

Πότε ένας τύπος της γλώσσας P θεωρείται καλή (ικανοποιητική, επαρκής κτο.) μετάφραση μιας δεδομένης πρότασης της φυσικής γλώσσας;

Όταν έχει τις ίδιες συνθήκες αλήθειας με την πρόταση της φυσικής γλώσσας.

Ακριβέστερα, ο τύπος της γλώσσας P , όταν έχουμε δώσει ένα συγκεκριμένο νόημα στα προτασιακά γράμματα που περιέχει, αποτελεί καλή μετάφραση εφόσον ο τύπος, κατανοημένος σύμφωνα με αυτό το συγκεκριμένο νόημα, έχει τις ίδιες συνθήκες αλήθειας με την πρόταση της φυσικής γλώσσας.

Η μπαταρία είναι άδεια. Αν η μπαταρία είναι άδεια, το αμάξι δεν θα ξεκινήσει. Άρα το αμάξι δεν θα ξεκινήσει.

Μια μετάφραση του επιχειρήματος αυτού στη γλώσσα P: p , $p \rightarrow q$, άρα q — όπου το γράμμα p έχει το νόημα «η μπαταρία είναι άδεια» και το γράμμα q έχει το νόημα «το αμάξι δεν θα ξεκινήσει». Είναι η μετάφραση καλή; Θα το δούμε. Πάντως, το συμβολικό επιχείρημα είναι P-έγκυρο.

Μπορείτε να πάρετε εισιτήριο μόνο αν έχετε το ακριβές αντίτιμο. Δεν έχετε το ακριβές αντίτιμο. Άρα δεν μπορείτε να πάρετε εισιτήριο.

Μια μετάφραση αυτού του επιχειρήματος στη γλώσσα P:
 $p \rightarrow q, \neg q, \text{ άρα } \neg p$ — όπου το γράμμα p σημαίνει «μπορείτε να πάρετε εισιτήριο» και το q σημαίνει «έχετε το ακριβές αντίτιμο». Είναι καλή η μετάφραση; Ίσως. Πάντως, το συμβολικό επιχείρημα είναι P-έγκυρο.

Αν το σχήμα είναι κλειστό και έχει ίσες πλευρές, τότε είναι τετράγωνο ή ρόμβος. Το σχήμα είναι κλειστό. Το σχήμα έχει ίσες πλευρές. Άρα είναι τετράγωνο ή ρόμβος.

Μία μετάφραση αυτού του επιχειρήματος: $p \rightarrow q, r, s$, άρα q — όπου τα p, q, r και s σημαίνουν αντίστοιχα «το σχήμα είναι κλειστό και έχει ίσες πλευρές», «το σχήμα είναι τετράγωνο ή ρόμβος», «το σχήμα είναι κλειστό» και «το σχήμα έχει ίσες πλευρές».

Μια άλλη μετάφραση: $(p \wedge q) \rightarrow (r \vee s)$, p, q , άρα $r \vee s$ — όπου τα p, q, r και s σημαίνουν αντίστοιχα «το σχήμα είναι κλειστό», «το σχήμα έχει ίσες πλευρές», «το σχήμα είναι τετράγωνο» και «το σχήμα είναι ρόμβος».

Μια τρίτη μετάφραση: $(p \wedge q) \rightarrow r$, p, q , άρα r — όπου τα p, q και r σημαίνουν αντίστοιχα «το σχήμα είναι κλειστό», «το σχήμα έχει ίσες πλευρές» και «το σχήμα είναι τετράγωνο ή ρόμβος».

Άμα θέσουμε κατά μέρος τις αμφιβολίες για το αν το βέλος αποδίδει σωστά το «αν» της φυσικής γλώσσας, τότε και οι τρεις μεταφράσεις είναι καλές με το κριτήριο που έχουμε. Όμως από τα τρία συμβολικά επιχειρήματα, μόνο το δεύτερο και το τρίτο είναι P-έγκυρα. Το πρώτο δεν είναι.

Ένα δίδαγμα: Ας πούμε ότι έχουμε ένα επιχείρημα στα ελληνικά και ένα συμβολικό επιχείρημα που αποτελεί καλή (καλή με το κριτήριό μας) μετάφραση του ελληνικού επιχειρήματος. Τότε αν το συμβολικό επιχείρημα δεν είναι P-έγκυρο, ΔΕΝ έπεται ότι το ελληνικό δεν είναι έγκυρο. Όμως αν το συμβολικό επιχείρημα είναι P-έγκυρο, έπεται ότι το ελληνικό είναι έγκυρο.

Άλλο παράδειγμα: Όλοι οι ποδοσφαιρόφιλοι αγαπούν τα σπορ. Μερικοί ποδοσφαιρόφιλοι είναι χούλιγκαν. Άρα μερικοί χούλιγκαν αγαπούν τα σπορ.

Το επιχείρημα αυτό είναι έγκυρο. Όμως το μόνο που μπορούμε να κάνουμε για να το μεταφράσουμε στη γλώσσα P είναι να το αποδώσουμε κάπως έτσι: p, q , άρα r . Βέβαια ένα τέτοιο συμβολικό επιχείρημα δεν είναι P-έγκυρο.

Πώς η συμβολική απόδοση βοηθά να δούμε αμφισημίες που δεν φαίνονται με την πρώτη ματιά:

Ο Γιάννης θα διαλέξει το χρώμα για το νέο μπάνιο και θα το βάψει ο ίδιος μόνο αν η γυναίκα του συμφωνήσει. Όμως η γυναίκα του δεν θα συμφωνήσει. Άρα δεν θα το βάψει ο ίδιος.

Όταν πάμε να μεταφράσουμε αυτό το επιχείρημα, θα δώσουμε π.χ. στα γράμματα p , q και r το νόημα «ο Γιάννης θα διαλέξει το χρώμα για το νέο μπάνιο», «ο Γιάννης θα βάψει το νέο μπάνιο ο ίδιος» και «η γυναίκα του Γιάννη θα συμφωνήσει» αντίστοιχα. Μετά, ακολουθώντας την καθιερωμένη αντιμετώπιση του «μόνο αν», θα δούμε ότι μπορεί να το αποδώσουμε είτε ως

$$(p \wedge q) \rightarrow r, \neg r, \text{ άρα } \neg q$$

είτε ως

$$p \wedge (q \rightarrow r), \neg r, \text{ άρα } \neg q.$$

Τότε θα αντιληφθούμε την αμφισημία στην πρώτη προκείμενη του ελληνικού επιχειρήματος.

Πώς η συμβολική απόδοση βοηθά να δούμε την εγκυρότητα ελληνικών επιχειρημάτων που δεν φαίνεται αμέσως ότι είναι έγκυρα:

Αν ο κοινός νους έχει πάντα δίκιο, τότε όσα λέει η φυσική είναι σωστά. Αν όσα λέει η φυσική είναι σωστά, τότε δεν έχει ο κοινός νους πάντα δίκιο. Άρα δεν έχει ο κοινός νους πάντα δίκιο.

Δίνοντας το κατάλληλο νόημα στα γράμματα p και q , η συμβολική απόδοση είναι: $p \rightarrow q$, $q \rightarrow \neg p$. Άρα $\neg p$.

Αυτό το συμβολικό επιχείρημα είναι P-έγκυρο. Έτσι, συμπεραίνουμε ότι το ελληνικό είναι έγκυρο (και μετά μπορεί να καταλάβουμε και γιατί είναι έγκυρο).

Βασική συντακτική διαφορά ανάμεσα στο \wedge και το «και»: το \wedge συνδέει μόνο προτάσεις, ενώ το «και» συνδέει επίσης λέξεις και φράσεις που δεν είναι προτάσεις. Όταν μέσα σε μια ελληνική πρόταση **A** το «και» δεν συνδέει προτάσεις (υποπροτάσεις της), μπορούμε να μεταφράσουμε την **A** ως $p \wedge q$ (δηλ. θα είναι καλή η μετάφραση με το κριτήριό μας); Ναι, αν η **A** μπορεί να αναδιατυπωθεί έτσι που να γίνει σύζευξη προτάσεων. Όχι, αν δεν μπορεί να αναδιατυπωθεί έτσι.

Το «ο Τομ και η Μαίρη είναι φιλόσοφοι» μπορεί να αναδιατυπωθεί ως «ο Τομ είναι φιλόσοφος και η Μαίρη είναι φιλόσοφος» κι έτσι μπορεί να μεταφραστεί ως $p \wedge q$.

Το «ο Τομ και η Μαίρη είναι συμπατριώτες» δεν μπορεί να αναδιατυπωθεί έτσι που να γίνει σύζευξη προτάσεων. (Αγνοώ συζεύξεις που επαναλαμβάνουν ουσιαστικά το ίδιο πράγμα, όπως η «ο Τομ είναι συμπατριώτης με τη Μαίρη και η Μαίρη είναι συμπατριώτισσα με τον Τομ».)

Το «ο Τομ και η Μαίρη σήκωσαν το πιάνο» είναι αμφίσημο. Μπορεί να σημαίνει είτε «ο Τομ σήκωσε το πιάνο και (επίσης) η Μαίρη σήκωσε το πιάνο» είτε «ο Τομ και η Μαίρη μαζί σήκωσαν το πιάνο». Στη δεύτερη περίπτωση δεν μπορούμε να το μεταφράσουμε με το \wedge .

Το «μερικά κορίτσια είναι όμορφα και φλερτάρουν» δεν μπορεί να αναδιατυπωθεί έτσι που να γίνει σύζευξη προτάσεων. Δεν σημαίνει «μερικά κορίτσια είναι όμορφα και μερικά κορίτσια φλερτάρουν».

Πιο δύσκολο παράδειγμα: το «ο Γιάννης πλύθηκε γρήγορα και καλά» δεν σημαίνει «ο Γιάννης πλύθηκε γρήγορα και ο Γιάννης πλύθηκε καλά».

Κάποιοι γλωσσολόγοι έχουν την άποψη ότι το «και» μερικές φορές σημαίνει «και μετά», π.χ. «η Μαίρη παντρεύτηκε και απέκτησε παιδί», «η Jane Austen πέθανε το 1817 και τάφηκε στο Winchester». Αν σε κάποιες περιπτώσεις σημαίνει «και μετά», τότε σε αυτές τις περιπτώσεις δεν μπορούμε να το μεταφράσουμε με το \wedge (ακόμα και αν αποτελούν συζεύξεις προτάσεων).

Όμως πολλοί αμφισβητούμε αυτή την άποψη. Θεωρούμε ότι η συγκεκριμένη χρονική σειρά δεν είναι απαραίτητη για να είναι αληθής η πρόταση «η Μαίρη παντρεύτηκε και απέκτησε παιδί» και ότι ναι μεν η πρόταση μεταδίδει κάπως την ιδέα ότι η χρονική σειρά ήταν αυτή, αλλά αυτό το κάνει όχι λόγω των συνθηκών αλήθειας της, αλλά λόγω ενός άλλου γλωσσικού μηχανισμού, του μηχανισμού των υποσημάτων, που θα τον δούμε αργότερα στα μαθήματά μας.

Τα διαζευκτικά «ή» και «είτε . . . είτε» μπορούμε πάντα να τα μεταφράζουμε με το \vee ; Υπάρχουν δυσκολίες. Πρώτον, το \vee συνδέει μόνο προτάσεις, ενώ οι διαζευκτικές λέξεις της φυσικής γλώσσας συνδέουν επίσης λέξεις και φράσεις που δεν είναι προτάσεις. Όταν μέσα σε μια ελληνική πρόταση **A** το «ή» (ή το «είτε . . . είτε») δεν συνδέει προτάσεις (υποπροτάσεις της), και η **A** δεν μπορεί να αναδιατυπωθεί έτσι που να γίνει διάζευξη προτάσεων, τότε δεν μπορούμε να μεταφράσουμε την **A** ως $p \vee q$. Π.χ. το «κάθε αριθμός είναι μονός ή ζυγός» δεν σημαίνει «κάθε αριθμός είναι ζυγός ή κάθε αριθμός είναι μονός». Αντιθέτως, το «είτε ο Τομ είτε η Μαίρη θα βοηθήσει στο πλύσιμο» σημαίνει «είτε ο Τομ θα βοηθήσει στο πλύσιμο είτε η Μαίρη θα βοηθήσει στο πλύσιμο» και μπορεί να μεταφραστεί ως $p \vee q$.

Δεύτερον, υπάρχουν δύο έννοιες διάζευξης: η εγκλειστική διάζευξη (είτε το ένα είτε το άλλο είτε και τα δύο) και η αποκλειστική (είτε το ένα είτε το άλλο, αλλά όχι και τα δύο). Το \vee εκφράζει πάντα εγκλειστική διάζευξη. Κατά την καθιερωμένη άποψη για τις διαζευκτικές λέξεις της φυσικής γλώσσας, οι λέξεις αυτές είναι αμφίσημες. Όταν μια τέτοια λέξη εκφράζει αποκλειστική διάζευξη, δεν μπορούμε να τη μεταφράσουμε με το \vee .

Ο Sainsbury αμφιβάλλει για την καθιερωμένη άποψη, τείνοντας προς την ιδέα πως και οι διαζευκτικές λέξεις της φυσικής γλώσσας εκφράζουν μόνο εγκλειστική διάζευξη. Όπως λέει, άμα πούμε «ο αριθμός x είναι ή μονός ή ζυγός», αποκλείεται το ενδεχόμενο ο αριθμός να είναι και μονός και ζυγός, όμως αυτό το ενδεχόμενο το αποκλείει η αριθμητική, δεν έχουμε λόγο να θεωρήσουμε ότι το αποκλείει επίσης η σημασία του «ή . . . ή». Πάντως και ο Sainsbury παραδέχεται ότι άμα πούμε «Ευχαρίστως να έρθεις στο σπίτι για φαγητό είτε τη Δευτέρα είτε την Τρίτη», το «είτε τη Δευτέρα είτε την Τρίτη» δεν φαίνεται να ισοδυναμεί με το «είτε τη Δευτέρα είτε την Τρίτη είτε και τις δυο μέρες»!

Τρίτον, σε κάποια συγκεκριμένα είδη συμφραζομένων, συμβαίνει ένα περίεργο φαινόμενο: εκεί οι διαζευκτικές λέξεις της φυσικής γλώσσας δεν εκφράζουν διάζευξη (ούτε εγκλειστική ούτε αποκλειστική) αλλά ισοδυναμούν με το «και». Π.χ. η πρόταση «μπορούν να σου δείξουν το δρόμο είτε ο Τομ είτε η Μαίρη» ισοδυναμεί με το «ο Τομ μπορεί να σου δείξει το δρόμο, αλλά επίσης η Μαίρη μπορεί να σου δείξει το δρόμο». Στις ασυνήθιστες αυτές περιπτώσεις οι διαζευκτικές λέξεις μπορούν να μεταφραστούν με το \wedge και όχι με το \vee .