

## ΟΜΑΔΑ I

**33.** Μια μικρή σφαιρική χάντρα μάζας 3 g αφήνεται ελεύθερη, ενώ ήταν ακίνητη, κατά τη χρονική στιγμή  $t = 0$  σε ένα μπουκάλι που περιέχει υγρό σαμπουάν. Η οριακή ταχύτητα,  $v_1$ , παρατηρήθηκε ότι είναι 2 cm/s. Βρείτε (a) την τιμή της σταθεράς  $b$  στην Εξίσωση 6.7· (b) τον χρόνο,  $\tau$ , που χρειάζεται να αποκτήσει την τιμή  $0.63 v_1$  και (c) την τιμή της δύναμης που επιβραδύνει τη χάντρα όταν αυτή αποκτήσει οριακή ταχύτητα.

**52.** Σε ένα λούνα πάρκ ο «μύλος» αποτελείται από μια περιστρεφόμενη κυκλική πλατφόρμα διαμέτρου 8 m, από την οποία τα καθίσματα είναι αναρτημένα με αλυσίδες μήκους 2.5 m. (Για ευκολία, μόνο μία αλυσίδα φαίνεται στο Σχήμα 6.26, αν και για σταθερότητα θα πρέπει να χρησιμοποιούνται τουλάχιστον δύο). Όταν το σύστημα περιστρέφεται, οι αλυσίδες που συγκρατούν τα καθίσματα σχηματίζουν γωνία  $\theta = 28^\circ$  με την κατακόρυφο. (a) Ποια είναι η ταχύτητα του καθίσματος; (b) Αν ένα παιδί μάζας 40 kg κάθεται σε ένα κάθισμα μάζας 10 kg, ποια είναι η τάση της αλυσίδας;

## ΟΜΑΔΑ II

**31.** Μια βενζινάκατος σβήνει τη μηχανή της όταν έχει ταχύτητα 10 m/s και εξακολουθεί να κινείται ώσπου να σταματήσει. Η εξίσωση που διέπει την κίνησή της κατά το διάστημα αυτό είναι  $v = v_0 e^{-ct}$ , όπου  $v$  είναι η ταχύτητα σε χρόνο  $t$ ,  $v_0$  είναι η αρχική ταχύτητα και  $c$  μια σταθερά. Σε χρόνο  $t = 20$  s η ταχύτητα είναι 5 m/s. (a) Βρείτε τη σταθερά  $c$ . (b) Ποια είναι η ταχύτητα τη χρονική στιγμή  $t = 40$  s; (c) Παραγωγίστε την παραπάνω έκφραση  $v(t)$  και αποδείξτε έτσι ότι η επιτάχυνση της δάρκας είναι ανάλογη προς την ταχύτητα σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

**43.** Ένα τηλεκατευθυνόμενο αεροπλανάκι μάζας 0.75 kg πετά σε οριζόντιο κύκλο δεμένο στο άκρο ενός σύρματος ελέγχου μήκους 60 m και έχει ταχύτητα 35 m/s. Υπολογίστε την τάση του σύρματος αν σχηματίζει σταθερή γωνία  $20^\circ$  με το οριζόντιο επίπεδο. Στο αεροπλανάκι ασκούνται η τάση του σύρματος, το βάρος του και η αεροδύναμη που ασκείται με γωνία  $20^\circ$  προς τα μέσα ως προς την κατακόρυφο, όπως φαίνεται στο Σχήμα 6.20.

# Αριθμητικός υπολογισμός.

## ΟΜΑΔΑ I

55. Ένα σώμα μάζας  $0.5 \text{ kg}$  ολισθαίνει προς τα κάτω κατά μήκος ενός κεκλιμένου επιπέδου γωνίας  $30^\circ$  και μήκους  $1 \text{ m}$ . Ο συντελεστής τριβής ολισθήσεως μεταξύ του σώματος και του κεκλιμένου επιπέδου μεταβάλλεται με την ταχύτητα του σώματος σύμφωνα με τη σχέση

$$\mu = 0.3 + 1.2\sqrt{v}$$

όπου η  $v$  είναι σε  $\text{m/s}$ . (a) Χρησιμοποιήστε μια μέθοδο του απειροστικού λογισμού για να βρείτε την ταχύτητα του σώματος σε διαστήματα των  $10 \text{ cm}$  κατά τη διάρκεια της κίνησής του. (b) Αν το μήκος του κεκλιμένου επιπέδου επεκταθεί κατά μερικά  $\text{km}$ , θα φτάσει το σώμα σε οριακή ταχύτητα; Αν είναι έτσι, ποιά είναι η οριακή του ταχύτητα και σε ποιο σημείο του κεκλιμένου επιπέδου αποκτάται;

## ΟΜΑΔΑ II

54. Ένας κόκκος χαλαζιού μάζας  $4.8 \times 10^{-4} \text{ kg}$  και ακτίνας  $0.5 \text{ cm}$  πέφτει μέσα στον αέρα και υφίσταται την επενέργεια μιας συνολικής δύναμης που δίνεται από την Εξίσωση 6.9 Αυτή η έκφραση μπορεί να γραφεί με τη μορφή

$$m \frac{dv}{dt} = mg - Kv^2$$

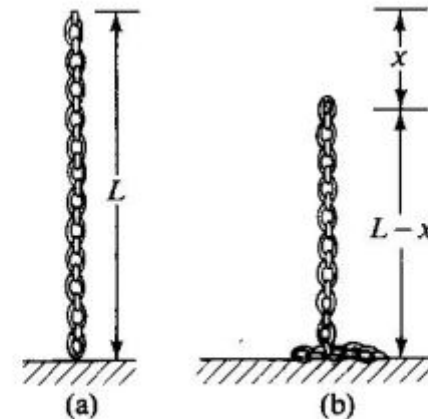
όπου  $K = \frac{1}{2}C\rho A$ ,  $\rho = 1.29 \text{ kg/m}^3$  και  $C = 0.5$ . (a) Ποια είναι η οριακή ταχύτητα του χαλαζιού; (b) Χρησιμοποιήστε μεθόδους απειροστικού λογισμού για να βρείτε την ταχύτητα και τη θέση του χαλαζιού σε χρονικά διαστήματα  $1 \text{ s}$ , παίρνοντας  $v_0 = 0$ . Συνεχίστε τον υπολογισμό σας μέχρις ότου ο κόκκος φτάσει την οριακή ταχύτητα.

# Κοινές ασκήσεις.

- Ο πρώτος όροφος του πυραύλου «Κρόνος V» καταναλώνει καύσιμα με ρυθμό  $1,5 \times 10^4 \text{ kg/s}$  με ταχύτητα εκτόξευσης των αερίων  $2.6 \times 10^3 \text{ m/s}$ . 1) υπολογίστε την προωστική δύναμη που παράγουν οι μηχανές του. 2) Βρείτε την αρχική επιτάχυνση του πυραύλου αν η αρχική μάζα του είναι  $3 \times 10^6 \text{ kg}$ . (λάβετε υπ' όψη τη βαρύτητα. 3) Η ταχύτητα διαφυγής από την γη, είναι  $11,2 \text{ km/s}$ . a) Ποια είναι η μάζα των καυσίμων που χρειάζεται να αποκτήσει την ταχύτητα αυτή; b) Πόσο χρόνο χρειάζεται;
- (Αποδείξτε τους τύπους που χρησιμοποιείτε.)

όχημα και το δλήμα. Διατηρείται η ορμή αυτού του συστήματος κατά τη διάρκεια της πυροδότησης; Γιατί ναι ή όχι;

- 81.** Μια αλυσίδα μήκους  $L$  και ολικής μάζας  $M$  αφήνεται, ενώ προηγουμένως ακινητούσε, έτσι ώστε το χαμηλότερο άκρο της μόλις να ακουμπάει πάνω σε ένα τραπέζι, όπως φαίνεται στο Σχήμα 9.41a. Βρείτε τη δύναμη που ασκεί το τραπέζι στην αλυσίδα όταν αυτή έχει πέσει κατά μια απόσταση  $x$ , όπως στο Σχήμα 9.41b. (Υποθέστε ότι κάθε κρίκος της αλυσίδας ακινητεί τη στιγμή κατά την οποία φτάνει στο τραπέζι).



## ΟΜΑΔΑ I

53. Αποδείξτε ότι οι παρακάτω δυνάμεις είναι διατηρητικές και βρείτε τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας που αντιστοιχεί σε αυτές τις δυνάμεις όταν  $x_1 = 0$  και  $x_2 = x$ : (a)  $F_x = ax + bx^2$ , (b)  $F_x = Ae^{ax}$  ( $a$ ,  $b$ ,  $A$  και  $a$  είναι σταθερές).

6.2. Σωματίο κινείται υπό την επίδραση της δύναμης  $F = (2x-y+z)\hat{i} + (x+y-z^2)\hat{j} + (3x-2y+4z)\hat{k}$  πάνω στο επίπεδο  $xy$  και διαγράφει περιφέρεια κύκλου με κέντρο την αρχή των αξόνων και ακτίνα  $3\text{ m}$ . Υπολογίστε το έργο της δύναμης.

6.7. Σώμα μάζας  $m$  κινείται ανεβαίνοντας κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα  $v$  υπό την επίδραση δύναμης παράλληλης προς το επίπεδο. Πόση πρέπει να είναι η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου, ώστε η ισχύς της δύναμης να είναι μέγιστη και πόση είναι αυτή η ισχύς; Ο συντελεστής τριβής μεταξύ σώματος και επιπέδου είναι  $\mu$ .

## ΟΜΑΔΑ II

54. Βρείτε τις δυνάμεις που αντιστοιχούν στις ακόλουθες συναρτήσεις δυναμικής ενέργειας: (a)  $K/y$ , (b)  $bx^3$ , (c)  $e^{-ar/r}$ . ( $K$ ,  $b$  και  $a$  είναι σταθερές).