

# Ορμή

Γραμμική ορμή και κρούσεις

# Γραμμική ορμή

- Ορισμός

$$\mathbf{p} \equiv m\mathbf{v}$$

- Δεύτερος νόμος του Newton

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

- Διατήρηση Ορμής

- Αν  $F=0$  δηλαδή το σώμα δεν αλληλεπιδρά με το περιβάλλον τότε :

$$\frac{dP}{dt} = 0$$

- η γραμμική ορμή είναι σταθερή ή αλλιώς διατηρείται.

- Κινητική Ενέργεια

$$K = \frac{P^2}{2m}$$

# Ώθηση

- Ώθηση

- Αν η δύναμη δρα για ένα μικρό χρονικό διάστημα  $dt$ , τότε:

$$dP = F \cdot dt$$

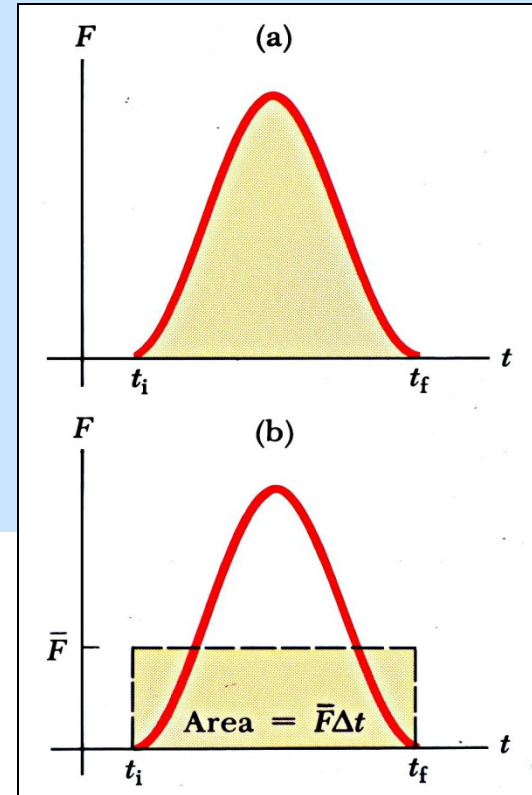
$$\Delta P = P_f - P_i = \int_{t_i}^{t_f} F dt$$

Ολοκληρώνοντας:

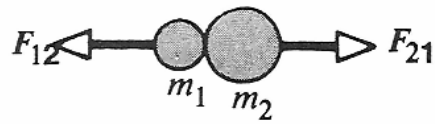
- Μέση δύναμη:

$$\bar{F} \Delta t = \int_{t_i}^{t_f} F dt \rightarrow \bar{F} = \frac{P_f - P_i}{\Delta t}$$

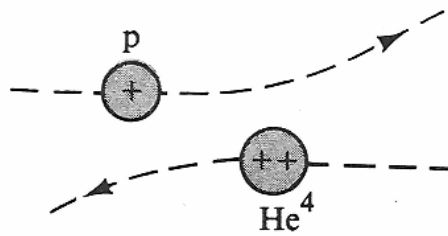
- Διάγραμμα:



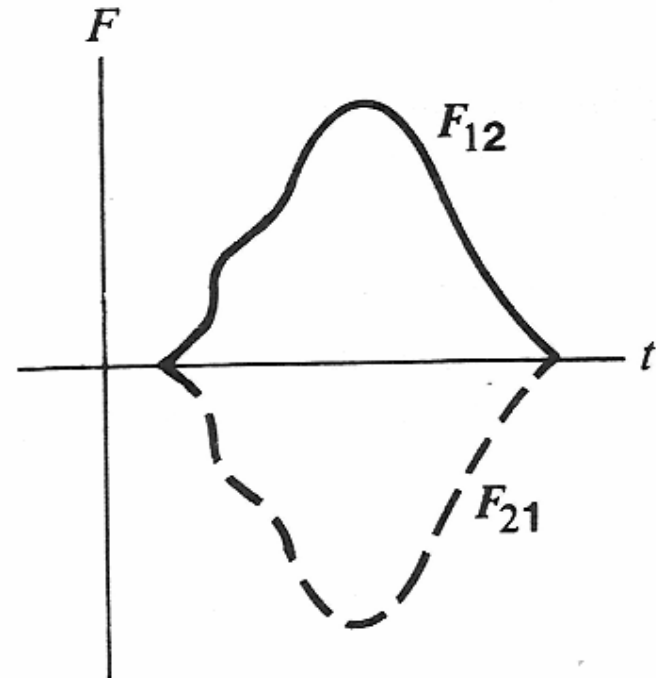
# Κρούσεις



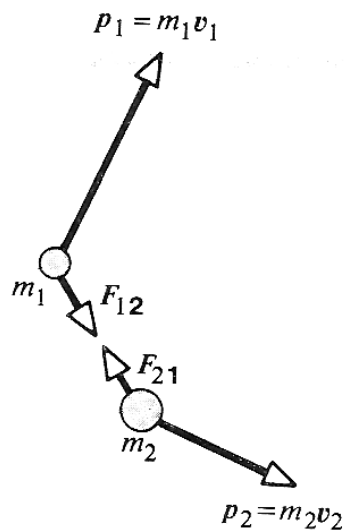
(a)



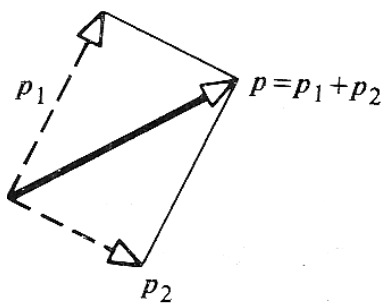
(b)



# Αλληλεπίδραση δύο σωμάτων

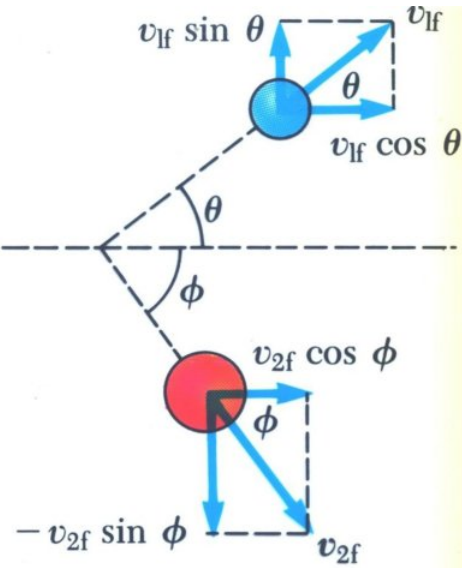


(a)

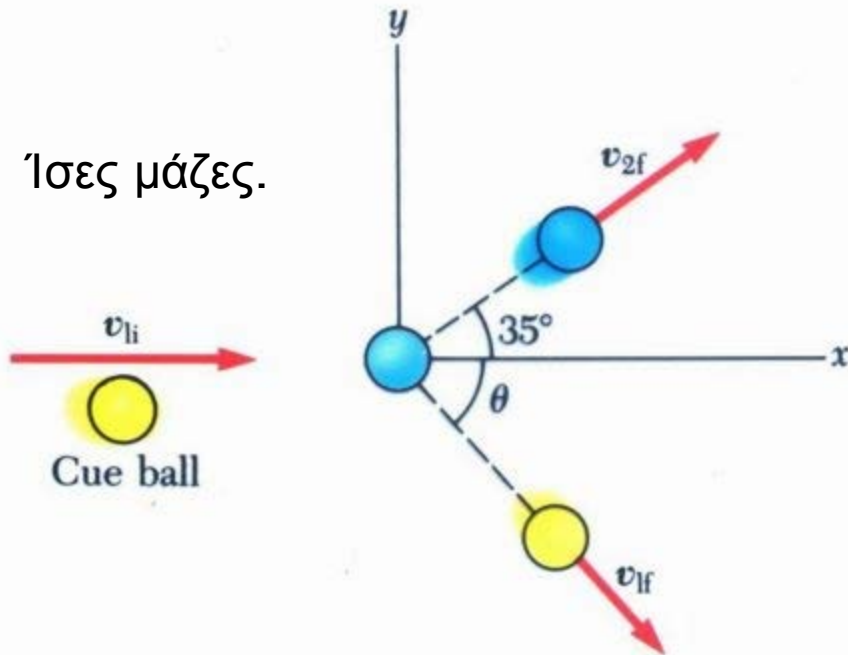


$$\begin{aligned} P'_1 - P_1 &= -(P'_2 - P_2) \\ \rightarrow P_1 + P_2 &= P'_1 + P'_2 \\ \rightarrow \sum P &= \text{σταθ.} \end{aligned}$$

# Προβλήματα.



Ίσες μάζες.



# Κέντρο Μάζας.

Ορισμός:

$$\mathbf{x}_c = \frac{m_1 \mathbf{x}_1 + m_2 \mathbf{x}_2}{m_1 + m_2}$$

Για N σώματα

$$\vec{\mathbf{r}}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{\mathbf{r}}_i}{\sum_i m_i}$$

Κίνηση Κ.Μ.

$$\begin{aligned}\vec{\mathbf{r}}_c &= \frac{m_1 \vec{\mathbf{r}}_1 + m_2 \vec{\mathbf{r}}_2}{M} & \vec{\mathbf{v}}_c &= \frac{d\vec{\mathbf{r}}_c}{dt} \\ \vec{\mathbf{v}}_c &= \frac{m_1 \frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} + m_2 \frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt}}{M} = \frac{m_1 \vec{\mathbf{v}}_1 + m_2 \vec{\mathbf{v}}_2}{M} \\ \vec{\mathbf{v}}_c &= \frac{\vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2}{M} \\ \vec{\mathbf{P}}_c &= \vec{\mathbf{p}}_1 + \vec{\mathbf{p}}_2\end{aligned}$$



$$\vec{a}_c = \frac{d\vec{v}_c}{dt}$$

$$\vec{a}_c = \frac{\frac{d\vec{p}_1}{dt} + \frac{d\vec{p}_2}{dt}}{M}$$

$$\sum \vec{F}_i = M\vec{a}_c$$

$$\sum \vec{F}_i = \sum \vec{F}_{i\xi} + \sum \vec{F}_{i\sigma}$$

*αλλά :*

$$\sum \vec{F}_{i\sigma} = \sum \vec{F}_{ij} + \sum \vec{F}_{ji}$$

$$F_{ij} = -F_{ji} \Rightarrow \sum \vec{F}_{i\sigma} = 0$$

$$\sum \vec{F}_{i\xi} = M\vec{a}_c$$

Κάτω από την επίδραση των εξωτερικών δυνάμεων, το σύστημα σωμάτων, συμπεριφέρεται σαν ένα σώμα μάζας  $M$  που βρίσκεται στο Κ.Μ. του συστήματος.

# Κέντρο Μάζας Σώματος

Συνεχής κατανομή μάζας

$$\vec{r}_c = \frac{\int d\vec{m}r}{\int dm}$$

Ομογενές σώμα

*Πυκνότητα*  $\rho = \frac{dm}{dV}$

*Ομογενές σώμα*  $\rho = \text{σταθερό}$

$$x_c = \frac{\rho \int dV x}{\rho \int dV} \quad y_c = \frac{\rho \int dV y}{\rho \int dV} \quad z_c = \frac{\rho \int dV z}{\rho \int dV}$$

# Προβλήματα

- 1) Βρείτε το Κ.Μ. ορθογωνίου τριγώνου με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα  $\sigma$ .
  - 2) Βρείτε το Κ.Μ. ημιπεριφέρειας με σταθερή γραμμική πυκνότητα  $\lambda$ .
  - 3) Βρείτε το Κ.Μ. ημικυκλίου με σταθερή επιφανειακή πυκνότητα  $\sigma$ .
- 1) Βλήμα εκτοξεύεται κατακόρυφα και όταν φθάσει σε ύψος  $h = 1000\text{m}$  και έχει ταχύτητα  $300\text{m/s}$  διασπάται σε τρία σώματα ίσης μάζας. Το ένα κινείται κατακόρυφα με ταχύτητα  $450\text{ m/s}$  το άλλο οριζόντια ανατολικά με ταχύτητα  $240\text{ m/s}$ . Ποιά είναι η ταχύτητα του τρίτου σώματος; Ποιά η θέση του Κ.Μ.  $3\text{ s}$  μετά την έκρηξη;
  - 2) Βλήμα εκτοξεύεται με ταχύτητα  $u$  υπό γωνία  $\theta$ . Στο υψηλότερο σημείο της τροχιάς εκρήγνυται και σπάει σε δύο κομμάτια ίσης μάζας. Το ένα κομμάτι πέφτει κατακόρυφα. Να βρεθεί η θέση που θα πέσει το δεύτερο σώμα. Υπολογίστε την ενέργεια που ελευθερώθηκε κατά την έκρηξη.
  - 3) Αεριωθούμενο αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $u_A = 223\text{ m/s}$  προς τον αέρα. Ο αέρας εξέρχεται με ταχύτητα  $u_\epsilon = 600\text{m/s}$  προς το αεροπλάνο με ρυθμό  $\lambda_A = 80\text{kg/s}$  Καταναλώνει καύσιμα με ρυθμό  $\lambda_K = 3\text{ kg/s}$ . Να υπολογίσετε την προωστική δύναμη του κινητήρα και την ισχύ που καταναλίσκει.

# Πύραυλος

Πύραυλος έχει αρχική μάζα  $M$  και εκτοξεύει αέρια με ρυθμό  $\lambda$  kg/s. Η ταχύτητα των αερίων προς τον πύραυλο είναι  $u_\varepsilon$  και είναι σταθερή κατά τη διάρκεια της λειτουργίας του πυραύλου. α) Να υπολογίσετε την προώθητική δύναμη που ασκείται στον πύραυλο. β) Να υπολογίσετε την ταχύτητα σαν συνάρτηση του χρόνου.