

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ ΚΑΙ LASERS

**Γεώργιος Ι. Παπαδόπουλος
Φωτεινή Α. Παλληκάρη**

Αθήνα 2009

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ	2
1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ	9
1.1 Σωματίδιο, ακτίνα φωτός	11
1.2 Ηλεκτρικά κύματα	12
1.3 Πηγές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας	16
1.4 Ιδιότητες του φωτός από μέλαν σώμα	19
2. ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΗ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ ΜΕ ΥΛΗ	27
2.1 Προκαταρκτικά	27
2.2 Μηχανισμοί αλληλεπίδρασης	31
2.3 Νόμος του Planck με βάση τις διεργασίες του Einstein	35
2.4 Ασκήσεις	40
3. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΩΝ EINSTEIN ΜΕ ΘΕΩΡΙΑ ΔΙΑΤΑΡΑΧΩΝ	43
3.1 Προκαταρκτικά	43
3.2 Χρονικά εξαρτωμένη θεωρία διαταραχών	46
3.3 Δισταθμικό άτομο υπό την επίδραση πολωμένου H/M κύματος	48
3.4 Προσέγγιση Rabi	53
3.5 Υπολογισμός του συντελεστή B του Einstein	55
3.6 Ασκήσεις	59
4. ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΘΕΩΡΙΑ ΑΚΤΙΝΟΒΟΛΙΑΣ. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΑΣ ΜΕΤΑΒΑΣΗΣ	61
4.1 Τελεστές καταστροφής και δημιουργίας, a, a^+	66
4.2 Υπολογισμός της Χαμιλτονιανής δισταθμικού ατόμου μέσα από σπινιοριακούς αναστροφείς, S, S^+	69
4.3 Η Χαμιλτονιανή της αλληλεπίδρασης ατόμου και πεδίου	70

4.4	Προσέγγιση Rabi	72
4.5	Υπολογισμός της πιθανότητας απορρόφησης φωτονίου	73
4.6	Υπολογισμός της πιθανότητας εκπομπής φωτονίου	76
4.7	Ο εξελκτικός τελεστής για τη Χαμιλτονιανή Rabi	78
4.8	Ασκήσεις	84
5.	MASER ΚΑΙ LASER	87
5.1	Εισαγωγή	87
5.2	Το maser αμμωνίας	89
5.3	Η λειτουργία του maser	95
5.4	Ο laser αερίου HeNe	100
5.5	Η κοιλότητα συντονισμού	102
5.6	Εξισώσεις ρυθμών σε laser με δισταθμικά άτομα	106
5.7	Υπολογισμός κατωφλίου δράσης laser. Εξισώσεις στάσιμης κατάστασης.....	110
5.8	Laser ημιαγωγών	113
5.9	Ασκήσεις	116
6.	Ο ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΥΚΝΟΤΗΤΑΣ	119
6.1	Η αναμενόμενη τιμή ενός τελεστή με τη βοήθεια του πίνακα πυκνότητας.....	121
6.2	Εξίσωση του πίνακα πυκνότητας	122
6.2.1	Χωρίς μηχανισμούς αποδιέγερσης	122
6.2.2	Με μηχανισμούς αποδιέγερσης	123
6.3	Μέθοδος αποθήκης. Εξίσωση πίνακα πυκνότητας	125
6.4	Υπολογισμός της κατανομής ακτινοβολίας μέλανος σώματος (Planck)	132
6.5	Ασκήσεις	134
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	136

7. Λύση γραμμικού ομογενούς συστήματος συνήθων διαφορικών εξισώσεων	136
8. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	139

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το βιβλίο αυτό είναι μία εισαγωγή στη κβαντική θεωρία της δράσης laser, δηλαδή του μηχανισμού αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας και ατόμων με αποτέλεσμα την εκπομπή μίας σύμφωνης ηλεκτρομαγνητικής (H/M) δέσμης με εξαιρετικές ιδιότητες: τη συμφωνία, λαμπρότητα, κατευθυντικότητα, μονοχρωματικότητα. Η ανάπτυξη αυτού του θέματος έχει κατανεμηθεί σε έξι κεφάλαια και ένα συμπληρωματικό παράρτημα. Θα μπορούσαν σίγουρα να λεχθούν πολύ περισσότερα στο ίδιο θέμα, αλλά εδώ πρέπει να λάβει κανείς υπόψη το χρονικό περιορισμό ενός 'εξαμήνου' για το οποίο προορίζεται αυτή η ύλη. Περιληπτικά η ύλη έχει κατανεμηθεί ως εξής.

Το πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται γενικά γύρω από τα H/M πεδία και την ακτινοβολία μέλανος σώματος, τη θερμική ακτινοβολία η οποία υπάρχει στο εσωτερικό κοιλότητας της οποίας τα τοιχώματα βρίσκονται σε θερμοκρασία T.

Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφεται υπολογισμός της φασματικής κατανομής μέλανος σώματος από τον Einstein μέσα από τους μηχανισμούς αλληλεπίδρασης της H/M ακτινοβολίας με τα άτομα της ύλης. Βάσει αυτής της περιγραφής έγινε δυνατή μετά από 40 περίπου χρόνια η κατασκευή της οπτικής μηχανής, το laser.

Μετά την περιγραφή των μηχανισμών αλληλεπίδρασης, στα επόμενα δύο κεφάλαια γίνεται ο μαθηματικός υπολογισμός των πιθανοτήτων αλληλεπίδρασης φωτονίων με το άτομο (περιοριζόμενοι στο δισταθμικό άτομο). Στο μεν τρίτο κεφάλαιο μέσα από τη θεωρία διαταραχών και αλληλεπίδραση ηλεκτρικού διπόλου, στο δε τέταρτο κεφάλαιο μέσα από τη κβαντική θεωρία πεδίου και την χρήση τελεστών και κυματανυσμάτων.

Για να μην γίνει βαρετή η συνεχής αναφορά στις θεωρίες και τα μαθηματικά της λειτουργίας του laser στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εφαρμογή της θεωρίας με τη περιγραφή της οπτικής μηχανής. Ακολουθώντας την χρονολογική σειρά με την οποία κατασκευάστηκαν, παρουσιάζεται πρώτα το maser που λειτουργεί στη περιοχή των

μικροκυμάτων και μετά το laser που λειτουργεί στο ορατό (και με επέκταση στο υπέρυθρο και υπεριώδες) φάσμα. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται το πρώτο laser αερίου, το HeNe καθώς και το laser ημιαγωγών.

Το κύριο θέμα του βιβλίου κλείνει στο έκτο κεφάλαιο με εισαγωγή του πίνακα πυκνότητας για τον υπολογισμό των πιθανοτήτων ατομικής μετάπτωσης. Η μέθοδος του πίνακα πυκνότητας έχει πολλά πλεονεκτήματα. Το κυριότερο από αυτά όμως είναι ότι βοηθά τη μελέτη της αλληλεπίδρασης κβαντικών συστημάτων των οποίων το κυματόνισμα δεν είναι γνωστό αλλά μόνο ορισμένες στατιστικές τους ιδιότητες.

Τέλος, στο παράρτημα δίνεται ένα βοήθημα για τη λύση των συστημάτων διαφορικών εξισώσεων που εμφανίζονται συνέχεια στα μαθηματικά της λειτουργίας του laser.

Χρήσιμες Σταθερές

Σταθερά	Σύμβολο	Τιμή
Σταθερά Boltzmann	k	$1.38 \cdot 10^{-23} JK^{-1}$
Φορτίο ηλεκτρονίου	e	$1.6 \cdot 10^{-19} C$
Σταθερά Planck	h	$6.63 \cdot 10^{-34} Js$
Ταχύτητα φωτός στο κενό	c	$3 \cdot 10^8 ms^{-1}$
Μάζα ηλεκτρονίου	m_e	$9.1 \cdot 10^{-31} Kg$
Ηλεκτρική διαπερατότητα κενού	ϵ_0	$8.85 \cdot 10^{-12} Fm^{-1}$

Χρήσιμες Μαθηματικές Σχέσεις

- $$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2\left(\frac{x t}{2}\right)}{x^2} dx = \frac{\pi t}{2}$$

- Η αντικατάσταση ενός ανύσματος θέσεως¹ στις καρτεσιανές συντεταγμένες :

$$\underline{r} \rightarrow -\underline{r}$$

Ισοδυναμεί στις σφαιρικές συντεταγμένες στις αντικαταστάσεις:

$$\begin{cases} r \rightarrow r \\ \theta \rightarrow \pi - \theta \\ \varphi \rightarrow \varphi + \pi \end{cases}$$

- $$e^{\pm i(\phi + \pi)} = -e^{\pm i\phi}$$

- $$\int_0^{2\pi} e^{i\phi} d\phi = 0$$

- $$\sqrt{a+x} \cong \sqrt{a} + \frac{x}{2\sqrt{a}} \quad (\text{σε προσέγγιση πρώτης τάξης})$$

- $$\int_0^{\infty} e^{-\gamma r} r^n dr = \gamma^{-(n+1)} n!$$

¹ Τα ανύσματα συμβολίζονται με υπογράμμισμένα γράμματα.

ΚΒΑΝΤΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ ΚΑΙ LASERS

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Tο κοινωνικό φαινόμενο που συνιστά αυτό που λέμε επιστήμη, γενικώς, είναι απαύγασμα μίας διαρκούς αλληλεπίδρασης των προϊόντων των αισθήσεων με το διανοητικό σύστημα του ανθρώπου. Η επιστήμη μπορεί να κάνει προβλέψεις που παρακινούν τους παρατηρητές να ελέγξουν την ορθότητα ή μη των προβλέψεων. Έτσι, λοιπόν το διανοητικό αφενός οικονομεί το μνημονικό και αφετέρου εμπλουτίζει το γνωστικό κατόπιν ελέγχου.

Η ανάπτυξη κανόνων για μία γνωστική περιοχή γίνεται με ταυτόχρονη ανάπτυξη ενός συναφούς εννοιολογικού συστήματος που διευκολύνει την επικοινωνία, όσο και την ευρηματικότητα που διακρίνει την επιστήμη. Το εννοιολογικό σύστημα αφορά στην επεξεργασία των πρωτογενών παρατηρήσεων καθώς και στην διατύπωση των κανόνων που διέπουν την παραγωγή ενός συνόλου γνώσεων από ένα αρχικό ελάχιστο αρχών και πρωταρχικών εμπειριών. Όταν οι κανόνες είναι ευρείας εφαρμογής συνιστούν τους λεγόμενους νόμους.

Η τάση της επιστήμης είναι στην κατεύθυνση της ενοποίησης των νόμων, μίας κατεύθυνσης που αποσκοπεί στην εύρεση εκείνου του

συστήματος των νόμων από το οποίο να προβλέπονται όλα γενικώς τα φυσικά φαινόμενα. Μία τέτοια θεώρηση πραγμάτων οδηγεί στην εύρεση της θεωρίας του παντός. Μην σας φαίνεται παράξενο, η τάση αυτή υπάρχει μεταξύ ερευνητών ασχολούμενων με την θεωρία των στοιχειωδών σωματιών. Όμως το θέμα μας έχει να κάνει με ένα ειδικό στοιχειώδες σωματίδιο, το φωτόνιο, του οποίου την έννοια θα κτίσουμε σταδιακά, και έτσι δεν πρόκειται να μας απασχολήσει η θεωρία του παντός.

Θα ακολουθήσουμε, λοιπόν, μία μετριοπαθέστερη πορεία που θα μας κρατά κοντά στα πειραματικά αποτελέσματα ενώ ταυτόχρονα θα επιδιώξουμε την ανάπτυξη ενός θεωρητικού σχήματος κατάλληλου για την περιγραφή των φαινομένων της ροής της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Στο σχήμα αυτό θα ενταχθεί όχι μόνο η ροή και οι μηχανισμοί παραγωγής και απορρόφησης του φωτός από την ύλη, αλλά θα είναι σε θέση να μας καθοδηγεί στην διαμόρφωση συνθηκών εκμετάλλευσης των δυνατοτήτων που παρέχουν τα φαινόμενα της φωτεινής ροής σε εφαρμογές.

Τα φαινόμενα της οπτικής έχουν να κάνουν κατά κύριο λόγο με την ροή του φωτός και γενικότερα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Όπως είναι γνωστό η ακτινοβολία παράγεται από επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία. Η δυναμική της ακτινοβολίας περιγράφεται από τις εξισώσεις του Maxwell. Η δυναμική των φορτίων περιγράφεται από τις εξισώσεις κίνησης της Μηχανικής, όπως είναι οι εξισώσεις του Νεύτωνα. Δεδομένου ότι η ακτινοβολία από ένα σύστημα φορτίων καθορίζεται από τις κινήσεις των φορτίων, ενώ ταυτόχρονα η ακτινοβολία καθορίζει τις δυνάμεις που ασκούνται από αυτή στα φορτία, η δυναμική της ακτινοβολίας και των φορτίων είναι συνδυασμός των δύο δυναμικών σε αλληλεπίδραση.

Η επίλυση του συνδυασμένου προβλήματος είναι στην πράξη εξαιρετικά δύσκολη. Τα πράγματα απλουστεύονται κάπως αν είναι γνωστές οι κινήσεις των φορτίων καθώς και οι δυνάμεις της ακτινοβολίας στα φορτία. Έτσι το πρόβλημα μπορεί να περιοριστεί στις δύο δυναμικές ξεχωριστά. Επειδή γενικά τα προβλήματα είναι σχεδόν ανεπίλυτα, καταφεύγουμε σε ομοιώτυπα (μοντέλα) όπου τα κύρια χαρακτηριστικά του προβλήματος

συσσωματώνονται σε ένα δυναμικό σχήμα πιο επιλύσιμο και έτσι γίνεται πρόοδος.

Ιστορικά πρώτα αναπτύχθηκε η γεωμετρική οπτική. Εδώ το ενδιαφέρον περιορίζεται στη ροή της ακτινοβολίας στα διάφορα μέσα, και ιδιαίτερα στο δρόμο που ακολουθεί η ακτινοβολία κατά την πορεία της, όπως επίσης και η ισχύς της και η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται. Οι διάφοροι νόμοι της γεωμετρικής οπτικής (ανάκλασης, διάθλασης) μπορούν να εξαχθούν από τις κυματικές εξισώσεις που κυβερνούν την δυναμική του ηλεκτρικού πεδίου στα διάφορα μέσα. Ακόμη η περίθλαση και φαινόμενα συμβολής του φωτός τα οποία προκύπτουν από την κυματική μορφή του ηλεκτρικού πεδίου της ακτινοβολίας.

1.1 Σωματίδιο, ακτίνα φωτός

Σε ότι αφορά την γεωμετρική οπτική θα πρέπει ίσως να αναφέρουμε ότι ο Hamilton προσδιορίζει την τροχιά του φωτός σε ένα μέσο με εξισώσεις παρεμφερείς προς τις εξισώσεις του για την κίνηση σωματιδίου σε δυναμικό όταν η ενέργεια του σωματιδίου είναι δεδομένη.

Μια και μιλάμε για φως και σωματίδια, την παλιά εποχή ο κόσμος φανταζόταν ότι το μάτι έστελνε φωτεινά σήματα προς ένα αντικείμενο προκειμένου να το δει ο κάτοχος του ματιού. Πρώτος ο Επίκουρος (3ος π.Χ. αιώνας) έκανε τη θεώρηση της σωματιδιακής εκπομπής από το αντικείμενο. Κατά τον Επίκουρο, ένα σώμα εκπέμπει μικρά σωματίδια μέσω εσωτερικών ταλαντώσεων, τα οποία κινούνται σε ευθείες γραμμές και όταν προσπέσουν στα μάτια προκαλούν ερεθίσματα τα οποία το μυαλό επεξεργάζεται σε μορφή ειδώλων.

Η σωματιδιακή θεωρία για την υφή του φωτός επανήλθε με τον Νεύτωνα, ο οποίος την υπερασπιζόταν, αποκρούοντας την εποχή εκείνη την

κυματική υφή που προωθούσε ο Huygens, προβάλλοντας το επιχείρημα ότι αν το φως είχε κυματική φύση θα έπρεπε να είχαμε φαινόμενα παρασκιάς, όπως συμβαίνει με τον ήχο που ακούγεται και πίσω από ένα αντικείμενο μεταξύ της πηγής και του αυτιού. Όντως ο Νεύτωνας δεν είχε τότε επαρκή δεδομένα περίθλασης και συμβολής του φωτός που συνηγόρησαν στην κυματική του φύση, η οποία στη διάρκεια της επικράτειας της ιδέας της συνέχειας είχε γίνει η αποδεκτή θεωρία. Να, όμως που και πάλι τα γεγονότα, όπως το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο με τις θεωρήσεις του Einstein [26] ανέσυραν από την αφάνεια τη σωματιδιακή φύση του φωτός. Ο Einstein φανταζόταν το φως να εκπέμπεται από τις ατομικές πηγές βελονοειδώς. Έχοντας υπόψη τα φαινόμενα συμβολής και το φωτοηλεκτρικό φαινόμενο συνεβίβασε τη διπλή φύση του φωτός. Παρόμοια κατάσταση ακολούθησε στο μεταξύ και για τα ηλεκτρόνια που αρχικά πιστευόταν να έχουν σωματιδιακή υφή.

Αυτά για την εξέλιξη των ιδεών της διπλής φύσης που συνυπάρχει σε οντότητες του μικρόκοσμου, που αναλόγως των συνθηκών εκδηλώνεται εντονότερα η μία ή η άλλη.

1.2 Ηλεκτρικά κύματα

Όπως διαφάνηκε και στην εισαγωγή θα κάνουμε χρήση τόσο της κυματικής όσο και της σωματιδιακής περιγραφής της ηλεκτρομαγνητικής (H/M) ακτινοβολίας. Οι δύο αυτές περιγραφές θα αποσαφηνίζονται σταδιακά με την ανάπτυξη κατάλληλου εννοιολογικού πλαισίου.

Αρχίζουμε με την δυναμική εξίσωση που διέπει το ηλεκτρικό πεδίο στο κενό. Είναι γνωστό από τις εξισώσεις του Maxwell για το κενό (στη περίπτωση που δεν κυκλοφορούν φορτία και ρεύματα) ότι το ηλεκτρικό πεδίο, \underline{E} , της H/M ακτινοβολίας υπακούει τις εξισώσεις

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{E}}{\partial t^2} - \nabla^2 \underline{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \underline{E} = 0 \quad (1.1)$$

όπου c , η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Η πιο απλή λύση για μονοχρωματική ακτινοβολία είναι η λύση επιπέδου κύματος

$$\underline{E}(x, t) = \underline{E}_o e^{i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \delta)} \quad (1.2)$$

με $\omega^2 = c^2 k^2$ (1.3)

και με \underline{E}_o να υπακούει τη σχέση

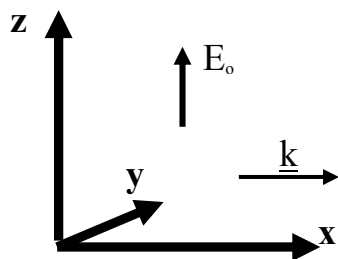
$$\underline{k} \cdot \underline{E}_o = 0 \quad (1.4)$$

πράγμα που σημαίνει ότι το \underline{E}_o και κατ'επέκταση το $\underline{E}(x, t)$, είναι κάθετο στο διάνυσμα \underline{k} . Η (1.2) εκφράζει μιγαδική ποσότητα και ως εκ τούτου δεν μπορεί να παριστάνει ηλεκτρικό πεδίο που είναι πραγματικό μέγεθος. Όμως τόσο το πραγματικό της μέρος $\underline{E}_o \cos(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \delta)$ όσο και το φανταστικό της μέρος $\underline{E}_o \sin(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \delta)$ συνιστούν λύσεις που διαφέρουν κατά το όρισμα. Είναι οι ίδιες με διαφορετικά δ . Για το ηλεκτρικό πεδίο θα παίρνουμε το πραγματικό μέρος, αλλά θα χρησιμοποιούμε την (1.2) χάριν της μαθηματικής ευκολίας που παρέχει γενικά η μιγαδική μορφή. Το E_o είναι το πλάτος του κύματος και το όρισμα του εκθετικού στη (1.2), ή των αντιστοίχων τριγωνομετρικών συναρτήσεων, λέγεται φάση του κύματος.

Για δεδομένη θέση \underline{x} θα μπορούσατε να σχεδιάσετε το πώς μεταβάλλεται ημιτονοειδώς (δεν σας πειράζει αν θεωρείτε το συνημίτονο) με το χρόνο με κυκλική συχνότητα ω . Αυτή είναι η συχνότητα μονοχρωματικού κύματος. Το ηλεκτρικό πεδίο ταλαντούται με περίοδο $T = 2\pi/\omega$. Με τον ίδιο τρόπο μπορείτε για δεδομένο χρόνο t να δείτε πώς μεταβάλλεται το ηλεκτρικό πεδίο από μία θέση σε άλλη. Ακόμη από την τριγωνομετρική μορφή θα διαπιστώσετε ότι για την ίδια φάση, όποια και να είναι η θέση ή ο χρόνος, θα έχετε την ίδια τιμή για το ηλεκτρικό πεδίο. Είναι εύκολο να δείτε ότι για δεδομένο χρόνο t τα σημεία του χώρου με την ίδια φάση και ως εκ τούτου με την ίδια τιμή του ηλεκτρικού πεδίου, κείνται όλα σε ένα επίπεδο κάθετο στο διάνυσμα \underline{k} που επαληθεύει την εξίσωση

$$\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \delta = \text{σταθερό} \quad (1.5)$$

Εξ' ου και η ονομασία επίπεδο κύμα. Δεδομένου ότι το \underline{k} είναι κάθετο στο επίπεδο των σημείων με την ίδια φάση, η διάδοση του ισοφασικού επιπέδου γίνεται στην κατεύθυνση του διανύσματος \underline{k} το οποίο συνιστά την κατεύθυνση διάδοσης του κύματος. Μπορείτε εύκολα να δείτε ότι για δεδομένο t αν πάρετε το x στην κατεύθυνση του διανύσματος διάδοσης του κύματος θα βρείτε και πάλι ότι το ηλεκτρικό πεδίο μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με την προβολή του x παράλληλα στο \underline{k} .



Σχήμα 1-1. Γεωμετρία πλάτους ηλεκτρικού κύματος \underline{E}_0 και διεύθυνσης διανύσματος διάδοσης \underline{k} .

Για να ευκολύνουμε τα πράγματα θα πάρουμε το \underline{k} στη κατεύθυνση του άξονα των x , $\underline{k} = k\hat{x}$, κάθετο προς το πλάτος του κύματος και τα διάφορα ισοφασικά επίπεδα, σχήμα 1.1.

Πέστε τώρα ότι το οδεύον κύμα τη στιγμή t έχει φθάσει στην θέση x και η φάση του είναι $\phi = kx - \omega t + \delta$. Σε χρόνο Δt θα προχωρήσει κατά Δx . Προκειμένου η φάση του να παραμένει η ίδια θα πρέπει τα Δx και τα Δt να υπακούουν στην σχέση

$$k(x + \Delta x) - \omega(t + \Delta t) + \delta = kx - \omega t + \delta \quad (1.6)$$

Από την σχέση (1.6) συνάγεται ότι το ισοφασικό μέτωπο κινείται με ταχύτητα v (ταχύτητα φάσης)

$$v = \Delta x / \Delta t = \omega / k = (\lambda / T) = c \quad (1.7)$$

Την πιο πάνω σχέση θα μπορούσατε βέβαια να είχατε συνάγει και από τις εικόνες των ημιτονοειδών εκφράσεων των χωρικών και χρονικών μεταβολών ως τον λόγο της χωρικής, λ , προς την χρονική περίοδο, T . Η κατεύθυνση κατά την οποία πάλλεται το ηλεκτρικό πεδίο E_0 , λέγεται πόλωση του κύματος.

Κάναμε όλη την πιο πάνω, κάπως πολύλογη, ανάλυση προκειμένου να δούμε την σημασία που έχει η φάση στα κυματικά φαινόμενα, χρησιμοποιώντας ως όχημα την απλή περίπτωση του μονοχρωματικού επιπέδου κύματος. Ταυτόχρονα όμως κτίσαμε και ένα μέρος του εννοιολογικού πλαισίου στο οποίο θα μπορούσαμε να εδράσουμε τις περαιτέρω θεωρήσεις μας.

Ιδιαίτερα χρήσιμη είναι η κυματική φύση του φωτός για την μελέτη των φαινομένων περίθλασης και συμβολής. Στα φαινόμενα συμβολής η φάση είναι καθοριστικής σημασίας. Όταν δύο μονοχρωματικά κύματα της αυτής συχνότητας και με παράλληλη πόλωση συγκλίνουν σε μία περιοχή εκεί που οι φάσεις συμπίπτουν έχουμε ενίσχυση της ακτινοβολίας. Αυτό συμβαίνει διότι η συνισταμένη των πλατών είναι μεγάλη, ενώ όταν οι φάσεις

διαφέρουν αυτή μικραίνει. Για περιοχές όπου η συμβολή γίνεται με ίσα πλάτη της αυτής πολώσεως και με διαφορά φάσεως κατά π , η ακτινοβολία εκμηδενίζεται.

Όπως γνωρίζουμε η πυκνότητα ενέργειας της ακτινοβολίας είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του ηλεκτρικού πεδίου. Πέστε τώρα ότι το πλάτος του κάθε ενός από τα συμβάλλοντα κύματα είναι E_0 . Ανάλογα με την διαφορά φάσεως θα σχηματιστούν περιοχές έντονης πυκνότητας ακτινοβολίας και περιοχές αμυδρής πυκνότητας. Εκεί που έχουμε ισοφασική συμβολή και με την ίδια πόλωση το συνιστάμενο πλάτος θα είναι $2E_0$ ενώ εκεί που έχουμε διαφορά φάσεως π το αντίστοιχο πλάτος θα είναι μηδέν. Τώρα εύλογα τίθεται το ερώτημα του ισολογισμού της ενέργειας. Αν τα κύματα δεν συνέβαλλαν η ηλεκτρομαγνητική ενέργεια στην περιοχή όπου συντρέχουν θα ήταν ανάλογη του $2E_0^2$ απλωμένη ομαλά. Όταν συμβάλλουν στη θέση μέγιστης ακτινοβολίας το πλάτος είναι $2E_0$ που σημαίνει τετραπλάσια πυκνότητα ενέργειας. Σαφώς δεν έχουμε παραβίαση της διατήρησης της ενέργειας με την συμβολή, δεδομένου ότι στις θέσεις ελαχίστου η πυκνότητα μηδενίζεται ενώ μεταξύ των δύο ακραίων καταστάσεων έχουμε κάτι ενδιάμεσο παρόλο ότι τα πράγματα δεν είναι τόσο απλά και χρειάζεται περισσότερη διευκρίνηση. Συνολικά έχουμε μία ανακατάταξη στην πυκνότητα ενέργειας με διατήρηση της ενέργειας.

Στο επόμενο εδάφιο θα συζητήσουμε για ιδιότητες της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από διάφορες πηγές.

1.3 Πηγές ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας

Είναι γνωστό ότι τα μακροσκοπικώς επιταχυνόμενα ηλεκτρικά φορτία παράγουν ακτινοβολία. Εφόσον η ακτινοβολία μεταφέρει ενέργεια, το έργο που προσδίδεται στα φορτία για την επιτάχυνση τους πρέπει να είναι

μεγαλύτερο από ότι χρειάζεται για να αποκτήσουν δεδομένη επιτάχυνση, προκειμένου να αντισταθμίζεται η ακτινοβολουμένη ενέργεια. Τα μήκη κύματος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας είναι της τάξεως μέτρων, δεκάδων μέτρων ή και εκατοντάδων και άνω μέτρων. Με κυματοδηγούς πάμε σε μικρότερα μήκη κύματος, κλάσματα του εκατοστού. Για μικρότερα μήκη κύματος έχουμε τις ατομικές πηγές με εκπομπές από υπέρυθρο (10^{-6} - 10^{-5} m) ως τις ακτίνες X (τάξη Å). Ένα διεγερμένο άτομο σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα (ενδεικτικά της τάξης των 10^{-8} s, μεταπίπτει στη θεμελιώδη κατάσταση, αποδιεγείρεται). Η διέγερση του ατόμου προκαλείται από πρόσδωση εξωτερικής ενέργειας σε τουλάχιστο ένα από τα ηλεκτρόνια το οποίο μεταβαίνει σε υψηλότερη ενεργειακή κατάσταση. Η τάση, όμως της φύσεως είναι το άτομο να επανέλθει στη θεμελιώδη κατάσταση που ενεργειακά είναι η χαμηλότερη ευσταθής. Κατά τη μετάβαση του ηλεκτρονίου από τη υψηλότερη στη χαμηλότερη ενεργειακή στάθμη φεύγει ενέργεια από το άτομο υπό μορφή H/M ακτινοβολίας. Η εκπομπή της ακτινοβολίας γίνεται προς μία κατεύθυνση ως ένας συρμός. Ο συρμός αυτός της ακτινοβολίας συνιστά ένα φωτόνιο. Η ενέργεια του φωτονίου είναι κατά τι μικρότερη της ενεργειακής διαφοράς μεταξύ των σταθμών από όπου έγινε η μετάπτωση του ηλεκτρονίου. Σε πολύ μεγάλη προσέγγιση η σταθμική διαφορά ενέργειας ισούται με την H/M ενέργεια που φέρει το εκπεμπόμενο φωτόνιο. Η μικρή διαφορά ενέργειας μεταξύ της σταθμικής διαφοράς και αυτής του φωτονίου οφείλεται στη κατευθυνόμενη εκπομπή του φωτονίου το οποίο και μεταφέρει μία δόση ορμής για τη διατήρηση της οποίας στο σύστημα ατόμου φωτονίου, θα πρέπει το άτομο να κινηθεί (αναδράμει) με αντίθετη ορμή. Στην ορμή αυτή αντιστοιχεί μία μικρή κινητική ενέργεια του ατόμου, πράγμα που συνιστά τη διαφορά της φωτονικής και σταθμικής διαφοράς ενέργειας. Σε άλλο σημείο θα δώσουμε περισσότερες λεπτομέρειες. Στη περίπτωση των ατόμων, αυτό που ισχύει για τα μακροσκοπικώς επιταχυνόμενα φορτία δεν ισχύει πάντοτε. Και αυτό συμβαίνει όταν τα ηλεκτρόνια των ατόμων βρίσκονται σε ιδιοκαταστάσεις.

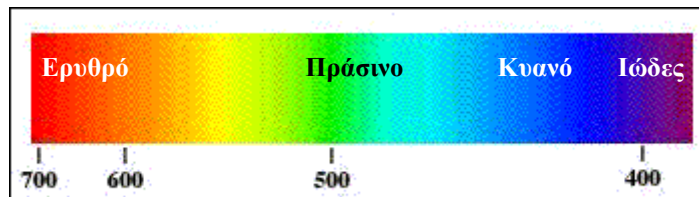
Στις περιπτώσεις αυτές, παρά το ότι τα ηλεκτρόνια έχουν επιτάχυνση δεν εκπέμπουν H/M ακτινοβολία.

Προκειμένου να διευκολύνουμε τη παραπέρα συζήτηση θα θεωρήσουμε το απλούστερο άτομο, το άτομο του υδρογόνου, με ένα ηλεκτρόνιο. Το ηλεκτρόνιο στο άτομο του υδρογόνου στη θεμελιώδη κατάσταση, σε κλασική περιγραφή κάνει περίπου 10^{16} στροφές/s ($= \omega$) περί το πυρήνα. Έχοντας υπόψη την ακτίνα Bohr, $a \cong 0.52 \times 10^{-10}$ m, θα βρείτε μία κεντρομόλο επιτάχυνση, $a\omega^2$, της τάξης του 10^{22} m/s². Παρά τη φοβερή αυτή επιτάχυνση το άτομο δεν ακτινοβολεί. Ομοίως, δεν ακτινοβολεί και σε διεγερμένη ιδιοκατάσταση. Αυτό μας διδάσκει η κβαντική μηχανική. Αν θέλετε να αναζητήσετε μία ερμηνεία του φαινομένου σε ηλεκτρομαγνητικές θεωρήσεις, θα πρέπει να φανταστείτε στο ατομικό επίπεδο ότι οι ιδιοκατάσεις πραγματοποιούνται με καταστροφική συμβολή. Αυτού του είδους οι θεωρήσεις δεν είναι της ώρας και είναι προσφορότερο να κάνουμε χρήση των κανόνων της κβαντικής μηχανικής.

Για την ώρα θα αφήσουμε τις ατομικές εκπομπές και θα πάμε σε ακόμη μικρότερα μήκη κύματος, τις ακτίνες-γ κάτω του χιλιοστού του Å. Σ' αυτή την τάξη μήκους κύματος η H/M ακτινοβολία παράγεται κατά τις αποδιεγέρσεις πυρήνων. Σκληρότερες ακόμη ακτίνες-γ παράγονται σε αντιδράσεις στοιχειωδών σωματίων, όπως π.χ. την εξαύλωση ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου. Στο σχήμα 1-2 παρουσιάζεται το ορατό φάσμα της H/M ακτινοβολίας, από μήκος κύματος 0.4 έως 0.8μm περίπου.

Στα πιο κάτω θα περιορίσουμε τη συζήτηση στην περίπτωση εκπομπών και απορροφήσεων φωτονίων από ατομικές αποδιεγέρσεις και διεγέρσεις αντίστοιχα. Και αυτό διότι οι υφιστάμενοι lasers στο παρόν στάδιο ανάπτυξης της τεχνολογίας στηρίζονται σε ατομικές διεργασίες. Υπάρχουν σχέδια για lasers από πυρηνικές διεργασίες οι λεγόμενοι grasers (η ονομασία προέρχεται από τις ακτίνες -γ, gamma-rays στα αγγλικά) αλλά είμαστε ακόμη μακριά στο χρόνο, λόγω των πολύ μικρών κοιλοτήτων συντονισμού που απαιτούνται για την πραγμάτωση των grasers.

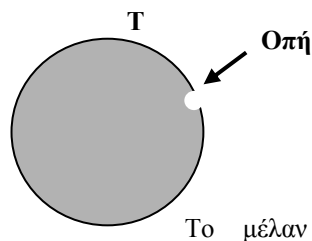
Στο επόμενο εδάφιο θα συζητήσουμε μία άλλη πηγή φωτός, το μέλαν σώμα, η μελέτη της ακτινοβολίας του οποίου σηματοδότησε την απαρχή της κβαντικής μηχανικής στην αρχή του περασμένου αιώνα.



Σχήμα 1-2 Το ορατό φάσμα της Η/Μ ακτινοβολίας (σε nm)

1.4 Ιδιότητες του φωτός από μέλαν σώμα.

Ένα θερμό υλικό με διεργασία αποδιεγέρσεως ατόμων, (σχήμα 2-4), ακτινοβολεί ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία. Η ενέργεια αυτή εκπέμπεται σε ένα φάσμα μηκών κύματος τα οποία είτε τα παρατηρούμε σαν ορατό φως, σχήμα 1-2, είτε μας δίνουν το συναίσθημα θερμότητας ενώ άλλα μήκη κύματος καταγράφονται σε κατάλληλες συσκευές σαν ακτίνες X, υπεριώδεις ακτινοβολία ή ραδιοκύματα, σχήμα 1-4. Όλες αυτές οι ακτινοβολίες αποτελούν το ίδιο φαινόμενο που διαφέρει μόνο ως προς το μήκος κύματος, ή τη συχνότητα.



Σχήμα 1-3. Κοιλότητα μέλανος σώματος. Το εσωτερικό τοίχωμα της κοιλότητας βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία T . Η αναπτυσσόμενη Η/Μ ακτινοβολία εξέρχεται από μία μικρή οπή.

σώμα απορροφά πλήρως την ακτινοβολία σε όλα τα μήκη κύματος και ακτινοβολεί με τον ίδιο τρόπο την ίδια ενέργεια εφόσον βρίσκεται σε θερμική ισορροπία. Ένας τρόπος για να διατηρήσουμε την ακτινοβολία σε θερμική ισορροπία προκειμένου να τη μελετήσουμε είναι να δημιουργήσουμε μία κοιλότητα σε ένα σώμα σε σταθερή θερμοκρασία. Για παρατηρήσουμε την ακτινοβολία αυτής της κοιλότητας ανοίγουμε μία μικρή οπή στο πλάι της, πολύ μικρότερη από το μέγεθος του σώματος, σχήμα 1.3 ώστε η θερμική ισορροπία να μην διαταράσσεται. Παρατηρούμε έτσι την ακτινοβολία που διαφεύγει από την οπή που είναι η ακτινοβολία μέλανος σώματος εφόσον η κοιλότητα απορροφά την ακτινοβολία 100%.

Μία αέρια μάζα μεγάλων διαστάσεων, όπως π.χ. η φωτόσφαιρα του ήλιου, συμπεριφέρεται σε όλη την επιφάνεια της ως μέλαν σώμα. Λόγω του μεγάλου βάθους η απ' έξω εισερχόμενη ακτινοβολία απορροφάται πλήρως και έχουμε ένα φάσμα θερμικά παραγόμενης ακτινοβολίας εξερχόμενης από την όλη επιφάνεια, ενώ το σύστημα της εντός ακτινοβολίας και ύλης είναι σε θερμική ισορροπία.

Ακούγοντας εκπομπή από μέλαν σώμα το μυαλό πάει σε εκπομπή στην αόρατη περιοχή της ακτινοβολίας. Και όμως, ο όρος μέλαν σώμα χρησιμοποιείται για ιδανικό σύστημα το οποίο μπορεί να εκπέμπει και να απορροφά σε ευρύ φάσμα ακτινοβολίας. Ο λόγος που ονομάστηκε μέλαν σώμα οφείλεται σε ένα τρόπο πραγματώσεως του, που συνίσταται σε μία κοιλότητα της οποίας το εσωτερικό τοίχωμα βρίσκεται σε θερμοδυναμική ισορροπία με το περιεχόμενο. Στην κοιλότητα υπάρχει μία μικρή οπή για τη παρατήρηση της ακτινοβολίας (σχήμα 1-3). Κοιτάζοντας την οπή φαίνεται μαύρη έναντι του περιβάλλοντος. Ιδίως όταν η κοιλότητα είναι ψυχρή η ορατή ακτινοβολία που φτάνει στην οπή διέρχεται προς το εσωτερικό, όπου και απορροφάται, και έτσι η οπή φαίνεται σκοτεινή.

Ουσιαστικά η συσκευή μας δεν είναι τίποτα άλλο παρά ένας φούρνος με μικρό στόμιο. Ας δούμε τώρα τι συμβαίνει όταν εισάγουμε στον φούρνο ενέργεια. Π. χ. Έχουμε ηλεκτρικές αντιστάσεις που διαρρέονται από ηλεκτρικό ρεύμα. Αυτό που συμβαίνει είναι να έχουμε διεγέρσεις ατόμων

μέσω της παρεχόμενης ενέργειας τα οποία αποδιεγειρόμενα συντείνουν στην αύξηση του ρυθμού εκπομπής στη κοιλότητα. Αυτό σημαίνει πύκνωση της ακτινοβολίας. Ταυτόχρονα όμως, τα φωτόνια που συνιστούν την ακτινοβολία στη κοιλότητα και τα οποία κινούνται προς όλες τις κατευθύνσεις απορροφώνται και αυτά προκαλούν διεγέρσεις στα άτομα της κοιλότητας. Τα άτομα αυτά επανεκπέμπουν κυρίως στη συχνότητα που έχουν απορροφήσει. Έτσι, έχουμε μία διαρκή απορρόφηση και εκπομπή ακτινοβολίας. Εφόσον η θερμοκρασία του φούρνου ανεβαίνει αυτό σημαίνει ότι σε δεδομένο χρονικό διάστημα έχουμε συνολική εκπεμπόμενη ενέργεια ακτινοβολίας μεγαλύτερη παρά απορροφούμενη. Τώρα τι γίνεται όταν συνεχίζουμε να ρίχνουμε ενέργεια στο φούρνο; Θάλεγε κανείς ότι η ακτινοβολία θα πυκνώνει αδιακόπως. Όμως ξεχάσαμε το γεγονός ότι έχουμε και απώλειες. Μέρος της εισαγόμενης ενέργειας, όταν η ακτινοβολία πυκνώνει, φεύγει από τα τοιχώματα του φούρνου προς το περιβάλλον. Μάλιστα, λόγω της διαφυγής αυτής προκειμένου να διατηρήσουμε τη θερμοκρασία του φούρνου σε δεδομένη τιμή (που αντιστοιχεί σε δεδομένη πυκνότητα ακτινοβολίας) θα πρέπει να εισάγουμε ενέργεια στο σύστημα με ρυθμό ίσο προς το ρυθμό απωλειών. Σε κατάσταση ισορροπίας η πυκνότητα ακτινοβολίας παραμένει ουσιαδώς σταθερή και μάλιστα όπως θα δούμε, για κάθε συχνότητα όσα φωτόνια δεδομένης συχνότητας απορροφούνται σε χρόνο Δt τόσα και εκπέμπονται στο εσωτερικό της κοιλότητας. Βέβαια για πάρα πολύ μικρά χρονικά διαστήματα έχουμε αποκλίσεις από την ισότητα της εκπεμπόμενης και απορροφούμενης ενέργειας ακτινοβολίας, πράγμα που οδηγεί σε μικρές διακυμάνσεις στη πυκνότητα ακτινοβολίας. Η μέση όμως τιμή της για μακρύτερα διαστήματα παραμένει σταθερή.

Πειράματα που είχαν γίνει περί το τέλος του 19^{ου} αιώνα συναφώς προς την πυκνότητα ακτινοβολίας ενέργειας μέλανος σώματος οδήγησαν τον Wien (1896) στην διαπίστωση ότι η μέγιστη πυκνότης ηλεκτρομαγνητικής ενέργειας συμβαίνει σε δεδομένη συχνότητα, ω_μ , (σε c/s), η οποία μετατοπίζεται αναλόγως της θερμοκρασίας του φούρνου, $\omega_\mu \propto T$.

Ταυτόχρονα ο Wien προσπάθησε να δώσει ένα τύπο κατανομής της πυκνότητας ενέργειας, για δεδομένη θερμοκρασία T , συναρτήσει της συχνότητας και κατέληξε στη μορφή

$$\rho_{\omega}(\omega, T) = a\omega^3 / e^{b\omega/T} \quad (1.8)$$

Όπου b παράμετρος προσδιοριζόμενη από το πείραμα [16]. Γράφοντας το εκθετικό στον τύπο του Wien στον αριθμητή και με βάση τη γνώση που έχουμε μετά τον Planck το εκθετικό όρισμα θα πρέπει να είναι $\hbar\omega/kT$ και ως εκ τούτου η έκφραση (1-8) αποδίδει στην ακτινοβολία στατιστική Boltzmann.

Ο τύπος του Wien παρουσίαζε δυσκολίες. Δεν ανταποκρινόταν στη μετατόπιση του ω_{μ} με τη θερμοκρασία. Πηγαίνει καλά στις υψηλές συχνότητες στο υπέρυθρο, υπήρχαν όμως δυσκολίες στις χαμηλές συχνότητες, όπου το $\rho(\omega, T) \propto \omega^2 T$. Στο σημείο αυτό έρχεται ο Planck (1900), ο οποίος αναζητώντας μία σωστότερη έκφραση της ακτινοβολίας που να προκύπτει από αυστηρά επιστημονική απόδειξη και χρησιμοποιώντας τη στατιστική Boltzmann παρήγαγε κάτι ανάλογο προς τον τύπο [15, 16]

$$\rho(\omega, T)d\omega = \frac{\hbar}{\pi^2 c^3} \frac{\omega^3 d\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (1.9)$$

για την πυκνότητα ενέργειας μεταξύ των συχνοτήτων ω και $\omega + d\omega$. Εδώ εισέρχεται η σταθερά του Planck, $h = 2\pi\hbar$ όπου $\hbar = 1.05458866 \text{ Js}$. Ο Planck στη συνέχεια επιχειρεί να δικαιολογήσει τον τύπο του. Παρακάτω σκιαγραφούμε ένα από τους τρόπους που μετέλθε, ιδιαίτερα αξιοσημείωτο, καθότι σ' αυτόν εδράζεται η απαρχή της κβαντικής μηχανικής. Ο Planck υπέθεσε ότι η ακτινοβολία στη συχνότητα ω εκπέμπεται κατά τεμάχια ενέργειας $\hbar\omega$ από ταλαντωτές στα τοιχώματα του φούρνου. Η εικόνα εκπομπής φωτός από ταλαντωτές υπήρξε κατά πρώτο στον Επίκουρο (3^{ος} π.χ. αιών) στη θεωρία του για το πώς βλέπουμε τα διάφορα σώματα. Μάλιστα ο Επίκουρος υπέθεσε ότι οι ταλαντωτές εξέπεμπαν σωματίδια που

εκινούνται σε ευθείες γραμμές, αυτά που περίπου θα λέγαμε σήμερα φωτόνια. Όταν τα σωματίδια έφταναν στο μάτι οι διεγέρσεις τους έδιναν την αίσθηση της οράσεως των αντικειμένων όπου δρουν οι δονούμενοι μικροταλαντωτές.

Επανερχόμεθα στον Planck. Ο Planck έκανε το άλμα να υποθέσει ότι για τον ταλαντωτή φυσικής συχνότητας ω οι ενέργειες που μπορεί να έχει ήταν $0, \hbar\omega, 2\hbar\omega, \dots, n\hbar\omega, \dots$. Εδώ έχουμε, μαζί με την τεμαχιστή εκπομπή, τη σπορά της κβαντικής μηχανικής. Παρεμπιπτόντως, το ενεργειακό φάσμα που προκύπτει από την εξίσωση του Schrödinger διαφέρει ελάχιστα, κατά $\hbar\omega/2$. Ο Planck υποχρεώθηκε εκ των πραγμάτων να υποθέσει την βηματική φύση του ενεργειακού φάσματος, διότι δεν έβγαινε το αποτέλεσμα που ήθελε με την υπόθεση της συνεχείας στην ενέργεια. Όμως, το ενεργειακό περιεχόμενο της κοιλότητας θεωρούσε συνεχές, παρά το ότι οι ταλαντωτές έπαιρναν και έδιναν ενέργεια με το τεμάχιο. Ο George Gamow (πρώτος ερμηνευτής του φαινομένου σήραγγος) λέει για τον Planck τα εξής: Μιά και άφησε το πνεύμα του κβάντου να βγει από τη μπουκάλα φοβήθηκε να πάει πιο πέρα και θεωρούσε την ακτινοβολία σαν βούτυρο που έφευγε ή ερχόταν στον μπακάλη σε πακέτα, αλλά από την άλλη θα μπορούσε να ήταν σε οποιαδήποτε συνεχή ποσότητα.

Ας δούμε πως ο Planck χρησιμοποίησε την υπόθεση των ταλαντωτών για να καταλήξει στον τύπο της ακτινοβολίας. Σε κατάσταση ισορροπίας σε θερμοκρασία T τόσο οι ταλαντωτές δεδομένης συχνότητας ω , όσο και ακτινοβολία στην ίδια συχνότητα βρίσκονται σε θερμοδυναμική ισορροπία ξεχωριστά. Ανταλλάσσουν σε δεδομένο διάστημα ενέργεια στη συχνότητα αυτή, αλλά ότι δίνει η ακτινοβολία στους ταλαντωτές τόσο παίρνει και τανάπαλιν. Η ενεργειακή κατανομή των ταλαντωτών θα πρέπει να έχει την ίδια μορφή με την ενεργειακή κατανομή της ακτινοβολίας.

Για τους ταλαντωτές κάνουμε χρήση στατιστικής Boltzmann. Η μέση ενέργεια που φέρει ταλαντωτής συχνότητας ω , σε κατάσταση ισορροπίας σε θερμοκρασία T , δίνεται

$$E(\omega, T) = \frac{1}{Z} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT} n\hbar\omega \quad (1.10)$$

$$\text{όπου} \quad Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-n\hbar\omega/kT} \quad (1.11)$$

Η σειρά Z , συνάρτηση επιμερισμού, δεν είναι τίποτε άλλο παρά η γεωμετρική πρόοδος που οδηγεί στην έκφραση $Z = 1/(1 - e^{-\hbar\omega/kT})$. Η δε άλλη σειρά που εμπεριέχει τον παράγοντα $n\hbar\omega$ λαμβάνεται από την Z ως $-kT\partial Z/\partial(\hbar\omega/kT)$. Με τις υποδείξεις αυτές προχωρούμε στο αποτέλεσμα

$$E(\omega, T) = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/kT} - 1} \quad (1.12)$$

για τη μέση τιμή ενέργειας ανά ταλαντωτή.

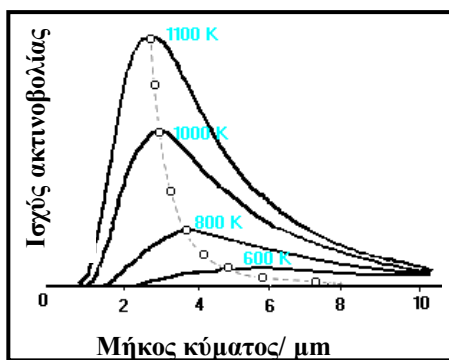
Τώρα η πυκνότητα των ταλαντωτών για κάθε συχνότητα εξαρτάται από των πυκνότητα των υποδοχέων H/M ακτινοβολίας στην συχνότητα μεταξύ ω και $\omega + d\omega$ που δίνεται από $\omega^2 d\omega/\pi^2 c^3$. Έτσι, λοιπόν, η ζητούμενη πυκνότητα ακτινοβολίας δίνεται από το γινόμενο της πυκνότητας υποδοχέων επί την μέση ενέργεια $E(\omega, T)$ και λαμβάνουμε τον τύπο του Planck (σελίδα 28).

Όπως καταλαβαίνετε ο ρόλος των ταλαντωτών του Planck στον φούρνο παίζει τον ρόλο των ατόμων. Οι ταλαντωτές τρόπον τινά προσομοιώνουν τα άτομα. Όπως, θα δούμε στα επόμενα ο Einstein εισάγει ειδικούς μηχανισμούς αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας με την ύλη [11], και εκεί μάλιστα θεωρεί την ακτινοβολία στην κοιλότητα και παντού να έχει σωματιδιακή μορφή βασιζόμενος ακριβώς στο κβαντικό χαρακτήρα της ακτινοβολίας, μία έννοια που ο Planck απέφευγε να χρησιμοποιήσει. Στο παρόν εδάφιο τελειώνουμε με το ότι σε θερμοδυναμική ισορροπία η ακτινοβολία στην κοιλότητα μπορεί να αναλυθεί σε στάσιμα κύματα, των οποίων η δυναμική περιγραφή δίνεται από ταλαντωτές όπου κατ' ευθείαν

μπορεί να εφαρμοστεί η πιο πάνω διαδικασία, η οποία για τα φωτόνια όπως βλέπετε, από τον τύπο (1-12) οδηγεί σε στατιστική Bose-Einstein. Εύλογα γεννάται το ερώτημα πώς μέσω των ταλαντωτών όπου εφαρμόζουμε στατιστική Boltzmann οδηγούμεθα σε στατιστική Bose; Μα τα διάφορα ενεργειακά τεμάχια για δεδομένη συχνότητα είναι ίσα και μη διακριτά.

Η διατύπωση των μηχανισμών αυτών από τον Einstein, άνοιξε το δρόμο για την κατασκευή των μηχανών φωτός, δηλαδή την κατασκευή του laser, κάτι που οι επιστήμονες πέτυχαν με πολλές προσπάθειες μελετώντας τη δυναμική των φορτίων της ύλης σε σύζευξη με τη δυναμική της H/M ακτινοβολίας του laser. Η ακτινοβολία laser χαρακτηρίζεται από μονοχρωματική ροή ακτινοβολίας σε υψηλή εν γένει πυκνότητα σε συμφωνία. Η ακτινοβολία μέλανος σώματος είναι πολυχρωματική και τα διάφορα φωτόνια που διατρέχουν την κοιλότητα έχουν τυχαίες φάσεις. Με κοιλότητα μέλανος σώματος αν υψώσουμε τη θερμοκρασία μπορούμε να πυκνώσουμε την ακτινοβολία που εξέρχεται από την οπή και αν κάνουμε χρήση φίλτρου μπορούμε να πάρουμε πυκνή μονοχρωματική ακτινοβολία, αλλά όχι σύμφωνη, λόγω της τυχαιότητας των φάσεων σε δεδομένη θέση. Το φίλτρο θα πετύχει μονοχρωματικότητα αλλά θα μειώσει την αρχική ακτινοβολία μέλανος σώματος σημαντικά. Τη μονοχρωματική αυτή ακτινοβολία μέλανος σώματος μπορούμε επι πλέον να τη κάνουμε σύμφωνη και κατευθυνόμενη με κατάλληλο σύστημα φακών και πετάσματος με μικρή οπή. Αλλά ενώ τώρα η ακτινοβολία μέλανος σώματος θα έχει αποκτήσει τα τρία χαρακτηριστικά του laser, συμφωνία, μονοχρωματικότητα και κατευθυντικότητα θα υστερεί σημαντικά ως προς το τρίτο: τη ένταση της. Η δέσμη laser όμως χαρακτηρίζεται συγχρόνως και από τις τέσσερις ιδιότητες: μονοχρωματικότητα, συμφωνία, κατευθυντικότητα και λαμπρότητα. Το πύκνωμα της ακτινοβολίας στο μέλαν σώμα δεν είναι απεριόριστο διότι η θερμοκρασία δεν μπορεί να υψώνεται επ' άπειρον χωρίς η συσκευή να καταστραφεί. Πάρα πολλά μέταλλα τήκονται σε θερμοκρασία έως και 2000 K.

Σε ότι ακολουθεί θα δούμε πώς είναι δυνατό να δημιουργήσουμε δέσμη laser καθώς και τους μηχανισμούς αλληλεπίδρασης ακτινοβολίας με ατομική ύλη που ευνοούν τη πύκνωση σύμφωνης μονοχρωματικής ακτινοβολίας.



Σχήμα 1-4. Φασματική κατανομή ισχύος ακτινοβολίας μέλανος σώματος

