

# ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

Εξέταση 1<sup>ου</sup> Κύκλου (27-ΝΟΕ-2015)

## ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

(15 Μόρια)

Να αποδώσετε με στρογγυλοποίηση τα παρακάτω πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία πριν την σωστή εκτίμηση των σημαντικών ψηφίων έχουν ως ακολούθως:

$\bar{x}$	$\delta\bar{x}$		$\bar{y}$	$\delta\bar{y}$		$\bar{z}$	$\delta\bar{z}$
1,2352	0,2436		123180	6890		0,0567	0,0168

### Απάντηση

$$\bar{x} \pm \delta\bar{x} = 1,24 \pm 0,24$$

$$\bar{y} \pm \delta\bar{y} = 123000 \pm 7000$$

$$\bar{z} \pm \delta\bar{z} = 0,057 \pm 0,017$$

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

(25 Μόρια)

Πειραματική διαδικασία μέτρησης του βάρους B ενός σώματος δίνει τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα για συνολικά 6 μετρήσεις:

B(N)	10	8	11	12	10	9
------	----	---	----	----	----	---

Να υπολογιστούν: (α) Η μέση τιμή (β) Το σφάλμα της μέσης τιμής (γ) Η τυπική απόκλιση (δ) Το σχετικό σφάλμα του βάρους και (ε) Να γράψετε το τελικό αποτέλεσμα του βάρους B με στρογγυλοποίηση.

### Απάντηση

i	$B_i$	$\bar{B} - B_i$	$(\bar{B} - B_i)^2$
1	10.0	0.0	0.0
2	8.0	+2.0	4.0
3	11.0	-1.0	1.0
4	12.0	-2.0	4.0
5	10.0	0.0	0.0
6	9.0	+1.0	1.0
	$\sum B_i = 60.0$	$\sum (\bar{B} - B_i) = 0.0$	$\sum (\bar{B} - B_i)^2 = 10.0$

$$(\alpha) \bar{B} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N B_i = \frac{1}{6} 60.0 = 10.0$$

$$(\beta) \delta\bar{B} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{B} - B_i)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{10}{6 \cdot 5}} = \frac{\sqrt{10}}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.57735 \approx 0.6$$

$$(\gamma) \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{B} - B_i)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{10}{5}} = \sqrt{2} = 1.4142 \approx 1.4$$

$$(\delta) \frac{\delta\bar{B}}{\bar{B}} = \frac{0.6}{10} = 0.06 \text{ ή ισοδύναμα } 6\%$$

$$(\epsilon) \bar{B} \pm \delta\bar{B} = (10.0 \pm 0.6) \text{ N}$$

### ΘΕΜΑ 3°

(30 Μόρια)

Η ροπή αδράνειας κυλινδρικού σώματος ως προς τον άξονά του δίνεται από τη σχέση  $I=1/2MR^2$ . Με βάση τη θεωρία διάδοσης σφαλμάτων, να υπολογιστούν:

(α) Το απόλυτο σφάλμα  $\delta I$  στον υπολογισμό της ροπής αδράνειας από τη μέτρηση της μάζας  $M \pm \delta M$  και ακτίνας  $R \pm \delta R$ .

(β) Το σχετικό σφάλμα  $\frac{\delta I}{I}$  συναρτήσει των ποσοτήτων  $\frac{\delta M}{M}$  και  $\frac{\delta R}{R}$ . Ποιο σχετικό σφάλμα από τα δύο συνεισφέρει περισσότερο στο τελικό αποτέλεσμα;

(γ) Εάν το πείραμα απαιτεί το σχετικό σφάλμα  $\frac{\delta I}{I}$  να είναι της τάξεως του 5%, με τι ακρίβεια πρέπει να μετρηθεί η ακτίνα εάν η μάζα έχει μετρηθεί με ακρίβεια  $\frac{\delta M}{M} = 3\%$ ;

#### Απάντηση

$$(α) \delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial M} \delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial R} \delta R\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2} R^2 \delta M\right)^2 + (MR \delta R)^2} = \frac{1}{2} MR^2 \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2 \frac{\delta R}{R}\right)^2}$$

$$(β) \frac{\delta I}{I} = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2 \frac{\delta R}{R}\right)^2}$$

Το σχετικό σφάλμα της ακτίνας  $\frac{\delta R}{R}$  έχει συντελεστή βαρύτητας 2, που προφανώς προέρχεται από την τετραγωνική συνεισφορά της ακτίνας στην ροπή αδράνειας, και κατά συνέπεια συνεισφέρει κατά το διπλάσιο σε σχέση με το σχετικό σφάλμα της μάζας  $\frac{\delta M}{M}$ .

(γ) Από την παραπάνω σχέση και για  $\frac{\delta I}{I} = 0.02 = 2 \cdot 10^{-2}$  και  $\frac{\delta M}{M} = 0.03 = 3 \cdot 10^{-2}$  βρίσκουμε

$$\frac{\delta R}{R} = 2 \cdot 10^{-2} = 0.02$$

### ΘΕΜΑ 4°

(10 Μόρια)

(α) Μάζα σώματος μετράται με ζυγό ακριβείας 0.1kg πέντε συνεχόμενες φορές και δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα:

m (Kg)	12.0	12.0	12.0	12.0	12.0
--------	------	------	------	------	------

Ποιο το αποτέλεσμα (με το σφάλμα) της μέτρησης αυτής; Η απάντηση να τεκμηριωθεί αρκούτσως.

(β) Μετρούμενο φυσικό μέγεθος X υπακούει σε κανονική κατανομή με μέση τιμή  $\mu=10.0$  και τυπική απόκλιση  $\sigma=2.0$ . Ποια τιμή από τις  $X_1=13$  και  $X_2=6$  είναι πιθανότερο να εμφανιστεί στο δείγμα των μετρήσεων και γιατί;

#### Απάντηση

(α) Προφανώς το στατιστικό σφάλμα των μετρήσεων αυτών είναι μηδέν, άρα παραμένει ως συστηματικό η ακρίβεια του ζυγού:

$$m \pm dm = m \pm \delta m_{\text{stat}} \pm \delta m_{\text{syst}} = (12.00 \pm 0.00_{\text{stat}} \pm 0.10_{\text{syst}}) = (12.00 \pm 0.10) \text{ Kg}$$

(β) Το  $X_1$  απέχει από τη μέση τιμή  $\left| \frac{X_1 - \mu}{\sigma} \right| = \left| \frac{13 - 10}{2} \right| = 1.5$  ενώ το  $X_2$  απέχει  $\left| \frac{X_2 - \mu}{\sigma} \right| = \left| \frac{6 - 10}{2} \right| = 2.0$

Συνεπώς, το  $X_1$  έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να εμφανιστεί στο δείγμα.

### ΘΕΜΑ 5<sup>ο</sup>

(20 Μόρια)

Να γίνει η γραφική παράσταση για τη συνάρτηση  $y=f(x)$ , τιμές της οποίας δίνονται στον επόμενο πίνακα και να υπολογιστεί η κλίση  $K_1$  και  $K_2$  στα σημεία  $x_1=3$  και  $x_2=8$  αντίστοιχα. Δίνεται  $\Delta y=0.2$

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	8.2	7.0	5.0	2.8	1.0	0.2	1.0	4.0	9.8	19.0

#### Απάντηση

Από το γράφημα (το σφάλμα στο  $y$  είναι περίπου το εύρος του σημείου) οι ζητούμενες κλίσεις υπολογίζονται:

$$K_1 \approx -\frac{6.5}{3} \approx -2.2$$

$$K_2 \approx +\frac{8.5}{2} \approx +4.3$$

#### Σημείωση

Η γεννήτρια συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημείων αυτών

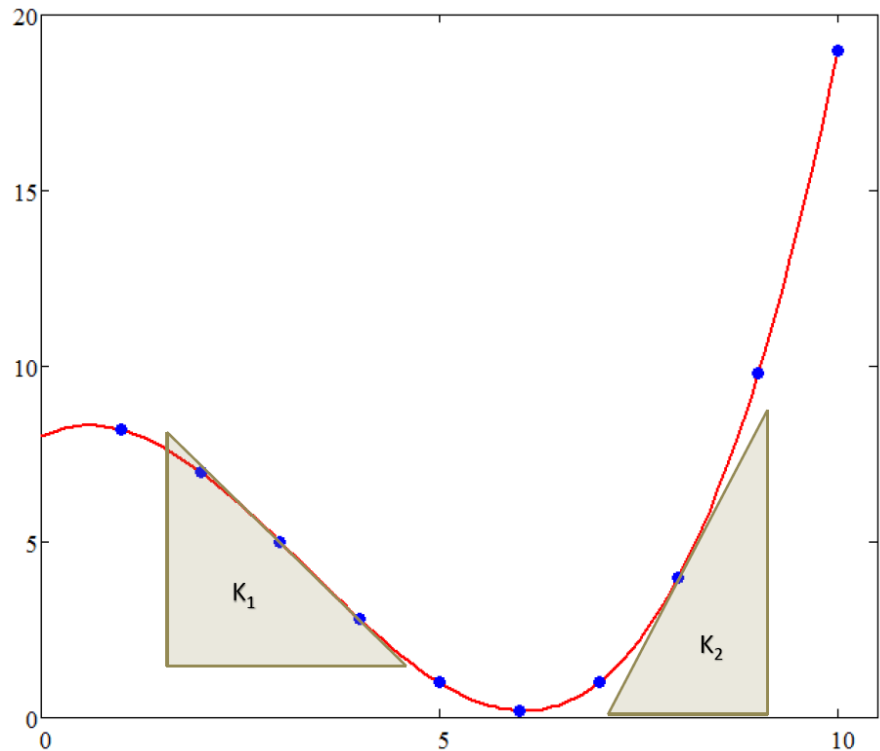
$$f(x) = 0.1x^3 - x^2 + 1.1x + 8$$

δίνει

$$f'(x) = 0.3x^2 - 2x + 1.1$$

$$f'(3) = -2.2$$

$$f'(8) = +4.3$$



#### ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i, \quad \delta\bar{x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\bar{x} - x_i)^2}{N(N-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

$$w = f(x, y, z) \Rightarrow \delta w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x} \delta x\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \delta y\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \delta z\right)^2}$$