ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ & ΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΣΩΜΑΤΙΑ

Κ. Βελλίδης & Θ. Μερτζιμέκης

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ, 2022

- Ιδιότητες των Σωματίων
- Ισοτοπικό Σπιν

Ιδιότητες των Σωματίων

- Ιδιότητες θεμελιακής κατάστασης
- Φάσμα και Ιδιότητες διεγερμένων καταστάσεων
- Μάζα
- Φορτίο
- Σπίν
- Ισοτοπικό Σπίν
- Ομοτιμία
- Βαρυονικός Αριθμός
- Λεπτονικός Αριθμός
- κλπ, κλπ…

Κατανόηση της ιδιότητας σημαίνει κατανόηση:

- του πώς μετριέται
- του πως υπολογίζεται, (στην περίπτωση που μπορούμε να την υπολογίσουμε)

I. Θεμελιακή και διεγερμένες καταστάσεις σωματίων του μικρόκοσμου.

- Ποια έχουν διεγερμένες καταστάσεις;

Ιδιότητες θεμελιακής κατάστασης

- Μπορούμε να εξετάσουμε πολλές:
- μάζα (κατανομή μάζας;)
- Φορτίο (κατανομή φορτίου;)
- Μέγεθος
- Σχήμα
- Σπιν
- Ομοτιμία
- Κλπ, κλπ

Φάσμα και Ιδιότητες Διεγερμένων Καταστάσεων

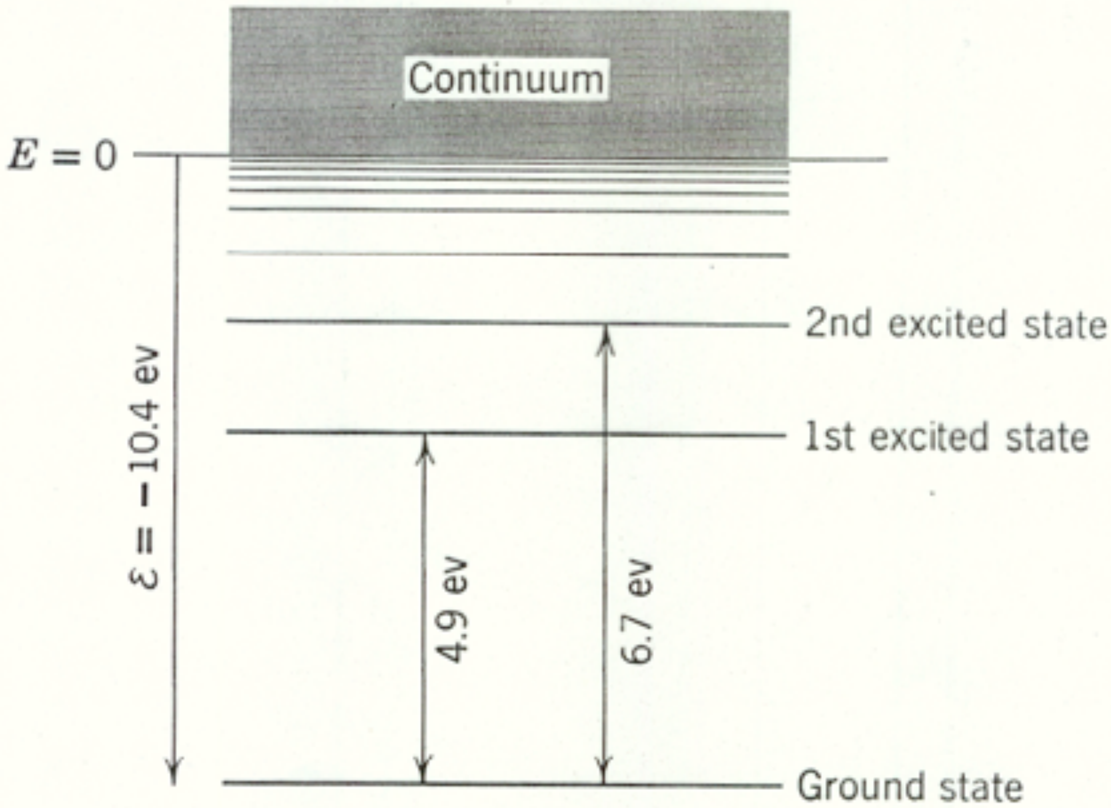
- Εκτός από την θεμελιακή του κατάσταση ένα σωμάτιο μπορεί να έχει διεγερμένες καταστάσεις.

[Η καταγραφή των ενεργειακών σταθμών και οι ιδιότητες τους αποτελούν εξαιρετικά πλούσιο πεδίο έρευνας κβαντικών συστημάτων]

  – Ποιες ιδιότητες τους μας ενδιαφέρουν?
  – Πως ανιχνεύονται?
  – Πως αποδιεγείρονται?

Μια διεγερμένη κατάσταση μπορεί να χαρακτηρισθεί με τον ίδιο τρόπο που χαρακτηρίζεται η θεμελιακή κατάσταση. Επιπλέον εξαιρετική σημασία έχει η ενέργεια διέγερσης, η ημιζωή της και οι τρόποι αποδιέγερσής της.

Διέγερση Ατόμου

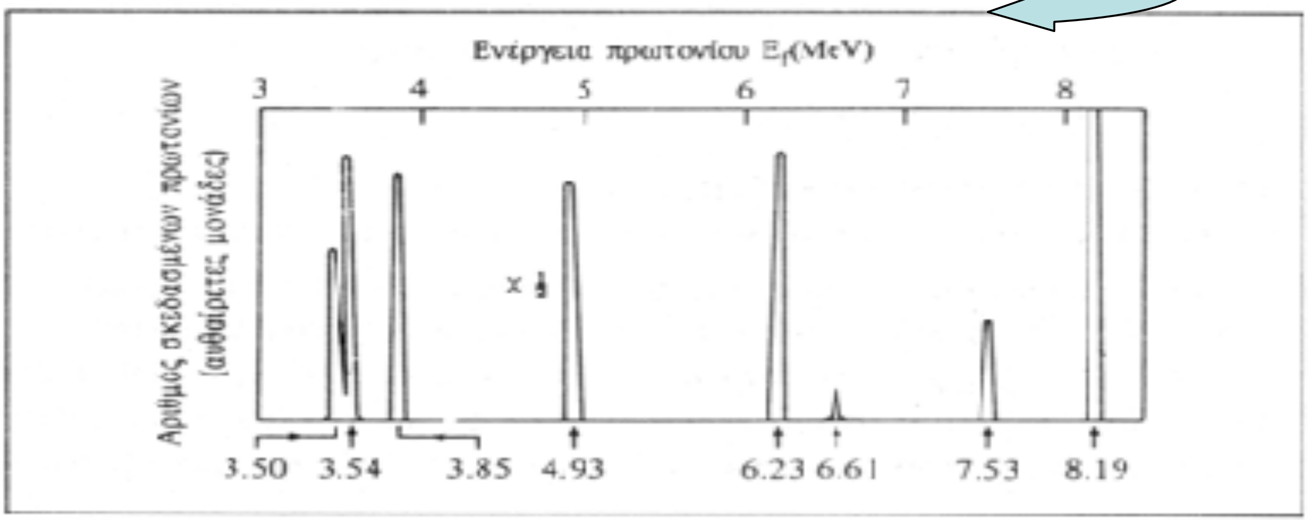


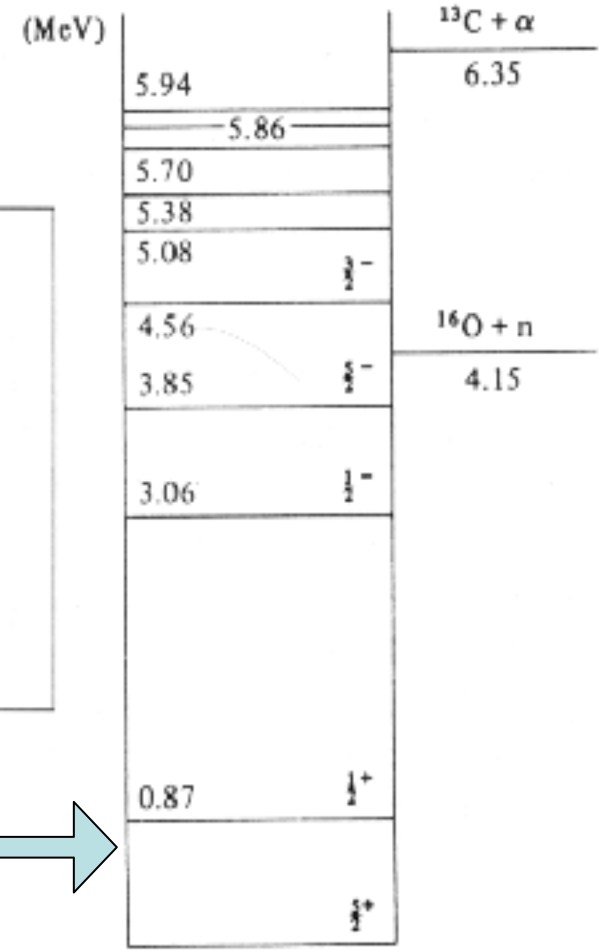
A considerably simplified energy level diagram for mercury.

Ανακαλούμε ότι η μελέτη των διεγερμένων καταστάσεων του ατόμου (ατομική φασματοσκοπία «γέννησε» την ατομική θεωρία και την κβαντομηχανική!)

Διέγερση Πυρήνων

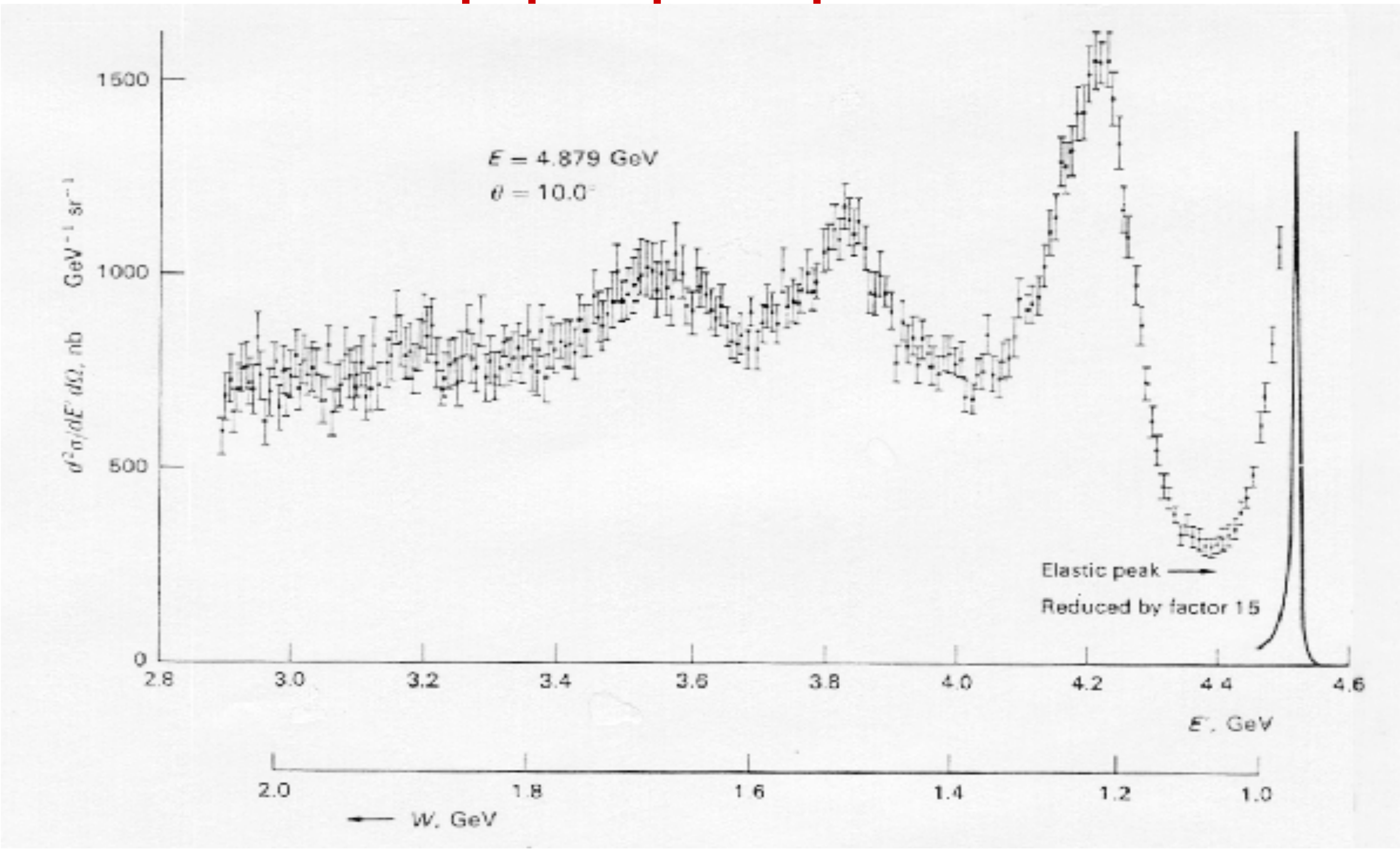
Συστήματα του μικροκόσμου (λ.χ. πυρήνες ή αδρόνια μπορούν να διεγερθούν με πειράματα σκέδασης)





Από το φάσμα διέγερσης, εύκολα κατασκευάζεται το διάγραμμα ενεργειακών σταθμών του συστήματος

Διέγερση Αδρονίων



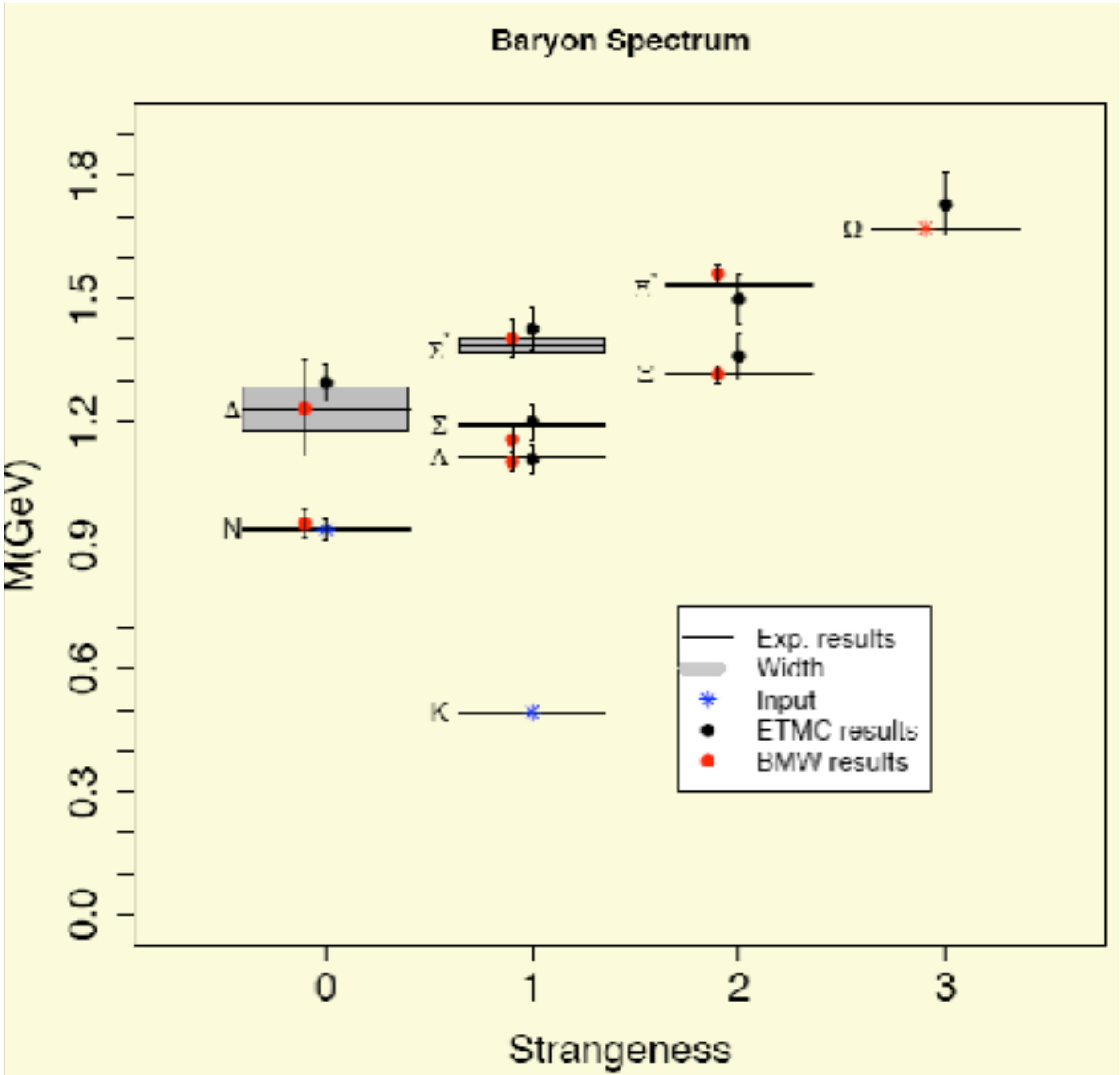
Φάσμα σκέδασης ηλεκτρονίων από πρωτόνιο. H(e,e') DESY

Μάζα

(καλό παράδειγμα μιας ιδιότητας που μας φαίνεται γνωστή)

- Εξαιρετικά σημαντική ιδιότητα.
  - **Μέτρηση:** Με αρκετούς διαφορετικούς τρόπους, λ.χ. με μαγνητικό φασματογράφο εάν το σωμάτιο είναι φορτισμένο, αξιοποιώντας την δύναμη Lorentz.
    - **Τι θα προτείνατε εάν το σωμάτιο είναι αφόρτιστο;**
  - **Υπολογισμός:** Δεν γνωρίζουμε πώς από πρώτες αρχές. Αλλά συχνά ανάγονται σε πιο θεμελιακές παραμέτρους: λ.χ. το φάσμα μαζών των βαρυονίων από τις μάζες των κουάρκς και το σθένος της ισχυρής αλληλεπίδρασης υπολογισμένο σε ΚΧΔ.

Μάζες Βαρυονίων
(υπολογισμένες σε ΚΧΔ – θεωρία πλέγματος)



Σπιν

- Εξαιρετικά σημαντική ιδιότητα. Ξεχωρίζει από όλες τις άλλες λόγω του Θεωρήματος Σπιν – Στατιστικής.
  - Διάκριση σε Μποζόνια και Φερμιόνια
    - Μποζόνια (ακέραιο σπιν: 0,1,2,..)
    - Φερμιόνια (κλασματικό σπιν: ½, 3/2, 5/2…)
  - Συμμετρία της κυματοσυνάρτησης σε μεταθέσεις (ανταλλαγές Σωματίων)

Συμμετρία Κυματοσυναρτήσεων (σύνθετων σωματίων και συστημάτων)

- **Μποζόνια:** Η κυματοσυνάρτηση είναι συμμετρική σε ανταλλαγή των συστατικών σωματίων
- **Φερμιόνια:** Η κυματοσυνάρτηση είναι αντισυμμετρική σε ανταλλαγή των συστατικών σωματίων

Υπονοείται ότι το σύστημα είναι σύνθετο (λ.χ. άτομο, πυρήνας, αδρόνιο), έχει συστατικά, ώστε να μπορούν να ανταλλαχθούν.

Ανταλλαγή Σωματίων

- Ανταλλαγή των συστατικών σωματίων ενός σώματος συνεπάγεται την ανταλλαγή όλων τους των χαρακτηριστικών. Κατ΄ελάχιστο, συνεπάγεται την ανταλλαγή θέσης και σπιν (διότι όλα τα σωμάτια έχουν θέση και σπιν!)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ:

- Άτομο Ηλίου (ανταλλαγή των δύο ηλεκτρονίων)
  - Ανταλλαγή θέσεων και σπιν

- Positronium (Δέσμιο σύστημα ηλεκτρονίου - ποζιτρονίου)
  - Ανταλλαγή θέσεων, σπιν και φορτίων

- Πρωτόνιο (Δέσμιο σύστημα τριών κουάρκς)
  - Ανταλλαγή θέσεων, σπιν, γεύσεων και χρώματος

Positronium
(Η δέσμια κατάσταση ηλεκτρονίου ποζιτρονίου)

Μπορούμε να γράψουμε την ολική κυματοσυνάρτηση της κατάστασης του ποζιτρονίου ως γινόμενο τριών κυματοσυναρτήσεων που εξαρτώνται αντίστοιχα από τις χωρικές συντεταγμένες, το σπιν και το φορτίο:

$$\psi(\text{ολική}) = \Phi(\text{χώρο})\alpha(\text{σπιν})\chi(\text{φορτίο})$$

οπότε πρέπει να εξετάσουμε πώς συμπεριφέρονται οι συναρτήσεις αυτές κάτω από την ανταλλαγή σωματίων. Αν το ηλεκτρόνιο και το ποζιτρόνιο ήταν ταυτόσημα φερμιόνια και όχι φερμιόνιο και αντιφερμιόνιο, θα μπορούσαμε να συμπεράνουμε,ότι η ψ(ολική) θα ήταν αντισυμμετρική.

Ας δούμε πως μπορεί να γραφεί η συνάρτηση του σπιν για ένα συνδυασμό δύο σωματίων με σπιν $1/2$. Συμβολίζοντας με $\psi_1(s, s_z)$ και $\psi_2(s, s_z)$ τις συναρτήσεις για τα σωμάτια 1 και 2 αντίστοιχα, και το συνδυασμό τους με $\alpha(S, S_z)$ (όπου s,S είναι τα σπιν και s_z, S_z οι τρίτες προβολές τους), οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί είναι:

Σύστημα 2 σωματίων με σπιν 1/2

Ας δούμε πως μπορεί να γραφεί η συνάρτηση του σπιν για ένα συνδυασμό δύο σωματίων με σπιν 1/2. Συμβολίζοντας με $\psi_1(s, s_z)$ και $\psi_2(s, s_z)$ τις συναρτήσεις για τα σωμάτια 1 και 2 αντίστοιχα, και το συνδυασμό τους με $\alpha(S, S_z)$ (όπου s, S είναι τα σπιν και s_z, S_z οι τρίτες προβολές τους), οι τέσσερις δυνατοί συνδυασμοί είναι:

$$\alpha(1,1) = \psi_1(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})\psi_2(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})$$

$$\alpha(1,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})\psi_2(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}) + \psi_2(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})\psi_1(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2})]$$

$$\alpha(1,-1) = \psi_1(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2})\psi_2(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2})$$

$$\alpha(0,0) = \frac{1}{\sqrt{2}}[\psi_1(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})\psi_2(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2}) - \psi_2(\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2})\psi_1(\tfrac{1}{2}, -\tfrac{1}{2})]$$

όπου οι τρεις πρώτες αποτελούν μια τριάδα με σπιν $S = 1$ και $S_z = 1, 0, -1$ (τριπλή κατάσταση), ενώ η τελευταία αποτελεί τη μονή κατάσταση με $S = S_z = 0$. Οι τρεις πρώτες καταστάσεις είναι *συμμετρικές* κάτω από την εναλλαγή των σωματίων $1 \longleftrightarrow 2$ (δηλαδή το α δεν αλλάζει πρόσημο), ενώ η τελευταία κατάσταση είναι *αντισυμμετρική* (το α αλλάζει πρόσημο). Έτσι η συμμετρία της συνάρτησης του σπιν α κάτω από την εναλλαγή των σωματίων εκφράζεται με το $(-1)^{S+1}$, όπου S είναι το ολικό σπιν.

Η συμμετρία **(-)$^{S+1}$** έχει γενική εφαρμογή για οποιοδήποτε ακέραιο σπιν

Ισοτοπικό Σπίν - Ισοσπιν

Heisenberg (1932):

p & n δύο καταστάσεις του ίδιου σωματίου, του νουκλεονίου.

Αναλογία με το σπιν, αποδίδουμε κβαντικό αριθμό του **Ισοσπίν**

$$p: \ I = \frac{1}{2} \qquad I_3 = +\frac{1}{2}$$

$$n: \ I = \frac{1}{2} \qquad I_3 = -\frac{1}{2}$$

$$I = \frac{1}{2}$$

$$Q = e\left(\frac{1}{2} + I_3\right) \qquad (1)$$

πιόνια : π^0, $\pi^\pm$

προφανής επιλογή $I = 1$

$$\begin{array}{cccc} & \pi^- & \pi^0 & \pi^+ \\ & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ I_2 = & -1 & 0 & +1 \end{array}$$

$$Q = e\, I_3 \qquad (2)$$

Συνδυάζοντας τις (1) & (2): $Q = e\left(I_3 + \frac{\mathrm{B}}{2}\right)$

Η αξία της εισαγωγής του ισοσπίν (και της διορατικότητας του Heisenberg) φάνηκε με τη διατήρησή του σε αντιδράσεις πιονίων-νουκλεονίων και την προβλεπτική ικανότητά του.

Ας υποθέσουμε πως ξέρουμε ότι:

Σωμάτιο	I	I_3
p	$1/2$	$+1/2$
n	$1/2$	$-1/2$
π^+	1	$+1$
π^0	1	0
π^-	1	-1
d	0	0

Τότε:

$$i)\quad p + p \rightarrow d + \pi^+$$

$$I \quad 1 \quad 0 \quad 1$$

$$I_3 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad 1$$

$$(I, I_3) \quad (1,1) \quad (1,1)$$

$$ii)\quad p + n \rightarrow d + \pi^0$$

$$0 \text{ ή } 1 \quad 0 \quad 1$$

$$\frac{1}{2} \quad -\frac{1}{2} \quad 0 \quad 0$$

$$(1,0) \text{ ή } (0,0) \quad (1,0)$$

Διατήρηση του Ισοσπίν πριν και μετά την αντίδραση, συνεπάγεται ότι η αντίδραση i) είναι πάντα επιτρεπτή η δε αντίδραση ii) μόνο όταν το πρωτόνιο και το νετρόνιο συνδυαστούν σε κατάσταση ισοσπίν (1,0).

Έτσι προβλέπουμε ότι

$$\sigma(ii)/\sigma(i) = \frac{1}{2}$$

Που πειραματικά επαληθεύεται!

Ισοσπίν στο πρότυπο των κουάρκς

- Σωμάτια με τον ίδιο αριθμό u και d κουάρκς, έχουν περίπου την ίδια μάζα και μπορούμε να τα διαχειριστούμε με τον ίδιο τρόπο. Η αναγωγή του ισοσπίν στο πρότυπο των κουάρκς πετυχαίνεται δίνοντας ισοσπίν ½ στα u και d κουάρκς και 0 στα υπόλοιπα.

- Η προβολή του ισοσπίν σύνθετων σωματίων μπορεί να υπολογιστεί από το περιεχόμενο τους σε κουάρκς

$$I_3 = \frac{1}{2}\left[(n_{\mathrm{u}} - n_{\bar{\mathrm{u}}}) - (n_{\mathrm{d}} - n_{\bar{\mathrm{d}}})\right]$$

Λ.χ. $|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle\right) \longrightarrow I_3 = 0$

$|\pi^+\rangle = |u\bar{d}\rangle \longrightarrow I_3 = +1$ $\quad$ $|\pi^-\rangle = -|d\bar{u}\rangle \longrightarrow I_3 = -1$