1. Πραγματοποιείστε διαστατική ανάλυση (*scaling*) της εξίσωσης κίνησης, για αντικυκλωνική βαροτροπική δύνη ακτίνας10 *km*, στη μέση του ωκεανού και μέσα γεωγραφικά πλάτη, όπου παρατηρείται μέγιστη ταχύτητα 1 *m/sec*. Αν η δύνη μετακινηθεί 10^o βόρεια πόσο θα αλλάξει η μέγιστη ταχύτητα της (χωρίς να αλλάξουν άλλα χαρακτηριστικά της – A_H=10^3 m^{2}s^{-1}; A_V=10^{-5} m^{2}s^{-1})?

ΛΥΣΗ

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\nabla\right)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla_H P - 2\vec{\Omega}\times\vec{u} + A_H\nabla_H^2\vec{u} + A_V\frac{\partial^2\vec{u}}{\partial z^2}$$

$$\frac{U}{T} \quad \frac{U^2}{L}\frac{WU}{L} \quad \frac{\Delta P}{\rho_0 L} \quad fU \quad A_H\frac{U}{L^2} \quad A_V\frac{U}{H^2}$$

$$\text{using } T = \frac{L}{U} \text{ and } W = \frac{UH}{L}$$

$$\leftarrow 10^{-4} \rightarrow \qquad 10^{-4} \quad 10^{-5} \quad 10^{-10}$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \left(\vec{u}\cdot\nabla\right)\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\nabla_H P - 2\vec{\Omega}\times\vec{u} + A_H\nabla_H^2\vec{u}$$

Θεωρώντας ότι το βάθος του ωκεανού δεν αλλάζει, πρέπει να διατηρηθεί το άθροισμα πλανητικού και σχετικού στροβιλισμού:

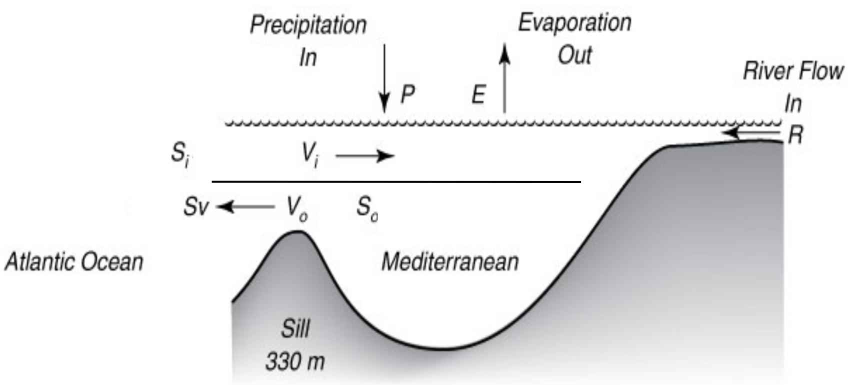
$$\frac{d}{dt}\left(f+\zeta\right)=0$$

$$\Delta f \approx 1.8\times10^{-5}\text{s}^{-1}$$

$$\Delta\zeta = -\Delta f = -\frac{\Delta U_{\max}}{R_{eddy}} \Rightarrow \Delta U_{\max} = R_{eddy}\cdot\Delta f$$

$$\Rightarrow \Delta U_{\max} = 10^4\text{m}\cdot1.8\times10^{-5}\text{s}^{-1} = 0.18\text{ms}^{-1}$$

2. Η Μεσόγειος Θάλασσα έχει έκταση 10^{12} m^2, ενώ χαρακτηρίζεται από αρνητικό το ισοζύγιο νερού (E-P-R=1 m/year). Η απώλεια νερού αντισταθμίζεται από ανταλλαγή στο στενό του Γιβραλτάρ με αλατότητα του νερού εισόδου S_i=37 (psu) και αλατότητα του νερού απορροής S_o=38 (psu). Θεωρώντας ότι τα χαρακτηριστικά και η στάθμη της Μεσογείου παραμένουν σταθερά στο χρόνο υπολογίστε το ρυθμό απορροής V_o (σε Sv) προς τον ανοικτό ωκεανό (αγνοήστε τις διαφορές πυκνότητας).



ΛΥΣΗ

$$E-P-R = 1\text{m/year}\times 10^{12}\,\text{m}^2 = \frac{1\text{m}}{365\cdot 86400\text{s}}\times 10^{12}\,\text{m}^2 = 3.17\times 10^4\,\text{m}^3\text{s}^{-1} = 0.0317\text{Sv}$$

Conservation of volume and salt:

$V_i - V_o = E - P - R$ (1)

$V_i S_i - V_o S_o = 0$ (2)

$$(2) \Rightarrow V_i = \frac{V_o S_o}{S_i}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{V_o S_o}{S_i} - V_o = E-P-R \Rightarrow V_o = \left(\frac{S_i}{S_o - S_i}\right) E-P-R$$

$$V_o = \frac{37}{1} 0.0317\text{Sv} = 1.17\text{Sv}$$

3. Στην περιοχή του Βορείου Αιγαίου και σε γεωγραφικό πλάτος 40°N εμφανίζεται ρεύμα, που συμπεριφέρεται γεωστροφικά (στην οριζόντια διεύθυνση) και υδροστατικά (στην κατακόρυφη διεύθυνση), ενώ εκτείνεται ζωνικά 100 km με βάθη 500 *m*. Αν η κλίση της ελεύθερης επιφάνειας στην περιοχή του είναι $-5\text{x}10^{-7}$ στη διεύθυνση δύσης-ανατολής, υπολογίστε τη μεταφορά του (σε Sv). (g=10 ms^{-2}, sin(40°)=0.64)

ΛΥΣΗ

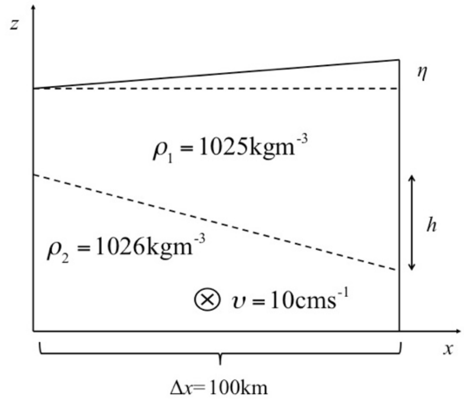
$$f = 2\Omega \sin\phi = 2\frac{2\times 3.14}{86400} 0.64\ \text{s}^{-1} = 9.3\times 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$$

Geostrophy:

$$f\upsilon = g\frac{\partial \eta}{\partial x} \Rightarrow \upsilon = \frac{g}{f}\frac{\partial \eta}{\partial x} \Rightarrow \upsilon = \frac{10\ \text{ms}^{-2}\times\left(-5\times 10^{-7}\right)}{9.3\times 10^{-5}\ \text{s}^{-1}} = -0.054\ \text{m s}^{-1}$$

$$volume\ transport(Q) = velocity \times cross-area =$$
$$= -0.054\ \text{m s}^{-1}\times 10^5\,\text{m}\times 500\ \text{m} = -2.7\times 10^6\ \text{m}^3\ \text{s}^{-1} = -2.7\ \text{Sv}$$

4. Στο παρακάτω σχήμα, δίδονται δύο στρώματα νερού (30°N), που βρίσκονται σε γεωστροφική ισορροπία. Στο κατώτερο στρώμα καταγράφεται ταχύτητα 10 cm/s, ενώ η διεπιφάνεια των στρωμάτων παρουσιάζει κλίση -100 *m* σε απόσταση 100 *km*. Υπολογίστε την κλίση της ελεύθερης επιφάνειας (ρ_0 = 1025 kg m^{-3}).



$$fv=\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x}\approx\frac{1}{\rho_0}\frac{\Delta P}{\Delta x}\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\Delta P=\rho f v\Delta x$$

$$\Delta P=g\eta\rho_1+gH\rho_1+gh\rho_1-gH\rho_1-gh\rho_2=g\eta\rho_1+gh\rho_1-gh\rho_2$$

$$g\eta\rho_1+gh\rho_1-gh\rho_2=\rho_0 f v\Delta x$$
$$f=2\Omega\sin\varphi=2\frac{2\pi}{86400s}\sin\varphi=7.27\times10^{-5}\mathrm{s}^{-1}$$
$$\eta=\frac{\rho_0 f v\Delta x+gh\left(\rho_2-\rho_1\right)}{g\rho_1}=\frac{1025\mathrm{kgm^{-3}}7.27\times10^{-5}\mathrm{s^{-1}}0.1\mathrm{ms^{-1}}10^5\mathrm{m}+100\mathrm{m}1\mathrm{kgm^{-3}}9.81\mathrm{ms^{-2}}}{9.81\mathrm{ms^{-2}}1025\mathrm{kgm^{-3}}}=0.17\mathrm{m}$$
$$\eta=17\mathrm{cm}$$
$$\mathrm{a}=\frac{\eta}{\Delta x}=\frac{0.17\mathrm{m}}{10^5\mathrm{m}}=1.7\times10^{-6}$$

5. Σε περιστρεφόμενη εργαστηριακή δεξαμενή, διαμέτρου 20 m, τοποθετούμε ρευστό με βάθος 1 m και την ρυθμίζουμε ώστε να ικανοποιεί οριακά τη γεωστροφική προσέγγιση.

(α) Υπολογίστε την κλίμακα της ταχύτητας του ρευστού που ικανοποιεί την παραπάνω προσέγγιση.

(β) Υπολογίστε την κλίση της ελεύθερης επιφάνειας που ικανοποιεί την παραπάνω προσέγγιση.

(γ) Υπολογίστε την απόσταση από το βυθό, όπου δεν ισχύει η γεωστροφική προσέγγιση.

ΛΥΣΗ:

Για να ισχύει η γεωστροφική προσέγγιση πρέπει:

$$R_O<<1, E_K(H)<<1, E_K(V)<<1$$

Άρα οριακά:

$$R_O\sim10^{-2}, E_K(H)\sim10^{-2}, E_K(V)\sim10^{-2}$$

(α)

Για τον υπολογισμό (scaling: χρησιμοποιούμε δυνάμεις του 10) της συχνότητας περιστροφής της δεξαμενής:

$$E_K(H)=\frac{A_H}{\Omega L^2}=10^{-2}\Rightarrow\Omega=1s^{-1}$$
$$E_K(V)=\frac{A_V}{\Omega H^2}=10^{-2}\Rightarrow\Omega=1s^{-1}$$

και από τον αριθμό Rossby:

$$R_O=\frac{U}{\Omega L}=10^{-2}\Rightarrow U=10^{-1}ms^{-1}$$

(β)

Γεωστροφική προσέγγιση (ομογενές: σχέσεις «αβαθούς ωκεανού»)

$$\Omega f\sim g\frac{\partial\eta}{\partial x}\Rightarrow\frac{\partial\eta}{\partial x}\sim\frac{\Omega U}{g}\sim10^{-2}$$

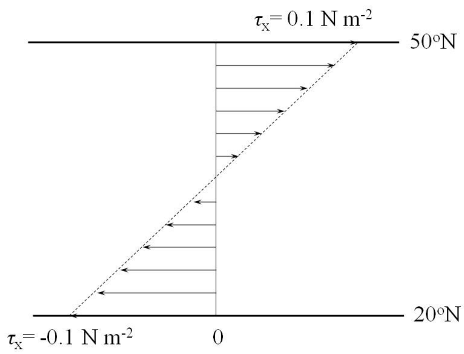
(γ)

Το στρώμα κοντά στο βυθό (Ekman layer) όπου δεν ισχύει η γεωστροφία έχει πάχος:

$$E_K(V)\sim1\Rightarrow\frac{A_V}{\Omega H^2}\sim1\Rightarrow H\sim\sqrt{\frac{A_V}{\Omega}}=10^{-1}m$$

6. Θεωρείστε την παρακάτω κατανομή της τάσης του ανέμου (η μεσημβρινή συνιστώσα της τάσης του ανέμου είναι μηδενική), μεταξύ των γεωγραφικών πλατών 20°N και 50°N. Υπολογίστε το λόγο της μεταφοράς μάζας κατά Ekman προς τη μεταφορά μάζας κατά Sverdrup στο γεωγραφικό πλάτος 45°N.

<u>ΛΥΣΗ</u>



$$f = 2\Omega \sin\theta; \quad \beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{1}{R_{earth}}\frac{\partial f}{\partial \theta} = \frac{2\Omega\cos\theta}{R_{earth}}$$

$$\tau^x\left(45^o\right) = \frac{45^o - 35^o}{50^o - 35^o} 0.09\text{Nm}^{-2} = 0.06\text{Nm}^{-2}$$

$$\frac{\partial \tau^x}{\partial y} = \frac{1}{R_{earth}}\frac{\partial \tau^x}{\partial \theta} = \frac{1}{R_{earth}}\frac{0.09\text{Nm}^{-2}}{\left(50^o - 35^o\right)\pi/180^o} = \frac{0.3437\text{Nm}^{-2}}{R_{earth}}$$

At 45^{o}N:

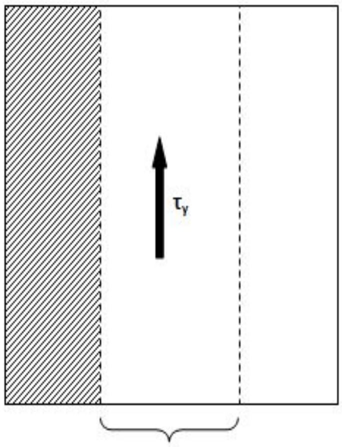
$$M_e = -\frac{\tau^x}{f} = -\frac{0.06}{2\Omega\sin\left(45^o\right)}\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$M_s = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial \tau^x}{\partial y} = -\frac{0.3437\text{Nm}^{-2}}{R_{earth}\dfrac{2\Omega\cos\left(45^o\right)}{R_{earth}}} = -\frac{0.3437}{2\Omega\cos\left(45^o\right)}\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$$

$$\alpha = \frac{M_e}{M_s} = \frac{-0.06\cdot 2\Omega\cos\left(45^o\right)}{-0.3437\cdot 2\Omega\sin\left(45^o\right)} = 0.175$$

7. Σε μια ακτή μέσου γεωγραφικού πλάτους (f= 8x10^{-5} sec^{-1}), η οποία έχει διεύθυνση βορρά-νότου, φυσάει άνεμος που επιδρά με τάση 0.2 Pa. Η ζώνη upwelling είναι 20 km. Υπολογίστε την κατακόρυφη ταχύτητα ανάβλυσης στη ζώνη αυτή (υποθέτοντας μηδενική διαταραχή στην επιφάνεια και απουσία άλλων φαινομένων – ρ=1025kg/m^3).

<u>ΛΥΣΗ</u>



Ekman transport:

$$U_E = \frac{\tau^y}{\rho f} = \frac{0.2\text{Pa}}{1025\text{kgm}^{-3} 8\times10^{-5}\text{s}^{-1}} = 2.44\text{m}^2\text{s}^{-1}$$

Ekman pumping:

$$\bar{w}_E = \frac{U_E}{\Delta x} = \frac{2.44\text{m}^2\text{s}^{-1}}{2\times10^4\text{m}} = 1.22\times10^{-4}\text{ms}^{-1}$$

8. Μια τυπική κατανομή της τάσης του ανέμου, που εμφανίζεται στα μεσαία γεωγραφικά πλάτη, μπορεί να γραφεί ως $\tau^x = -\tau_0 \cos(\pi y/L)$, όπου $\tau_0 = 0.1$ *Pa* ($\beta = 2\text{x}10^{-11}$ s^{-1} m^{-1} και $<\rho>=1025$ kg/m^3).

α) Υπολογίστε τη μεταφορά μάζας κατά Ekman και κατά Sverdrup στα όρια της περιοχής που περικλείεται από το 0 και L (y=0 at 20^{o}N; $y=L$ at 40^{o}N). Ποιά είναι η διαφορά τους (εξηγείστε); Ποιό είναι το ισοζύγιο μάζας στην περιοχή που περικλείεται από τα 0 και L.

β) Αν υποθέσετε ωκεανό πλάτους 5000 km, υπολογίστε τη μεταφορά μάζας κατά Ekman και λόγω γεωστροφίας από και πρός την περιοχή.

γ) Θεωρώντας μέση θερμοκρασία του στρώματος Ekman 25^{o}C και μέση θερμοκρασία του ωκεανού 10^{o}C υπολογίστε το θερμικό ισοζύγιο της περιοχής (c_p=4000 $J\,kg^{-1}$ C^{-1}).

δ) Υπολογίστε την ανάβλυση κατά Ekman (Ekman pumping) στο μέσο της περιοχής.

ε) Υπολογίστε τη μέγιστη μεταφορά (σε Sv) του ρεύματος δυτικού ορίου.

<u>ΛΥΣΗ</u>

(α)

$$M_e(0) = -\frac{-\tau_0\cos(0)}{f(20^o)} = \frac{0.1\text{N}\cdot 1}{4.97\times10^{-5}\text{s}^{-1}} = 2\times10^3\text{kg/ms}$$

$$M_e = -\frac{\tau^x}{f}$$

$$M_e(L) = -\frac{-\tau_0\cos(\pi)}{f(20^o)} = \frac{0.1\text{N}\cdot(-1)}{9.35\times10^{-5}\text{s}^{-1}} = -1\times10^3\text{kg/ms}$$

$$M_S(0) = 0$$

$$M_S = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial\tau^x}{\partial y}$$

$$M_S(L) = 0$$

$Difference \rightarrow Geostrophy$

$Mass\ \ balance = 0$ (No Sverdrup transport at the boundaries)

(β)

$$M_{eTOT}(0) = 5\times10^6\,\text{m}\cdot 2\times10^3\,\text{kg/ms}=10^{10}\,\text{kg/s}$$
$$M_{eTOT}(L) = 5\times10^6\,\text{m}\cdot -1\times10^3\,\text{kg/ms}=\text{-}0.5\times10^{10}\,\text{kg/s}$$

$$M_{gTOT}(0) = -10^{10}\,\text{kg/s}$$
$$M_{gTOT}(L) = 0.5\times10^{10}\,\text{kg/s}$$

(γ)

$$Q(0) = c_p T_e M_{eTOT}(0) + c_p T_0 M_{gTOT}(0) =$$
$$= 4000\,\text{J/kg}^o\text{C}\cdot 25^o\text{C}\cdot 10^{10}\,\text{kg/s-}4000\,\text{J/kg}^o\text{C}\cdot 10^o\text{C}\cdot 10^{10}\,\text{kg/s}$$
$$=10^{15}\,\text{W} - 0.4\times10^{15}\,\text{W=0.6PW}$$
$$Q(L) = c_p T_e M_{eTOT}(L) + c_p T_0 M_{gTOT}(L) =$$
$$= -4000\,\text{J/kg}^o\text{C}\cdot 25^o\text{C}\cdot 0.5\times10^{10}\,\text{kg/s+}4000\,\text{J/kg}^o\text{C}\cdot 10^o\text{C}\cdot 0.5\times10^{10}\,\text{kg/s}$$
$$=\text{-}0.5\times10^{15}\,\text{W+}0.2\times10^{15}\,\text{W=-0.3PW}$$

$$QTOT = 0.6\text{PW-}\left(\text{-0.3PW}\right) = 0.9\text{PW}$$

(δ)

$$w_e = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}$$
$$w_e(L/2) = -\frac{1}{\rho f}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\bigg|_{L/2} = -\frac{1}{\rho f} - \tau_0 \frac{\pi}{L} - \sin\left(\pi/2\right)$$
$$= -\frac{3.14\cdot 0.1\text{Pa}\cdot\sin(90^o)}{1025\text{kg/m}^3\,\dfrac{2\cdot 2\pi\cdot\sin(30^o)}{86400\text{s}}\,20\times10^5\,\text{m}} = -2.1\times10^{-6}\,\text{m/s}$$

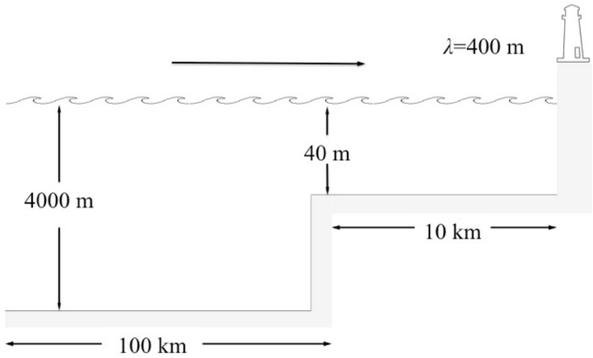
(ε)

$$M_{WB} = -\int_{xwest}^{xeast} M_y\Big|_{y=L/2}\text{dx} = -\int_{xwest}^{xeast}\left(-\frac{1}{\beta}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right)\bigg|_{y=L/2}\text{dx} =$$
$$=\left(\frac{1}{\beta}\frac{\partial \tau^x}{\partial y}\right)\bigg|_{y=L/2}\Delta x = \frac{1}{\beta} - \tau_0\frac{\pi}{L} - \sin\left(\pi/2\right)\Delta x$$
$$M_{WB} = \frac{3.14\cdot 0.1\text{Pa}\cdot\sin(90^o)}{2\times10^{-11}\,\text{m}^{-1}\text{s}^{-1}\cdot 20\times10^5\,\text{m}}5\times10^6\,\text{m} = 3.925\times10^{10}\,\text{kg/s}$$

using $\bar{\rho} = 1025\text{kg/m}^{-3}$ $\quad U_{WB} = \dfrac{3.925\times10^{10}\,\text{kg/s}}{1025\text{kg/m}^{-3}} = 38.3\ \text{Sv}$

9. Επιφανειακό κύμα, με μήκος κύματος 400m, διαδίδεται στην επιφάνεια της θάλασσας (όπως στο παρακάτω σχήμα, ξεκινώντας από την αριστερή πλευρά του σχήματος). Υπολογίστε το χρόνο που χρειάζεται για να φτάσει το κύμα στην ακτή.

<u>ΛΥΣΗ</u>



Στο πρώτο μέρος ισχύει $\lambda << H$ και είναι βραχύ κύμα:

$$c_1 = \sqrt{\frac{g}{k}} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{9.81\text{ms}^{-2}\,400\text{m}}{6.28}} = 25\text{ms}^{-1}$$

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{c_1} = \frac{10^5\,\text{m}}{25\text{ms}} \approx 4000\text{s}$$

Στο δεύτερο μέρος ισχύει $\lambda >> H$ και είναι μακρό κύμα:

$$c_2 = \sqrt{gH} = \sqrt{10\text{ms}^{-2}\,40\text{m}} = 20\text{ms}^{-1}$$

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{c_2} = \frac{10^4\,\text{m}}{20\text{ms}} = 500\text{s}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 4500\text{s} = 1.25\text{hours}$$

10. Δύο μακρά κύματα (απουσία περιστροφής), ένα επιφανειακό και ένα εσωτερικό ξεκινούν μαζί και διασχίζουν τον Ατλαντικό (5000 km). Με τι χρονική διαφορά θα φτάσουν στην άλλη ακτή (θεωρείστε ότι ο ωκεανός αποτελείται από ένα στρώμα ανάμιξης 100 m και πυκνότητας 1026 kg/m^3 και ένα βαθύ στρώμα 900 m και πυκνότητας 1030 kg/m^3)?

<u>ΛΥΣΗ</u>

Επιφανειακό κύμα:

$$c_{ext} = \sqrt{gH} = \sqrt{g\left(h_1 + h_2\right)} = \sqrt{10\text{m s}^{-2}\,1000\text{m}} = 100\text{m s}^{-1}$$

$$t_{ext} = \frac{\Delta x}{c_{ext}} = \frac{5\times 10^6\,\text{m}}{100\text{m s}^{-1}} = 5\times 10^4\,\text{s} \approx 13.9\text{ hours}$$

Εσωτερικό κύμα:

$$c_{\text{int}} = \sqrt{g' h_1} = \sqrt{\frac{\Delta\rho}{\rho_2} g h_1} = \sqrt{\frac{4\text{ kg m}^{-3}}{1030\text{ kg m}^{-3}} 10\text{m s}^{-2}\,100\text{m}} = 1.97\text{m s}^{-1}$$

$$t_{\text{int}} = \frac{\Delta x}{c_{\text{int}}} = \frac{5\times 10^6\,\text{m}}{1.97\text{m s}^{-1}} = 2538071\text{s} \ \left(\approx 29.4\text{ days}\right)$$

$$\Delta t = t_{\text{int}} - t_{ext} = 2488071\text{s} \ (\approx 28.8\text{ days})$$

11. Μια κλιματική διακύμανση ("τύπου EL Nino") στον ωκεανό (πλάτους 10000 km και μέσης πυκνότητας 1030 kg/m^3) και σε μεσαία γεωγραφικά πλάτη (f = 4 x 10^{-5} s^{-1}) μπορεί να περιγραφεί από ένα μακρό εσωτερικό κύμα βαρύτητας, που διαδίδεται ζωνικά από το δυτικό όριο στο ανατολικό όριο και ένα μακρό εσωτερικό κύμα Rossby, που ανακλάται και διαδίδεται ζωνικά προς το δυτικό όριο. Ο ωκεανός αποτελείται από ένα επιφανειακό ενεργό στρώμα πυκνότητας πάχους 103 m και ένα βαθύ «ανενεργό» στρώμα πάχους 4.15 km, που έχουν διαφορά πυκνότητας 4 kg/m^3. Πόσα (περίπου χρόνια είναι περίοδος (ο χρόνος για να εκδηλωθεί ένας κύκλος) της κλιματικής διακύμανσης. [g = 10 m/s^2, β_0 = 2 x 10-11 s^{-1} m^{-1}]

ΛΥΣΗ

$$C_\beta = \sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho_0}h} = \sqrt{10 \text{ m/s}^2 \frac{4 \text{ kg/m}^3}{1030 \text{ kg/m}^3} 103 \text{ m}} = 2 \text{ m/s}, \ \Delta t_\beta = \frac{10^7 \text{ m}}{2 \text{ m/s}} = 5 \times 10^6 \text{ s}$$

$$C_R = -\beta_0 \frac{g\frac{\Delta\rho}{\rho_0}h}{f^2} = -2\times 10^{-11} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1} \frac{4 \text{ m}^2/\text{s}^2}{16\times 10^{-10} \text{ s}^{-2}} = 5\times 10^{-2} \text{ m/s},$$

$$\Delta t_R = \frac{10^7 \text{ m}}{5\times 10^{-2} \text{ m/s}} = 2\times 10^8 \text{ s}$$

$$\Delta t = \Delta t_\beta + \Delta t_R = 2.05\times 10^8 \text{ s} \simeq 6.5 \text{ years}$$

12. Κυματοπακέτο Rossby (πολύ μεγάλου μήκους κύματος) ταξιδεύει δυτικά σε γεωγραφικό πλάτος 30^o , προσκρούει στο δυτικό όριο και ανακλάται με ομαδική ταχύτητα 100 φορές μικρότερη από την αρχική. Ποιο το μήκος κύματος και η περίοδος του ανακλώμενου κυματοπακέτου (βάθος ωκεανού H=1000 m; ακτίνα της γης R=6371 km)

ΛΥΣΗ

$$\omega = -\frac{\beta k}{\frac{1}{R^2}+k}^{\,2}$$

Short wavelength: $k > \frac{1}{R} \Rightarrow \omega = -\frac{\beta}{k} \Rightarrow c_{gS} = \frac{\beta}{k^2}$

Long wavelength: $k < \frac{1}{R} \Rightarrow \omega = -\beta k R^2 \Rightarrow c_{gL} = -\beta R^2$

$$c_{gS} = \frac{c_{gL}}{100}$$

$$\frac{\beta}{k^2} = \frac{\beta R^2}{100} \Rightarrow k^2 = \frac{100}{R^2} \Rightarrow k = \frac{10}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{10}{R} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi R}{10} = \frac{2\pi\sqrt{gH}}{10 f}$$

$$\left(f = 2\Omega\sin(\theta) = 2\frac{2\pi}{86400 \text{ s}}\sin(30^o) = 7.26\times 10^{-5} \text{ s}^{-1} \right)$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{2\times 3.14\times\sqrt{10 \text{m/s}^2\times 1000 \text{ m}}}{10\times 7.26\times 10^{-5} \text{ s}^{-1}} \approx 865 \text{ km}$$

$$\omega = \left|-\frac{\beta}{k}\right| \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{\beta\lambda}{2\pi} \Rightarrow T = \frac{4\pi^2}{\beta\lambda}$$

$$\left(\beta = 2\frac{2\pi}{86400 \text{ s}\times 6371000 \text{ m}}\cos(30^o) = 1.977\times 10^{-11} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1} \right)$$

$$T = \frac{4\times 9.86}{8.65\times 10^5 \text{m}\cdot 1.977\times 10^{-11} \text{m}^{-1}\text{s}^{-1}} = 2.3\times 10^6 \text{ s} \approx 27 \text{ days}$$

13.

α) Υπολογίστε το λόγο ταχυτήτων των: (i) βραχέων κυμάτων Rossby (ίδιου μήκους κύματος και πάχους) και (ii) μακρών κυμάτων Rossby (ίδιου μήκους κύματος και πάχους), μεταξύ των γεωγραφικών πλατών 30ºN και 45ºN (τα κύματα διαδίδονται στη διεύθυνση ανατολής-δύσης).

β) Βρείτε το κρίσιμο πάχος *H* γεωφυσικού ρευστού, σε γεωγραφικό πλάτος με $f = 10^{-4}$ s^{-1}, στο οποίο οι διαταραχές κλίμακας L = 100 km διαδίδονται με τη μορφή μακρών βαρυντικών κυμάτων (στα μικτά κύματα μπορούμε να αγνοήσουμε την περιστροφή).

γ) Γεωφυσικό ρευστό αποτελείται από ενεργό (επιφανειακό) στρώμα και αδρανές στρώμα (reduced gravity model). Αν γνωρίζετε ότι τα επιφανειακά βαρυντικά κύματα διαδίδονται με ταχύτητα εκατονταπλάσια των εσωτερικών και το συνολικό πάχος του ρευστού είναι δεκαπλάσιο του πάχους του ενεργού στρώματος, υπολογίστε τη διαφορά πυκνότητας μεταξύ των δύο στρωμάτων (ρ_0 = 1000 kg/m^3).

ΛΥΣΗ

α)

Βραχέα κύματα Rossby: $\lambda < R \rightarrow K^2 \gg \frac{1}{R^2} \rightarrow \omega \simeq -\frac{\beta_0 k}{K^2} \left(\text{for } l = 0 \rightarrow \omega \simeq -\frac{\beta_0}{k}\right)$

Μακρά κύματα Rossby: $\lambda > R \rightarrow K^2 \ll \frac{1}{R^2} \rightarrow \omega \simeq -\beta_0 K R^2 \ \left(\text{for } l = 0 \rightarrow \omega \simeq -\beta_0 k R^2\right)$

Φασική ταχύτητα (στη x-διεύθυνση) $c_x = \omega/k$

$$\alpha_s = \frac{C_s(30^o N)}{C_s(45^o N} = \frac{\frac{-\beta(30^o N)}{\cancel{k^2}}}{\frac{-\beta(30^o N)}{\cancel{k^2}}} = \frac{cos(30^o)}{cos(45^o)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 1.22$$

$$\alpha_l = \frac{C_l(30^o N)}{C_l(45^o N} = \frac{-\beta(30^o N) R^2(30^o N)}{-\beta(45^o N) R^2(45^o N)} = \frac{cos(30^o)}{cos(45^o)} \frac{sin^2(45^o)}{sin^2(30^o)} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2.45$$

β) Μικτά κύματα (Poincare’): $\omega = \sqrt{f^2 + gHK^2}$

Για απουσία περιστροφής:

$$gHk^2 = 10^2 f^2 \longrightarrow gH\frac{1}{L^2} = 10^2 f^2 \Rightarrow H = \frac{10^2 f^2 L^2}{g}$$

$$H = 10^3 \text{ m}$$

γ)

Εσωτερικό βαρυντικό κύμα: $C_i = \sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho_0}h}$ Επιφανειακό βαρυντικό κύμα: $C_e = \sqrt{gH}$

$$\sqrt{gH} = 100\sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho_0}h} = 100\sqrt{g\frac{\Delta\rho}{\rho_0}\frac{H}{10}}$$

$$H = 10^{-4} 10 \rho_0 = 1 \ kg/m^2$$

14. Στη μέση του ωκεανού παρατηρούμε την άφιξη swell (κυματοπακέτα) με περίοδο 10 sec, που προκλήθηκε από μακρινή καταιγίδα. Γνωρίζοντας ότι η καταιγίδα συνέβη πριν από μιάμιση μέρα, υπολογίστε την απόσταση της καταιγίδας από το καράβι.

<u>ΛΥΣΗ</u>

Βαθύς ωκεανός: Short wave limit

Κυματοπακέτα (ομαδική ταχύτητα)

$$\omega^2 = gk$$

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{k}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\omega^2 / g}} = \frac{g}{2\omega} = \frac{gT}{2 \cdot 2\pi}$$

$$c_g = \frac{gT}{4\pi} = \frac{9.81\text{m/s}^2 10\text{ s}}{4 \cdot 3.14} = 7.81\text{m/s}$$

$$c_g = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = c_g \Delta t = 7.81\text{m/s} \cdot 1.5 \cdot 86400\text{s} \approx 1012\text{km}$$