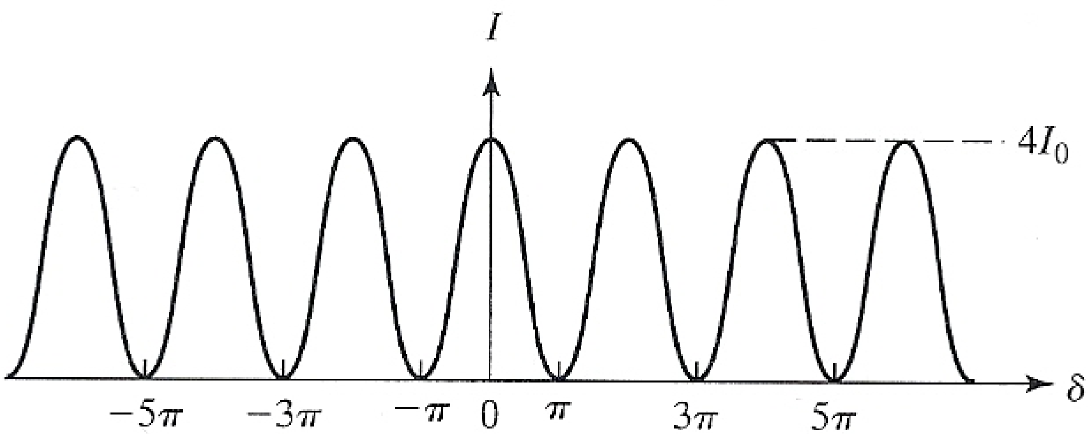
$$\left.\begin{array}{l} \cos\delta = -1 \\ \delta = (2m+1)\pi \\ m \in Z_o \end{array}\right\} \qquad I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$

αν $I_1 = I_2 = I_0 \longrightarrow I_{\min} = 0$

Κροσσοί συμβολής



(a)



(b)

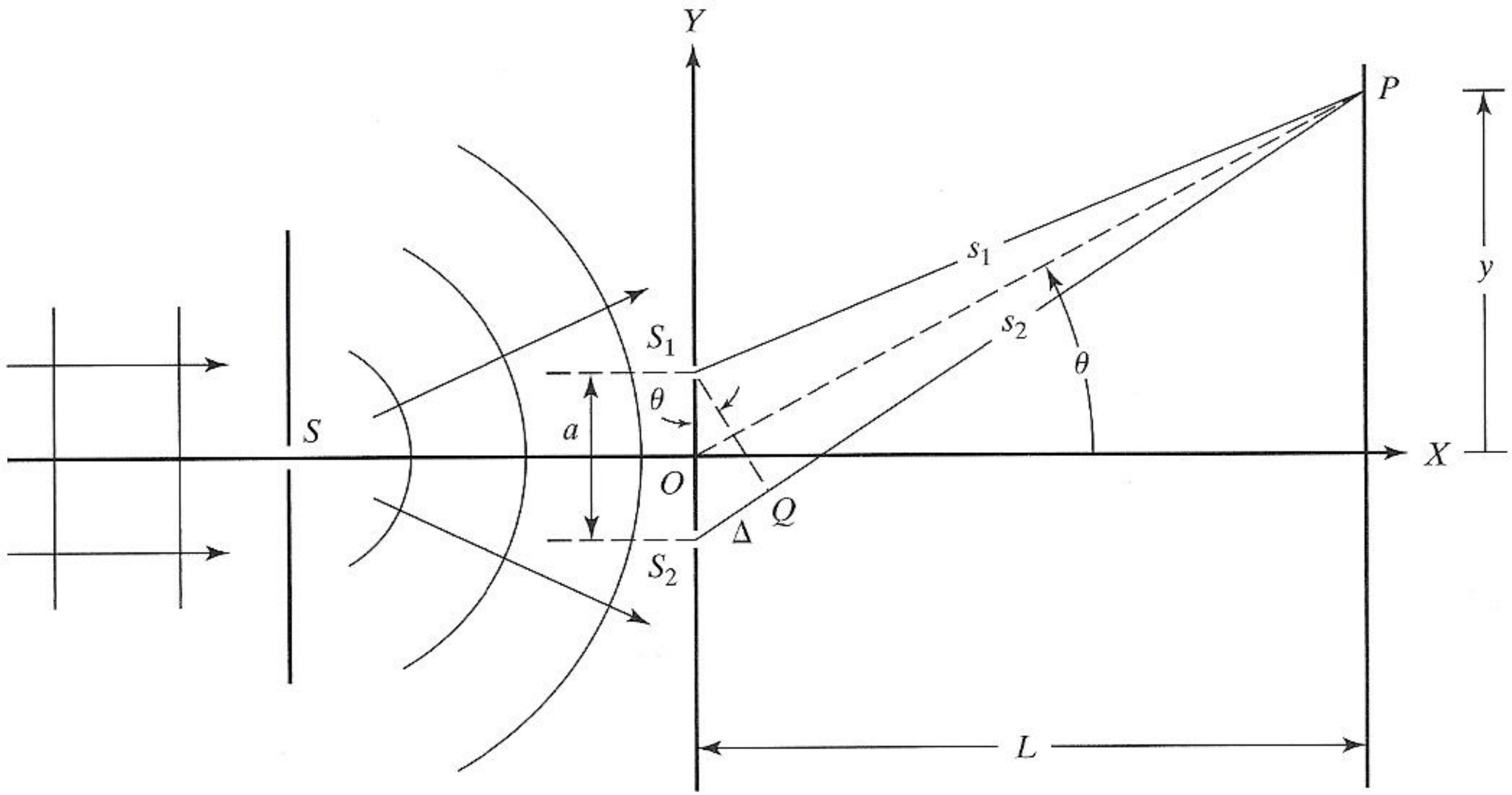
«ευκρίνεια» κροσσών

$$\text{visibility} = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$$

Άλλη μια χρήσιμη σχέση όταν $I_1 = I_2 = I_0$

$$\left.\begin{array}{c} I = I_0 + I_0 + 2\sqrt{I_0^2}\cos\delta = 2I_0(1 + \cos\delta) \\ \\ 1 + \cos\delta \equiv 2\cos^2\left(\dfrac{\delta}{2}\right) \end{array}\right\} \quad I = 4I_0\cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Συμβολή από δυο σχισμές – Πείραμα Young



Ενισχυτική συμβολή $$s_2 - s_1 = \Delta = m\lambda \cong a \sin\theta$$

Καταστρεπτική συμβολή $$\Delta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \cong a \sin\theta$$

$$\delta = k(s_2 - s_1) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta$$

$$\longrightarrow \quad I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi\Delta}{\lambda}\right) = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}\right)$$

Για σημεία P κοντά στον οπτικό άξονα $y \ll L$

$$\sin\theta \cong \tan\theta \cong y/L$$

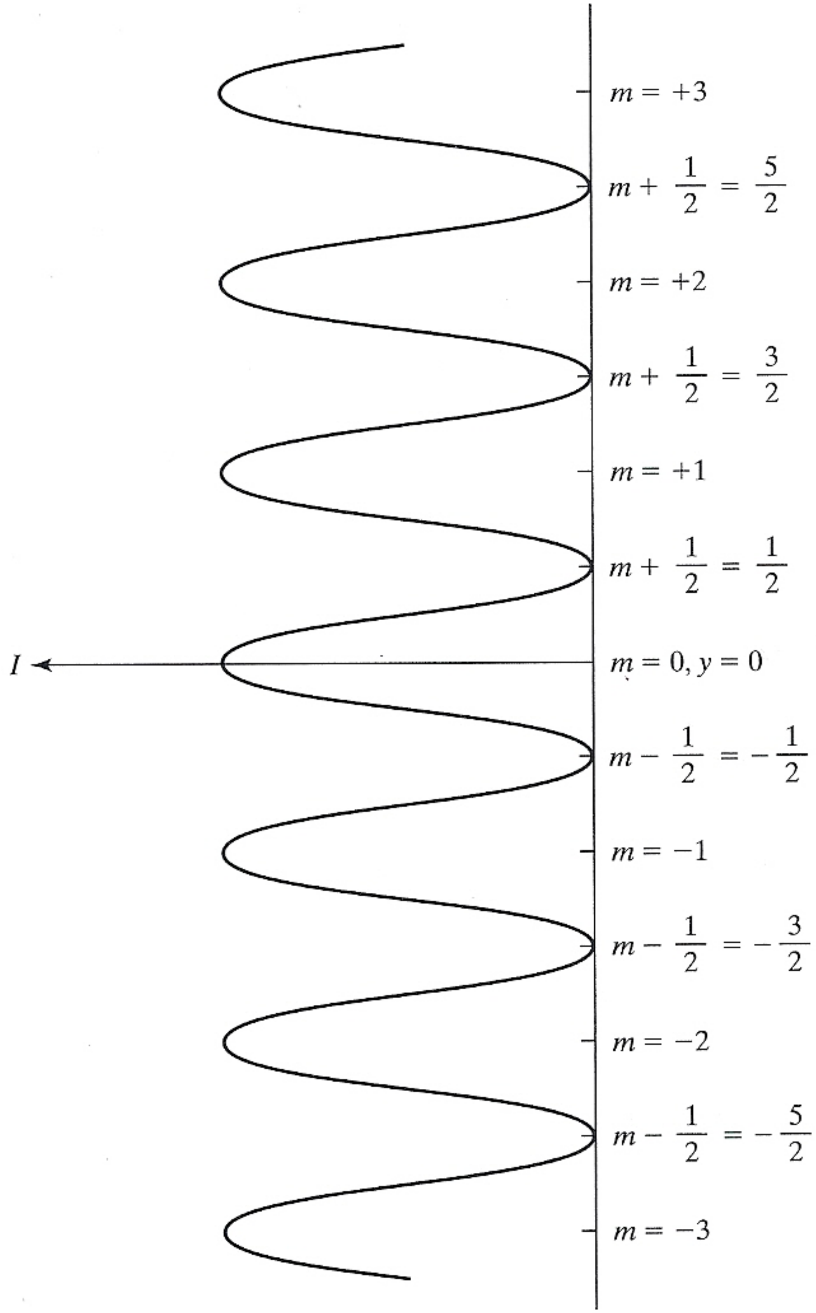
$$\longrightarrow \quad \boxed{I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\pi a y}{\lambda L}\right)}$$

Φωτεινοί κροσσοί $s_2 - s_1 = \Delta = m\lambda = a\sin\theta \cong$ α y/L

$$\longrightarrow \quad y_m = \frac{m\lambda L}{a}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

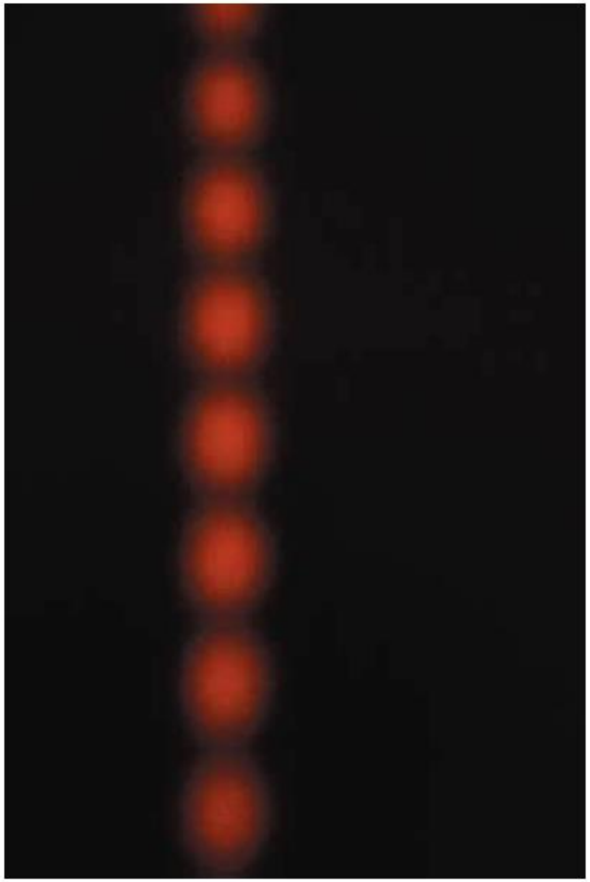
Μέτρηση του λ

Απόσταση μεταξύ διαδοχικών κροσσών $\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$



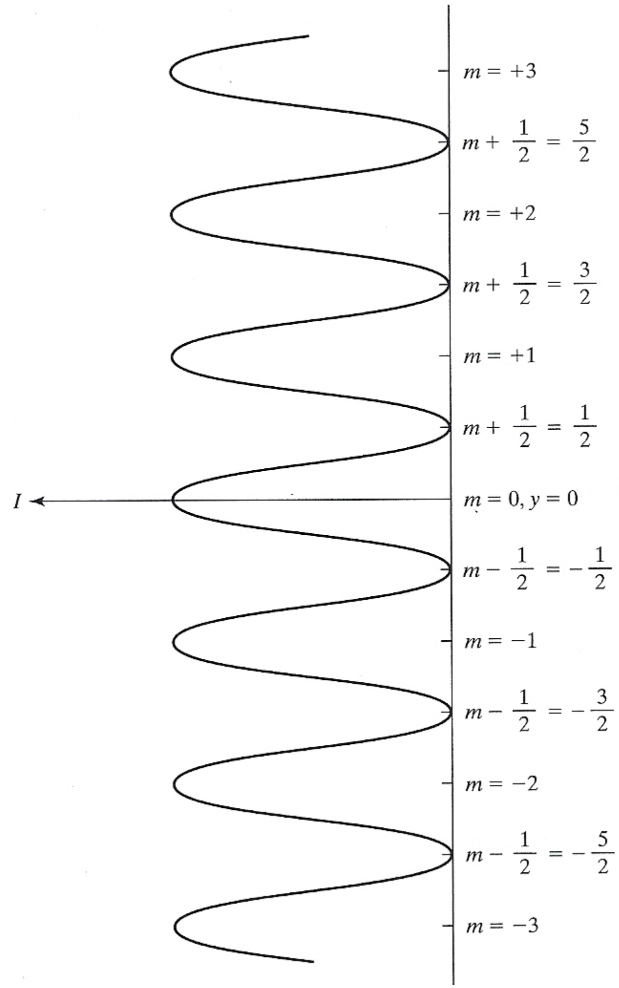
I
$m = +3$
$m + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
$m = +2$
$m + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
$m = +1$
$m + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
$m = 0, y = 0$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$
$m = -1$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$
$m = -2$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$
$m = -3$

Το Πείραμα Συμβολής Young



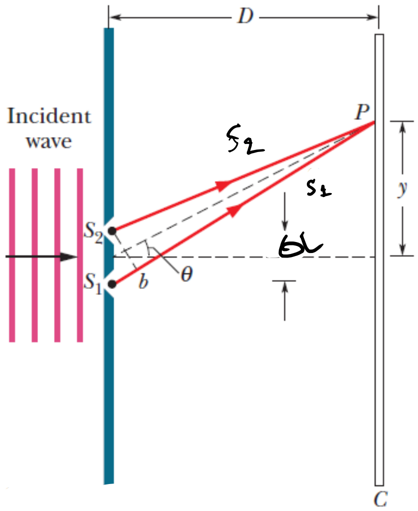
Φωτογραφία κροσσών συμβολής από
πείραμα συμβολής Young από δυο λεπτές
Σχισμές μικρού ύψους

Από Halliday-Resnick-Walker


$m = +3$
$m + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$
$m = +2$
$m + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
$m = +1$
$m + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
I
$m = 0, y = 0$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$
$m = -1$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$
$m = -2$
$m - \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$
$m = -3$

Άσκηση 1

Ποια είναι η απόσταση πάνω στο πέτασμα μεταξύ δύο διαδοχικών φωτεινών κροσσών, αν το μήκος κύματος του φωτός είναι 546nm, η απόσταση μεταξύ των σχισμών είναι 0.12mm και η απόσταση μεταξύ σχισμής και πετάσματος είναι 55cm. Υποθέστε ότι $\sin\theta \sim \tan\theta$



$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda L}{a}$$

$$= \frac{546 \times 10^{-9} m \times 55 \times 10^{-2} m}{0.12 \times 10^{-3} m}$$

$$= 2.5 \times 10^{-3} m = 2.5 mm$$

Άσκηση 2

από τον κεντρικό κροσσό

Εάν στην περίπτωση της συμβολής από δύο σύμφωνες πηγές μήκους κύματος λ που απέχουν μεταξύ τους απόσταση 30μm, ο δεύτερος κροσσός συμβολής απέχει y=4.5cm και η παρατήρηση γίνεται σε απόσταση L=1.2m από τις πηγές πόσο είναι το μήκος κύματος λ;

Ψ Ποια είναι η απόσταση μεταξύ δυο διαδοχικών κροσσών;

$L = 1.2\,m \qquad \alpha = 30\mu m = 30\times10^{-6}\,m \qquad y = 4.5\times10^{-2}\,m$

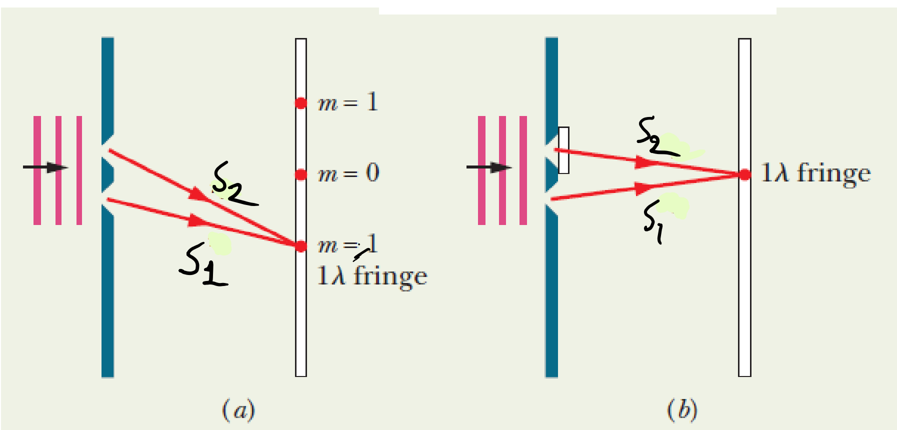
- $$y_m = m\frac{L}{\alpha}\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{\alpha y_m}{mL} = \frac{30\times10^{-6}\,m \times 4.5\times10^{-2}\,m}{2\times1{,}2\,m} = 562{,}5\,nm$$

- $$y_{m+1} - y_m = (m+1)\frac{L}{\alpha}\lambda - m\frac{L}{\alpha}\lambda = \frac{L}{\alpha}\lambda \Rightarrow$$

$$\Delta y = \frac{1{,}2\,m}{30\times10^{-6}\,m}\times562{,}5\times10^{-9}\,m = 0{,}0225\,m = 2{,}25\,cm$$

Άσκηση 3

Παρατηρούμε πάνω σε πέτασμα τους κροσσούς συμβολής που προκύπτουν από μονοχρωματικό φως μήκους κύματος $\lambda = 600nm$ που πέφτει σε διπλή σχισμή. Αν τοποθετήσουμε ένα κομμάτι διαφανούς πλαστικού, πάχους d, μπροστά από τη μία από τις δυο σχισμές, αλλάζουν οι θέσεις των κροσσών συμβολής. Συγκεκριμένα, ο κροσσός m=1 (σχήμα α) μετατοπίζεται στη θέση του κεντρικού κροσσού (m=0). Ο δείκτης διάθλασης του πλαστικού είναι $n = 1.50$ για το συγκεκριμένο μήκος κύματος. Που πρέπει να τοποθετηθεί το πλαστικό, στην πάνω ή στην κάτω σχισμή; Ποιο είναι το πάχος d του πλαστικού;



Ενισχυτική συμβολή:

$\Delta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots)$

[Αν μπροστά από την S_1, m=1, αδύνατο]

$n_{αερ} \simeq 1$

Έστω το πλαστικό μπροστά από την S_2

Τότε ο οπτικός δρόμος S_2 θα γίνει:

$n d + 1(S_2 - d) = (n-1)d + S_2$

$\Delta' = [(n-1)d + S_2] - S_1 =$

0

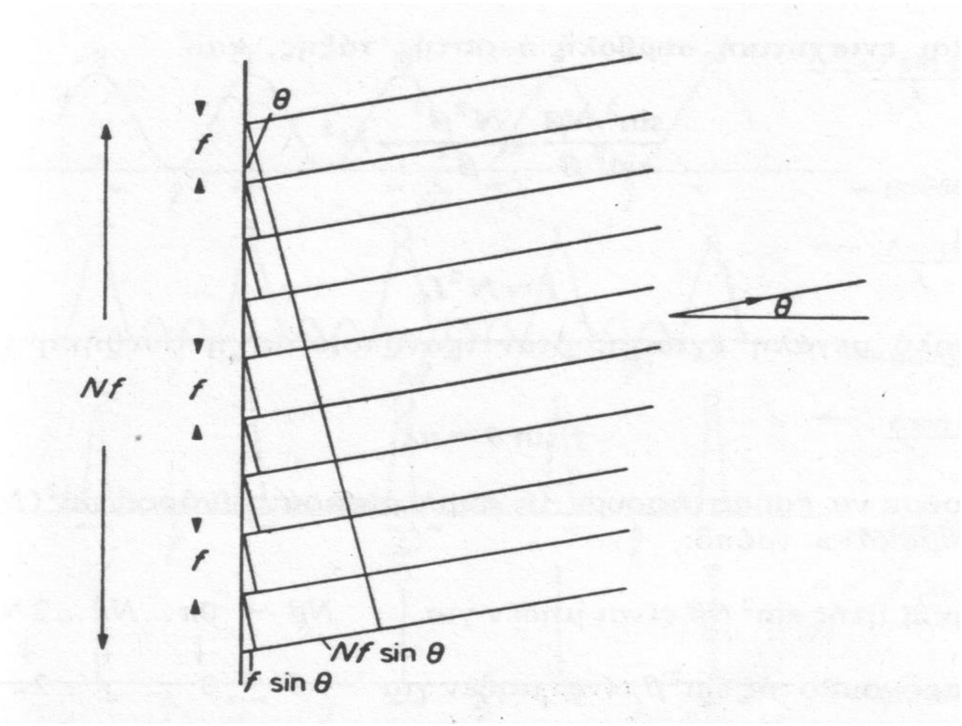
$= (n-1)d + \underbrace{(S_2 - S_1)}_{\Delta = (-1)\lambda \ (m=-1)}$

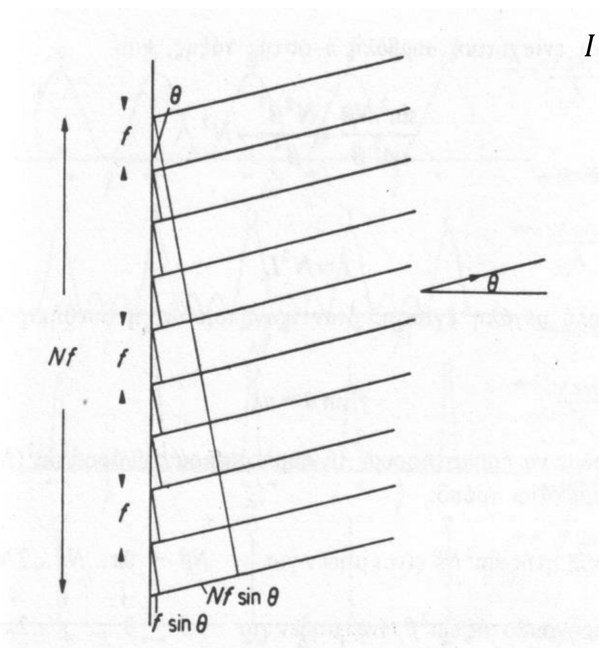
$\Rightarrow \lambda = (n-1)d \Rightarrow d = \frac{600nm}{1,5-1} =$

$= 1200nm$

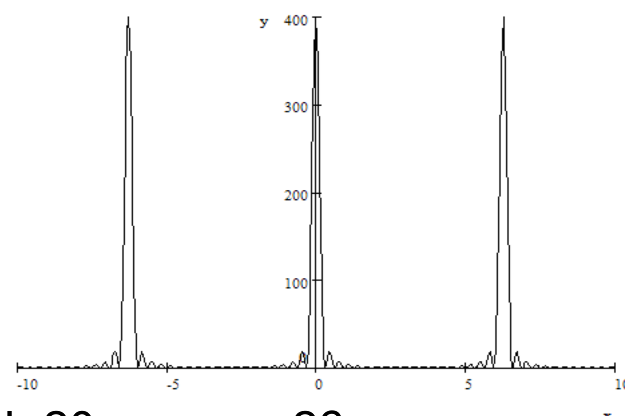
Συμβολή από Ν σχισμές

Συμβολή Ν πηγών άνευ διαφοράς φάσης σε μεγάλη απόσταση από τις πηγές.





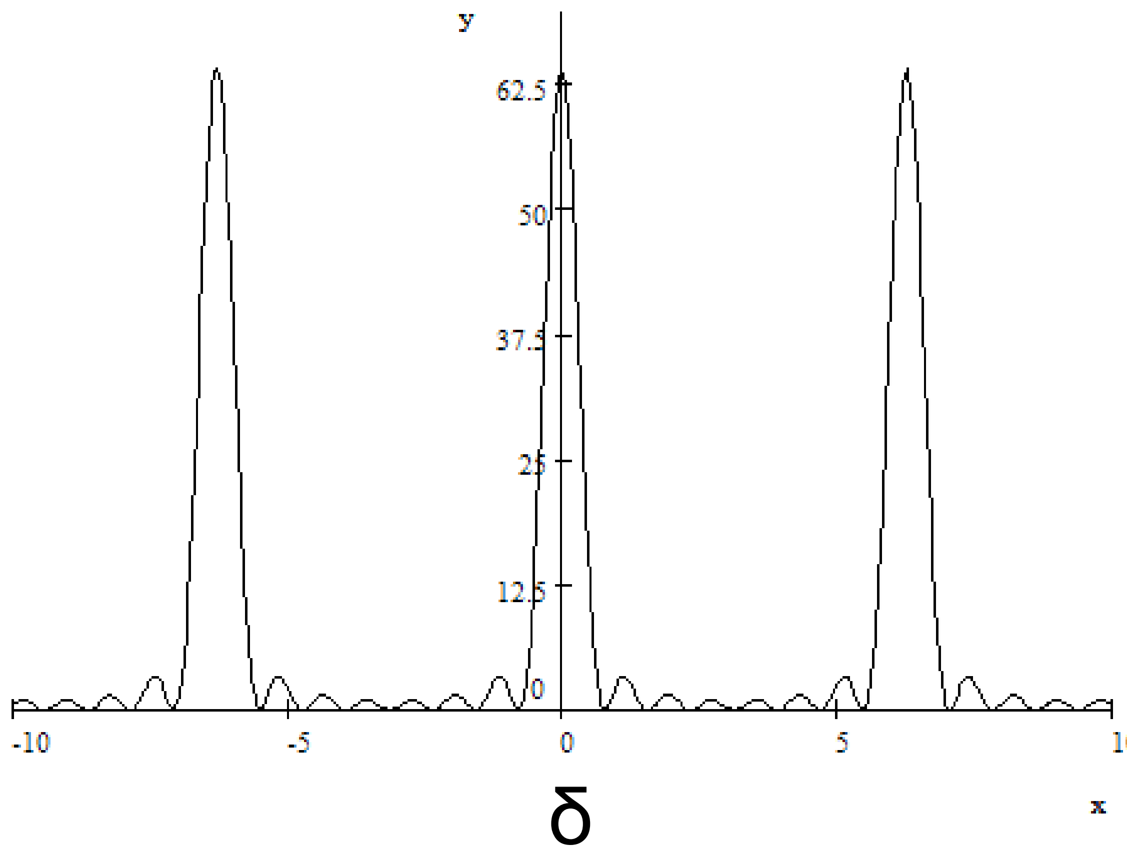
$$I(\theta) = I_0 \frac{\sin^2(N\beta)}{\sin^2(\beta)}, \qquad \beta = \frac{\delta}{2} = \frac{f}{\lambda}\pi \sin\theta$$



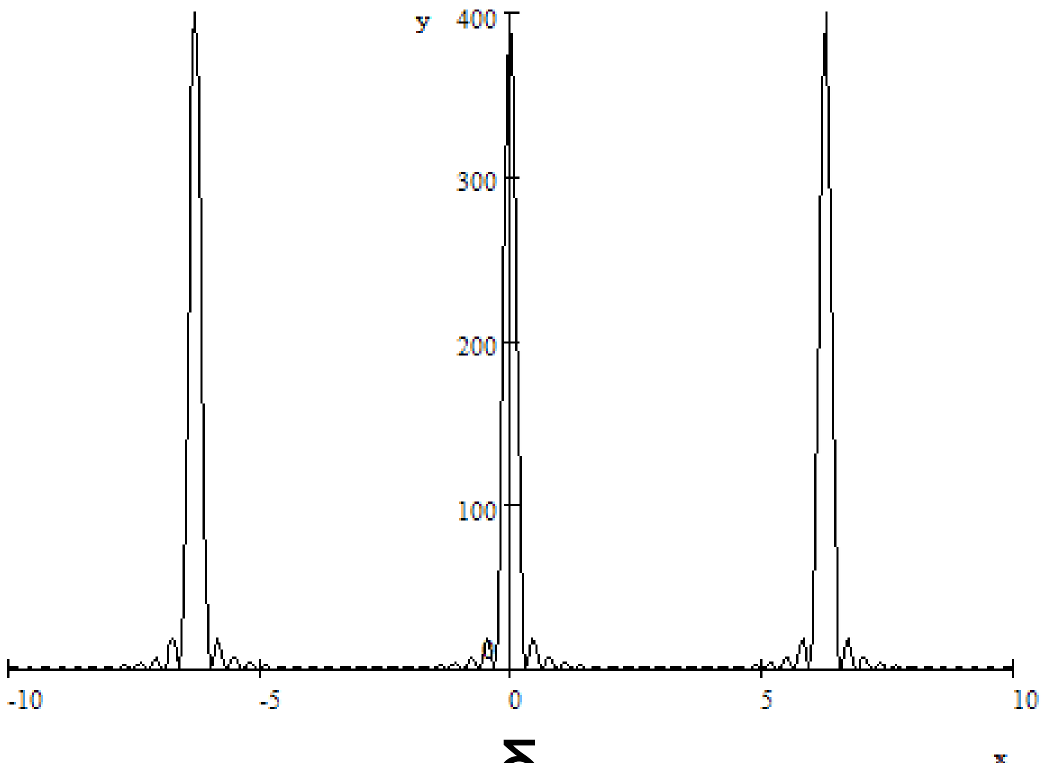
N=20

2β

N=8



N=20



δ