Το μεταπτυχιακό μάθημα

Ιστορία των Μαθηματικών (Υ16)

(Τετ. 18:00 - 21:00, Αίθ. Β)

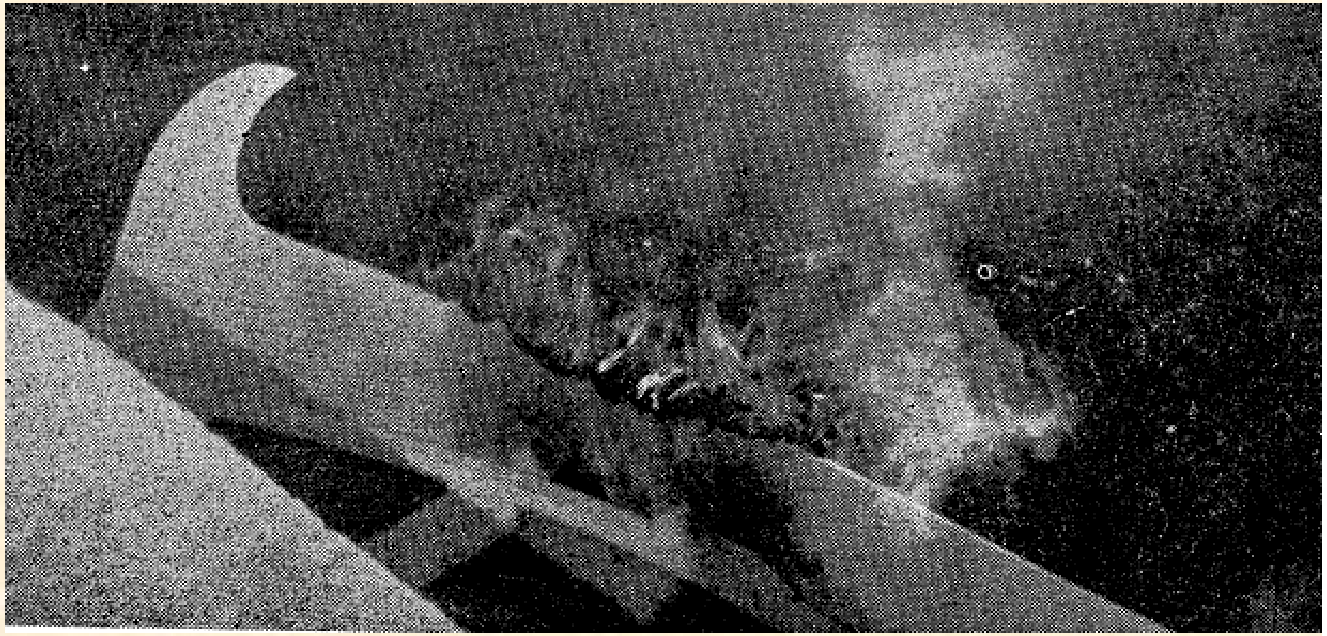
προσφέρει μια επισκόπηση των πιο επιδραστικών μαθηματικών ιδεών που αναπτύχθηκαν από την αρχαιότητα έως και τους νεωτερικούς χρόνους στον ευρύτερο χώρο της Μεσογείου. Παράλληλα, εξετάζει τον ρόλο που διαδραμάτισαν οι κοινωνικοί, θεσμικοί και πολιτισμικοί παράγοντες στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης και, αντιστρόφως, τους τρόπους με τους οποίους οι μαθηματικές ιδέες επηρέασαν την κοινωνία και τον πολιτισμό. Σε ιστοριογραφικό επίπεδο, στόχος του μαθήματος είναι να βοηθήσει τις φοιτήτριες και τους φοιτητές του ΙΦΕΤ να αναπτύξουν κριτική σκέψη ως προς τους τρόπους με τους οποίους κατανοείται και καταγράφεται η ιστορία των Μαθηματικών.

Μ. Σιάλαρος (msialaros@phs.uoa.gr)

https://en-uoa-gr.academia.edu/MichalisSialaros
https://www.ancientscienceportal.com
https://www.instagram.com/ancient_science_portal

Πόσο «ζωντανός» είναι σήμερα ο Αρχιμήδης;

6 Νοεμβρίου 1973, ώρα 12:00, Σκαραμαγκάς



NEW YORK TIMES

Κυριακή, 11 Νοεμβρίου 1973

ΠΩΣ Ο ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ ΕΚΛΕΨΕ ΤΟΝ ΗΛΙΟ ΓΙΑ ΝΑ ΚΑΨΕΙ ΤΟΝ ΕΧΘΡΙΚΟ ΣΤΟΛΟ

ὑπὸ Mario S. Modiano
εἰδικοῦ ἀπεσταλμένου τῶν New York Times

Ἀθήνα, 10 Νοεμβρίου — Ἕλληνες ἐπιστήμονες ἐξετέλεσαν ἕνα πείραμα γιὰ νὰ ἀποδείξουν ὅτι ὁ διάσημος ἐφευρέτης τῆς ἀρχαιότητος, ὁ Ἀρχιμήδης, ἦταν πράγματι δυνατὸν νὰ ἔχῃ χρησιμοποιήσει τὴν ἡλιακὴ ἐνέργεια γιὰ νὰ πυρπολήσῃ τὸ στόλο τῶν Ρωμαίων περὶ τὸ 212 π.χ.

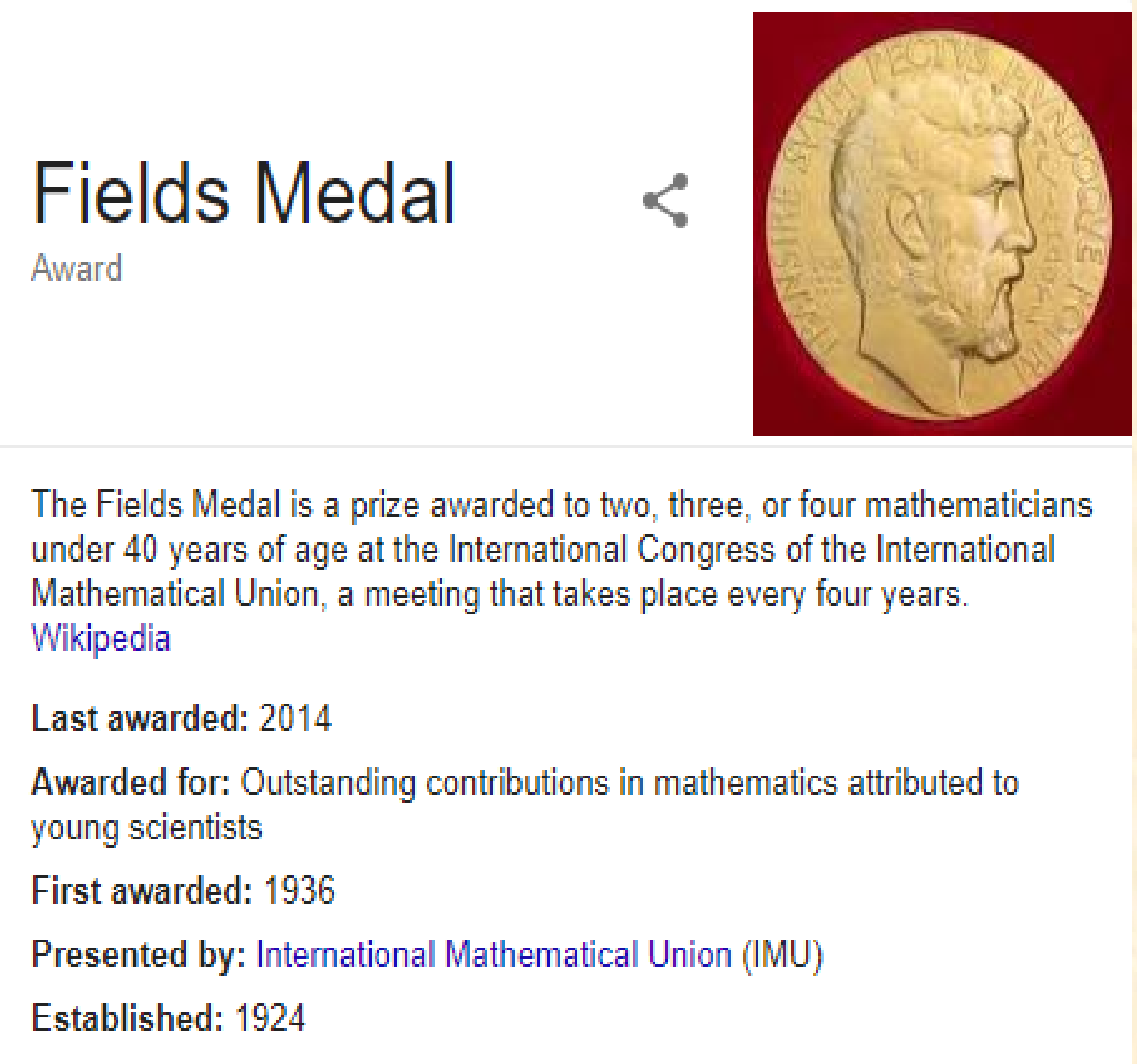
Παρέταξαν 50 ὡς 60 ναῦτες στὴν παραλία τῆς ναυτικῆς βάσεως τοῦ Σκαρμαγκᾶ, κοντὰ στὴν Ἀθήνα, καθένας δὲ ἀπ᾿ αὐτοὺς κρατοῦσε ἕνα ἐπίμηκες κάτοπτρο. Μόλις δόθηκε ἡ διαταγή, οἱ ναῦτες ἔστρεψαν τὰ κάτοπτρα ἔτσι ὥστε οἱ ἀκτῖνες τοῦ ἥλιου νὰ ἀντανακλῶνται πάνω σ᾿ ἕνα πλοιάριο ποὺ βρισκόταν σὲ ἀποσταση 160 ποδῶν.

Ὑπῆρχε πάντα ἕνας σκεπτικισμὸς σχετικὰ μὲ τὸν θρῦλο, ὅτι ὁ Ἀρχιμήδης, ὁ ἕλληνας μαθηματικὸς πού, ὅπως λέει ἡ παράδοσις, ἀνεφώνησε τὸ «Εὕρηκα», ὅταν ἀνακάλυψε τὴν ἀρχὴ τοῦ βάρους τοῦ σώματος ποὺ ἐμβαπτίζεται μέσα στὸ νερό, χρησιμοποίησε ἕνα εἶδος «καυστικοῦ κατόπτρου γιὰ νὰ πυρπολήσῃ τὶς ρωμαϊκὲς γαλέρες, ποὺ πολιορκοῦσαν τὴ σικελικὴ γενέτειρά του, τὶς Συρακοῦσες, ἀπὸ τὸ 215 ὡς τὸ 212 π.Χ.

Ὁ Δρ. Ἰωάννης Σακᾶς, Ἕλληνας μηχανικὸς ποὺ ἐργάζεται στὴ Δημοσία Ἐπιχείρησι Ἠλεκτρισμοῦ, εἶπε ὅτι ἂν ὁ Ἀρχιμήδης εἶχε ἐπεξεργασθεῖ ἕνα τέτοιο σχέδιο, θὰ εἶχε ἐπιδιώξει νὰ προκαλέσῃ τὴν ἐπενέργεια ἑνὸς μεγάλου κοίλου κατόπτρου.

Barack Obama challenges The Mythbusters (Archimedes)

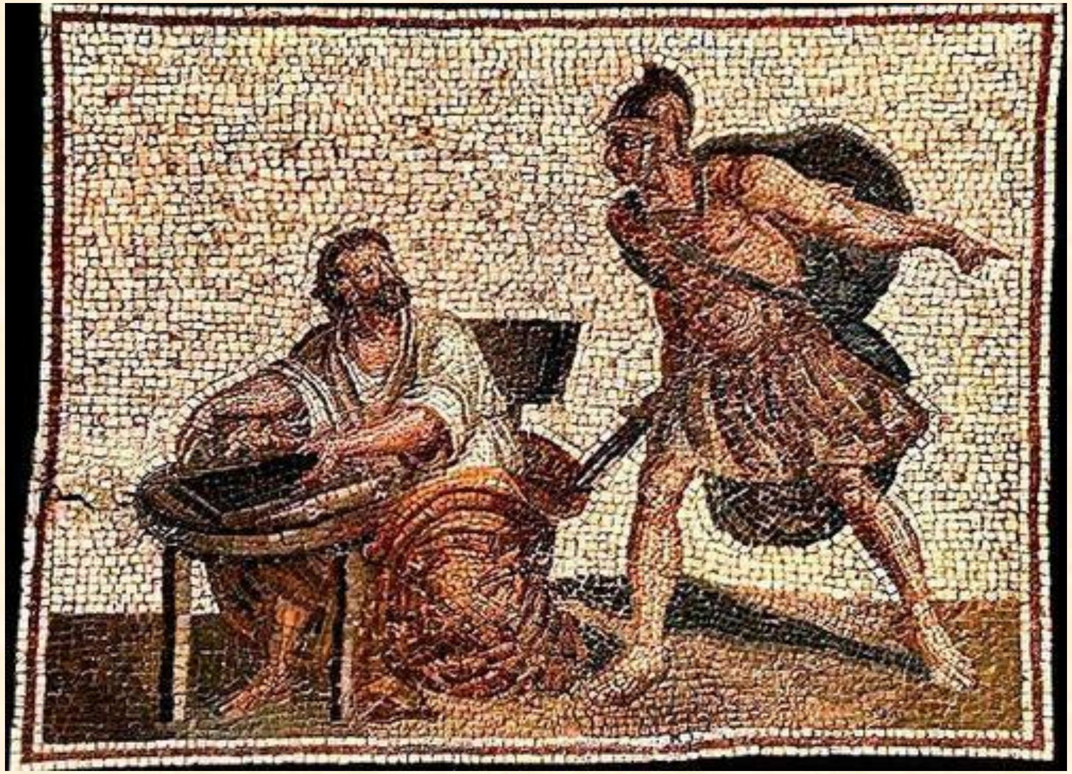
Πόσο διάσημος είναι ο Αρχιμήδης;



- Εύρηκα! Εύρηκα!
- Βρες μου ένα μέρος να σταθώ και θα μετακινήσω και τη Γη!
- Μη μου χαλάς τους κύκλους!

Αρχιμήδης

- 287-212 π.Χ. (Συρακούσες, Αλεξάνδρεια;).
- Χαμένη βιογραφία από κάποιον Ηρακλείδη, φίλο του Αρχιμήδη (Λίβιος, *Ab Con.* 25.31; Πλούταρχος, *Marc.* 19; Τζέτζης, *Chil.* 2.35.106-8).



Ο Αρχιμήδης… προσπαθούσε να λύσει ένα πρόβλημα με ένα διάγραμμα και, επειδή είχε στρέψει την προσοχή του στο θέμα που τον ενδιέφερε, δεν πρόσεξε ούτε την εισβολή των Ρωμαίων ούτε το ότι η πόλη αλώθηκε… Ένας στρατιώτης τον διέταξε να τον ακολουθήσει. Αυτός όμως αρνήθηκε να το κάνει εάν πρώτα δεν ολοκλήρωνε την απόδειξή του. Ο στρατιώτης, εκνευρισμένος, τράβηξε το ξίφος και τον σκότωσε.

Η διάσημη τελευταία φράση του Αρχιμήδη διασώζεται σε διάφορες παραλλαγές

α΄) Πὰρ κεφαλὰν καὶ μὴ παρὰ γραμμάν. Δίων (14).

β΄) Τὰν κεφαλὰν καὶ μὴ τὰν γραμμάν (193).

γ΄) Ἀπόστηθι ἄνθρωπε ἀπὸ τῆς γραμμῆς. Δίων (14).

δ΄) Τὰν κεφαλὰν πλήττειν μὴ τὰν γραμμὰν ἀφανίζειν. Παχυμέρης (86).

ε΄) Ἀπόστηθι, ὦ ἄνθρωπε, τοῦ διαγράμματός μου. Τζέτζης (182).

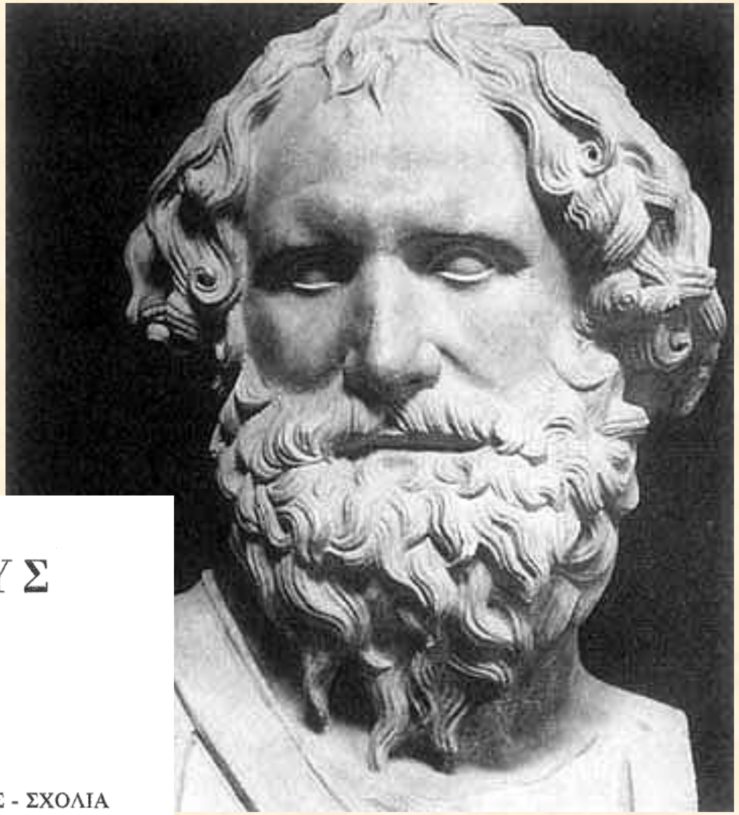
στ΄) Μὴ καταστρέψῃς τὸ σχῆμα. Βαλέριος Μάξιμος (243).

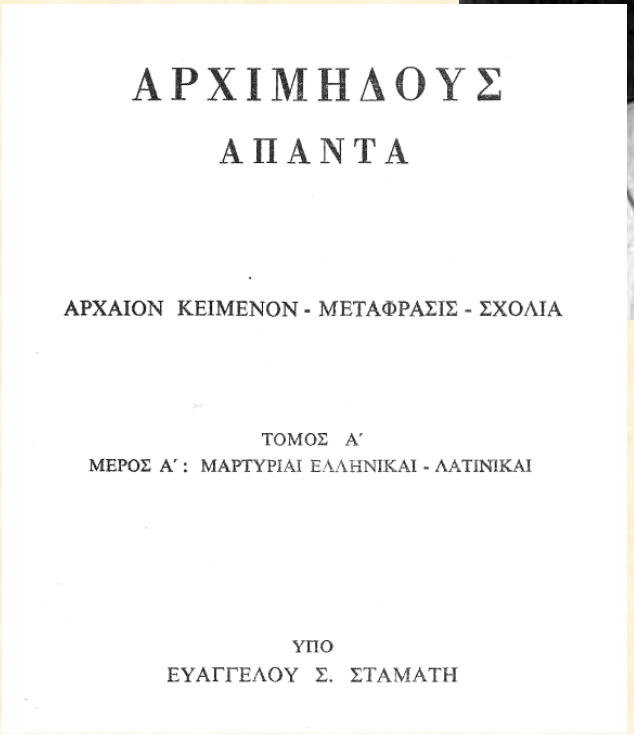
ζ΄) Μή μου τοὺς κύκλους τάραττε. Ἀγνώστου συγγραφέως (260).

Ιστορικές πληροφορίες

- 287-212 π.Χ.
- Συρακούσες, Αλεξάνδρεια (;).
- Ο πατέρας του, ο Φειδίας, ήταν αστρονόμος.
- Συγγενής με τον τύραννο Ιέρωνα Β'.

(Χαμένη βιογραφία από κάποιον Ηρακλείδη, φίλο του.)





ΑΡΧΙΜΗΔΟΥΣ
ΑΠΑΝΤΑ

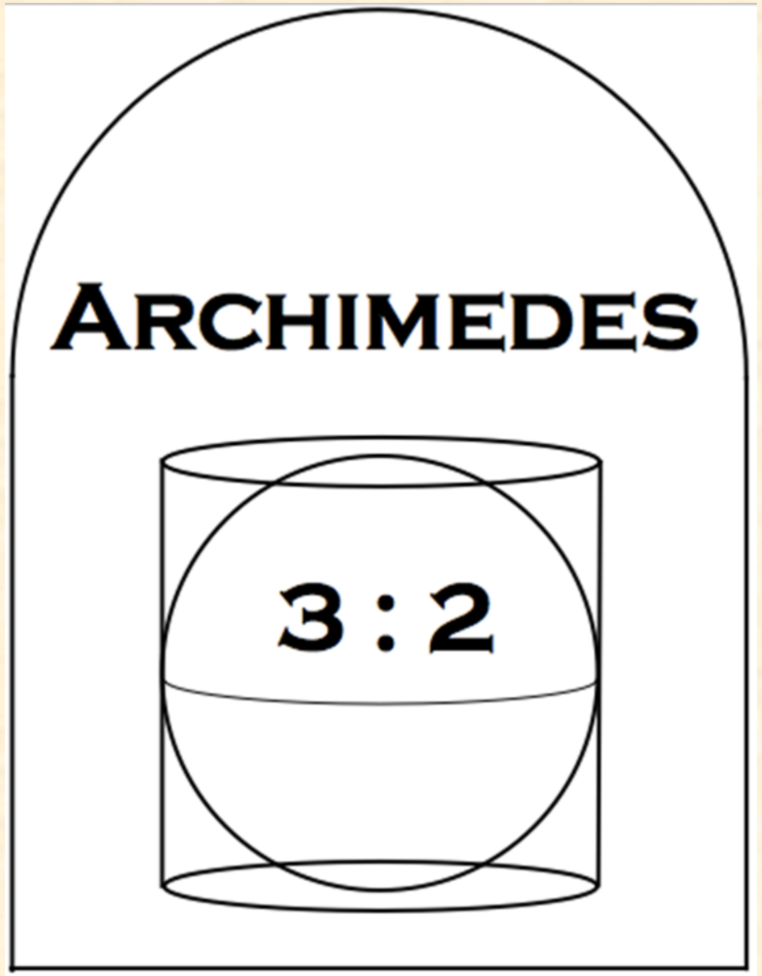
ΑΡΧΑΙΟΝ ΚΕΙΜΕΝΟΝ - ΜΕΤΑΦΡΑΣΙΣ - ΣΧΟΛΙΑ

ΤΟΜΟΣ Α΄
ΜΕΡΟΣ Α΄: ΜΑΡΤΥΡΙΑΙ ΕΛΛΗΝΙΚΑΙ - ΛΑΤΙΝΙΚΑΙ

ΥΠΟ
ΕΥΑΓΓΕΛΟΥ Σ. ΣΤΑΜΑΤΗ

https://evangelosstamatis.wordpress.com/bibliography/

Συχνά, οι υπηρέτες του Αρχιμήδη τον έκαναν μπάνιο με το ζόρι, και αυτός, ενώ λουζότανε, ζωγράφιζε γεωμετρικά σχήματα ακόμη και στη χόβολη…και ενώ τον άλειβαν με έλαια, αυτός ζωγράφιζε διαγράμματα πάνω στο γυμνό του κορμί…

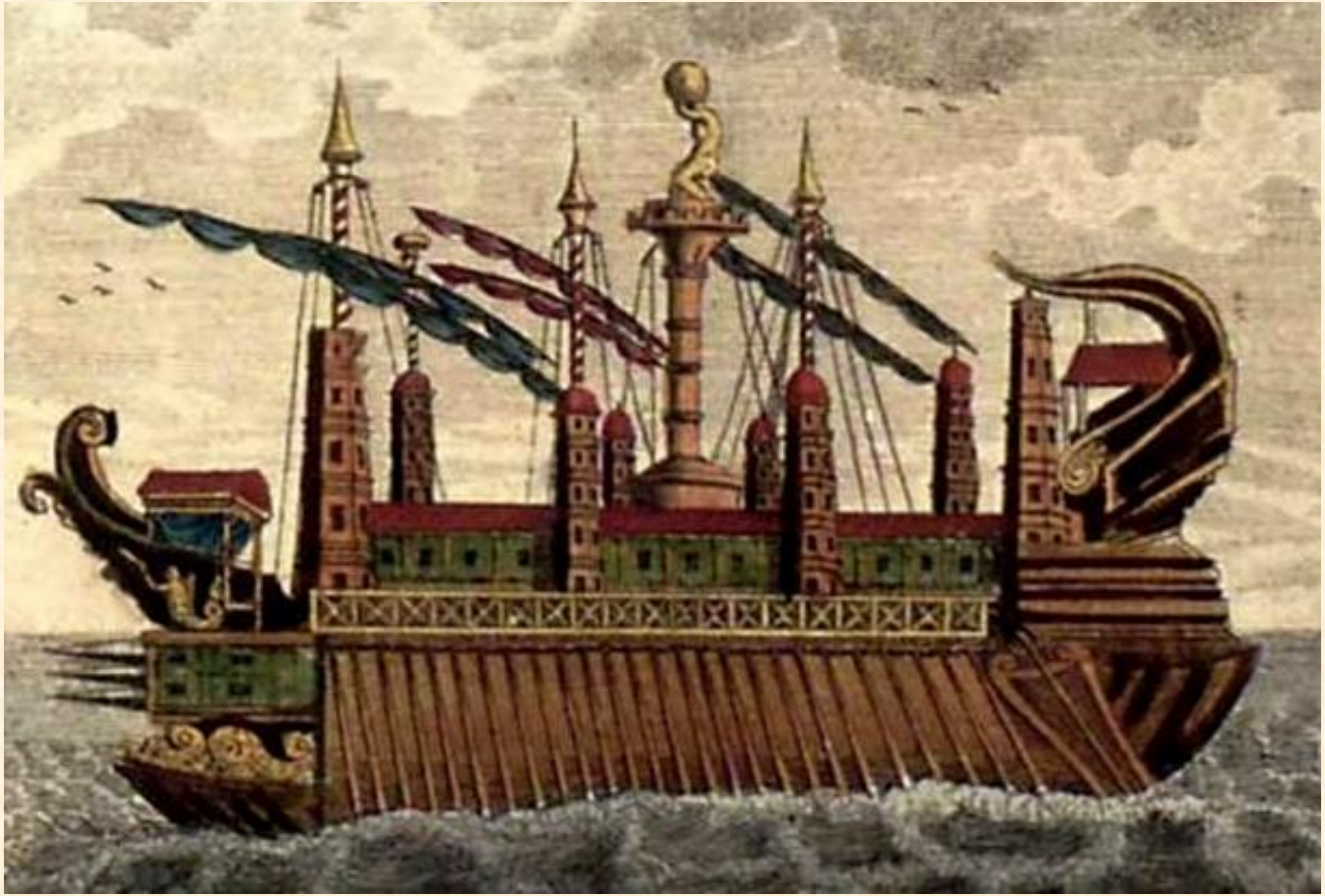


Κικέρωνας (75 π.Χ.): «(Ο) τάφος ήταν εντελώς άγνωστος στους Συρακούσιους…Εγώ όμως τον βρήκα καλυμμένο από βάτα και θάμνους. Θυμόμουν μερικούς στίχους που είχα ακούσει που έλεγαν ότι στην επιτύμβια πλάκα είχε χαραχθεί μια σφαίρα με ένα κύλινδρο. Αφού εξέτασα την περιοχή, πρόσεξα μια μικρή στήλη η οποία περιείχε ακριβώς μια σφαίρα και ένα κύλινδρο.»

«Όταν άρχισε να μας εξηγεί πώς δουλεύει η συσκευή, σκέφτηκα ότι η φύση προίκισε αυτόν τον Σικελό με ευφυΐα περισσότερη από όση μπορούσα ποτέ να φανταστώ ότι έχει κάποιος άνθρωπος…Συγκριτικά, το πλανητάριο στη Ρώμη ήταν μια πρώιμη εφεύρεση…Αυτό που έβλεπα μπροστά μου ήταν απίστευτο. Πάνω σε ένα χάλκινο αντικείμενο, υπήρχαν οι κινήσεις του Ήλιου, της Σελήνης και των πλανητών…και με μία μόνο περιστροφή, μπορούσε κανείς να αποδώσει τις διαφορετικές πορείες και ταχύτητες των σωμάτων. Όταν θέσαμε σε κίνηση το αντικείμενο, είδαμε να σχηματίζεται μπροστά μας η ίδια έκλειψη όπως και αυτή που είχε γίνει και στον πραγματικό ουρανό»

Κικέρων, De Re Publica I.21-22

- 75-120 μέτρα μήκος,
- 1800 τόνοι
- 2000 επιβάτες



Η χειρόγραφη παράδοση

Ο Αρχιμήδης γράφει περίπου 40 έργα (σώζονται τα 16).

Κύκλου Μέτρηση	Περί Λημμάτων (Αραβικά)
Τετραγωνισμός Παραβολής	Εγγραφή Κανονικού Επταγώνου σε Κύκλο (Αραβικά)
Περί Ελίκων	Περί Κύκλων Αλληλοεφαπτόμενων (Αραβικά)
Περί Σφαίρας και Κυλίνδρου	Αρχές Γεωμετρίας (Αραβικά)
Περί Κωνοειδών και Σφαιροειδών.	Περί Υδραυλικού Ωρολογίου (Αραβικά)
Περί Οχουμένων	
Στομάχιο	
Βοεικό Πρόβλημα	
Ψαμμίτης	
Μέθοδος	

- Είναι γνωστοί μόνο τρεις κώδικες, ο «Α», ο «Β» και ο «Γ».
- Τον 9ο αι. δημιουργείται στην Κων/πολη ο «Κώδικας Α» (7 έργα και τα σχόλια του Ευτόκιου). Μετά την 4η σταυροφορία, ο κώδικας μεταφέρεται στο Βατικανό, αντιγράφεται στα λατινικά και μετά χάνεται.
- Ο «Κώδικας Β» περιέχει έργα μηχανικής και σώζεται μόνο στα Λατινικά. Περιέχει το *Περί Οχουμένων* που δεν περιέχεται στον «Α».
- Ο «Κώδικας C» είναι το λεγόμενο «Παλίμψηστο του Αρχιμήδη».

A (Greek prototype, lost; 9th century)	*B* (MOERBEKE'S Latin; 13th century)	*C* (Greek palimpsest; 10th century)
Sphere and Cylinder I, II Dimension of the Circle Conoids and Spheroids Spiral Lines Plane Equilibria I, II Sand Reckoner Quadrature of the Parabola EUTOCIUS' commentaries on Sphere and Cylinder I, II, Dimension of the Circle, and Plane Equilibria I, II	Spiral Lines Plane Equilibria Quadrature of the Parabola Dimension of the Circle Sphere and Cylinder I, II EUTOCIUS' commentaries on Sphere and Cylinder I, II Conoids and Spheroids EUTOCIUS' commentaries on Plane Equilibria I, II Floating Bodies I, II	… Plane Equilibria II Floating Bodies I, II Method … … Spiral Lines Sphere and Cylinder I, II … … Dimension of the Circle Stomachion

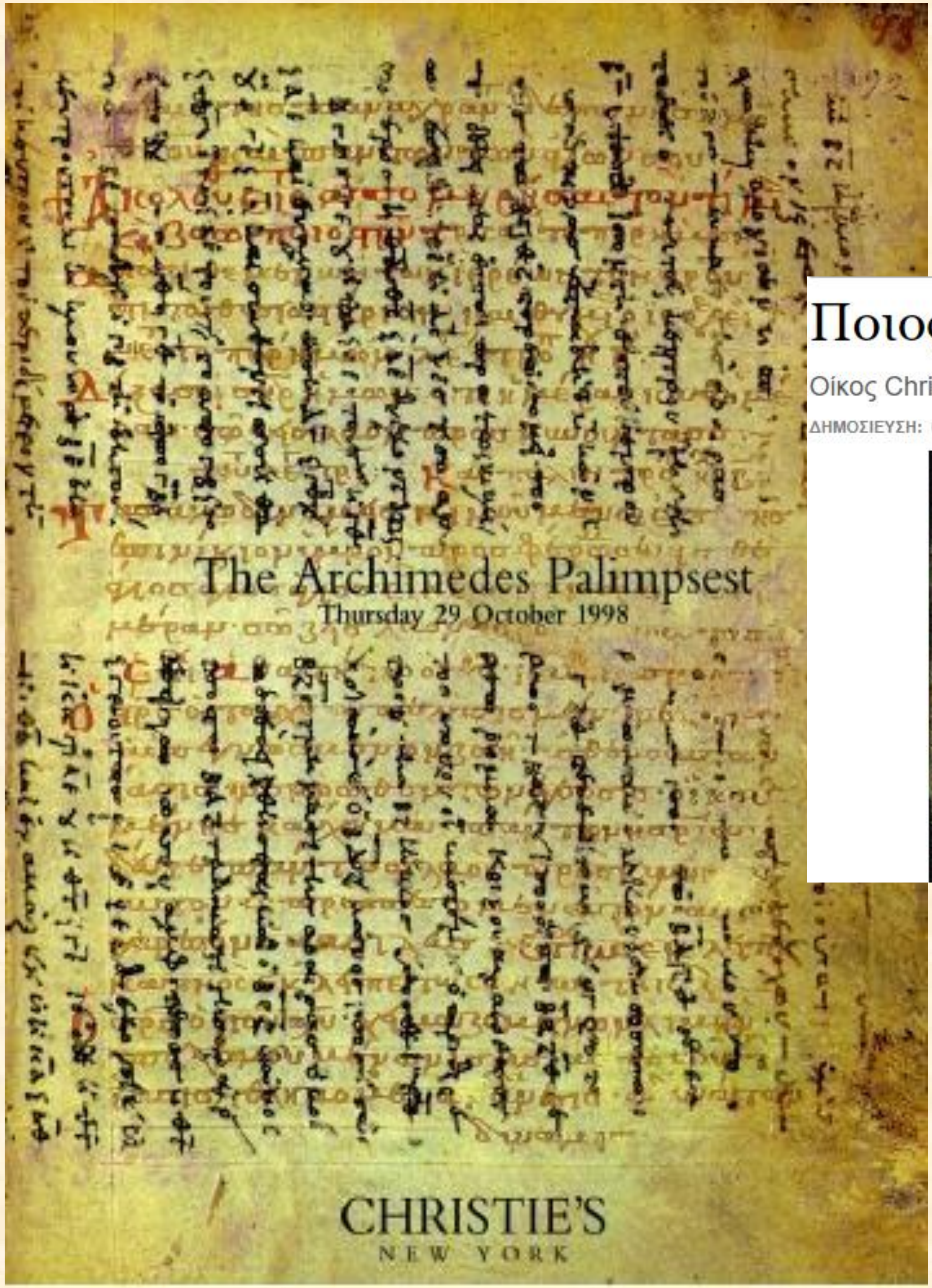
Το «Παλίμψηστο του Αρχιμήδη»

- Γράφεται ~970.
- Στις 14 Απρ. 1229 ολοκληρώνεται η μετατροπή του σε παλίμψηστο στα Ιεροσόλυμα από τον μοναχό Ιωάννη Μύρωνα.
- Τον 19^{ο} αιώνα το παλίμψηστο βρίσκεται στο μετόχι του Παναγίου Τάφου στην Κων/πολη.

1899: Αθανάσιος Παπαδόπουλος-Κεραμεύς

1906: Heiberg (1910-5, νέα έκδοση του Αρχιμήδη)

- Κατά τη διάρκεια του Β’ Π.Π. εντοπίζεται στη Γαλλία.
- 1998 δημοπρατείται από τον Οίκο Κρίστις και πωλείται έναντι $2.200.050.
- Σήμερα βρίσκεται στο Μουσείο Τέχνης στη Βαλτιμόρη.



Ποιος αγόρασε τον Αρχιμήδη

Οίκος Christie''s: «Δεν είναι ο Μπιλ Γκέιτς»

ΔΗΜΟΣΙΕΥΣΗ: 01/11/1998 00:00

urviving copy of important mathematical works of Archimedes was sold at auction in New York.

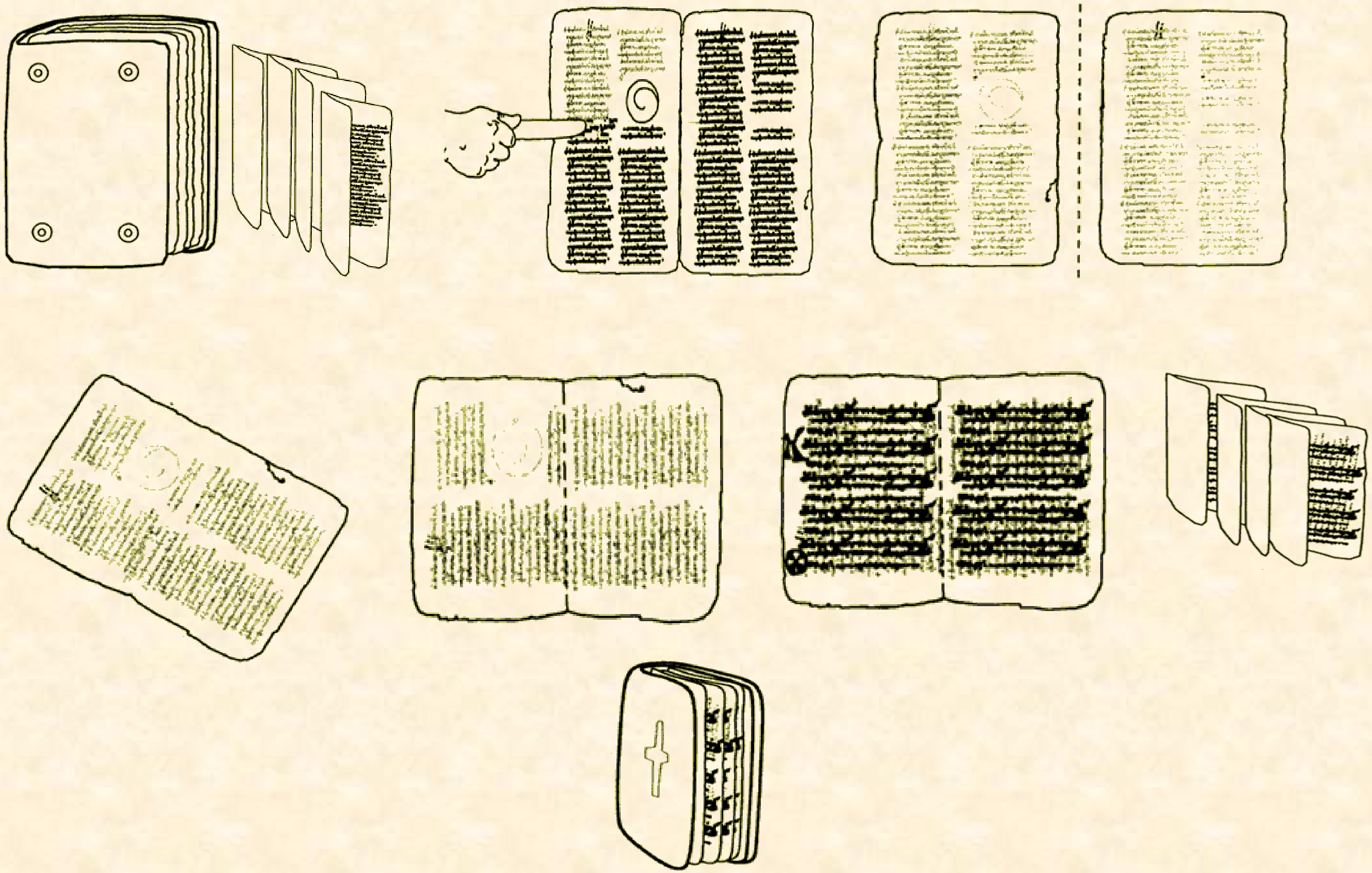
himedes Text Sold for $2 Million

COLM W. BROWNE

Ownership of the Archimedes manuscript is being contested by the Greek Orthodox Patriarch of Jerusalem on grounds that it was stolen.

A reported pledge not to limit access to an ancient manuscript.

Η Μετατροπή του Κώδικα σε Παλίμψηστο



Διαμάχη για την αξία του παλίμψηστου

(πριν διαβαστεί)

- Επιστολή διδασκόντων του ΙΦΕ στον Υπ. Πολιτισμού:

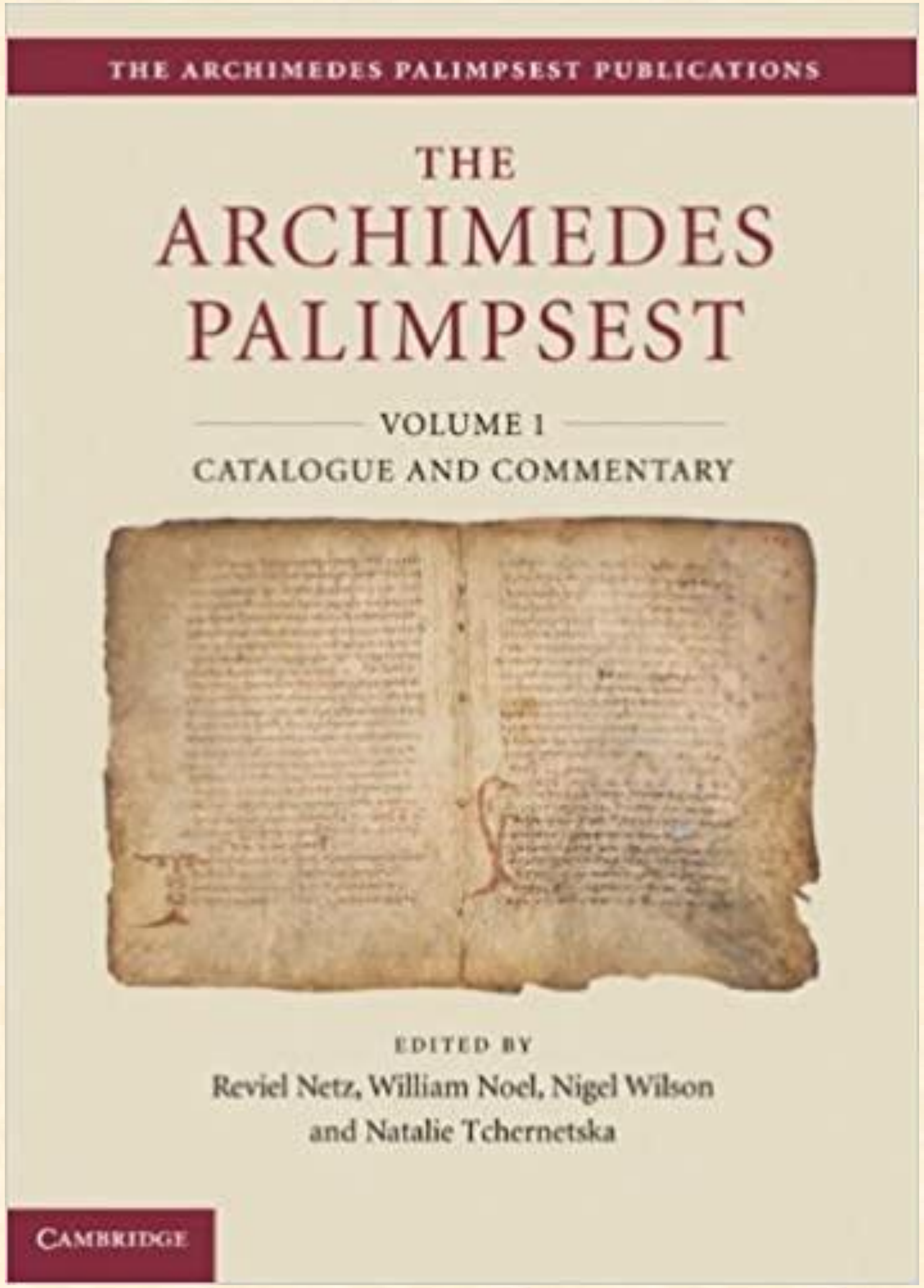
Η επεξεργασία του χειρογράφου με τη νέα τεχνολογία θα δώσει τη δυνατότητα να αποκαλυφθούν για πρώτη φορά τμήματα του κειμένου του Αρχιμήδη τα οποία ο Heiberg δεν ήταν σε θέση να διαβάσει.

- Σ. Κοτζάμπαση (σύμβουλος), Έκθεση στον Υπ. Πολιτισμού:

Η κακή κατάσταση του χειρογράφου δεν επιτρέπει, ίσως, μια υπερβολικά αισιόδοξη πρόβλεψη για τις δυνατότητες ανάγνωσης των υπόλοιπων φύλλων ή για συμπλήρωση και διόρθωση των γραφών του Heiberg.

Τα νέα ευρήματα

- Πληροφορίες για την αντιγραφή (όνομα, ημερομηνία ολοκλήρωσης).
- Εκατοντάδες μικρές βελτιώσεις στον Heiberg.

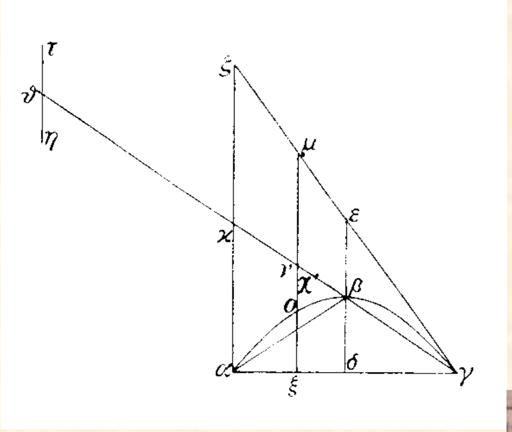


ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον έν τῷ πρίσματι πρὸς τὸ .... τμήματι .... ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως ἡ ἀχθεῖσα <έν> τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλος τῇ ΚΖ <πρὸς τὴν> ἀποληφθεῖσαν ὑπὸ τῆς ΕΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἡγμένων παρὰ τὴν
ΚΖ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων έν τῷ τμήματι
συμπληρω ....
τοῦ τμήματος τοῦ .... έν τῷ ἀπὸ τοῦ
.....γινομ.....πων.... τὰ γ..........α καὶ ..... τῷ ΔΗ.............................. δὲ ετι................
μα..................... η ετι............. ἀπ.........................
....

ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον ἐν τῷ πρίσματι πρὸς τὸ τρίγωνον ἐν τῷ ἀποτμήματι τὸ ἐν τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου οὕτως ἡ ἀχθεῖσα ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλος οὖσα τῇ ΚΖ πρὸς τὴν ἀποληφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ, καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ἐν τῷ τμήματι· συμπληρωθέντος δὲ καὶ τοῦ πρίσματος ὑπὸ τῶν τριγώνων τῶν γενομένων ἐν αὐτῷ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἔστι τινὰ μεγέθη ἴσα ἀλλήλοις, τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῷ πρίσματι, καὶ ἔστι ἑτέρα μεγέθη, αἵ εἰσιν εὐθεῖαι ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλοι οὖσαι τῇ ΖΚΘ, ἃ καὶ ἀλλήλοις ἴσα ἐστὶ καὶ πλήθει ἴσα τοῖς ἐν τῷ πρίσματι τριγώνοις· ἔσται δὲ καὶ ἕτερα τρίγωνα τὰ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἴσα τῷ πλήθει τοῖς γενομένοις ἐν τῷ πρίσματι τριγώνοις· καὶ αἱ ἑτέραι εὐθεῖαι ἀπολαμβανόμεναι ἀπὸ τῶν

Τα νέα ευρήματα

- Πληροφορίες για την αντιγραφή (όνομα, ημερομηνία ολοκλήρωσης).
- Εκατοντάδες μικρές βελτιώσεις στον Heiberg.
- Για πρώτη φορά έχουμε μεγάλο μέρος της *Μεθόδου*, του *Περί Οχουμένων* και την αρχή του *Στομαχίου* στα ελληνικά. Για το *Περί Οχουμένων*, έχουμε μια νέα σελίδα.
- Αποκαλύφθηκαν τα διαγράμματα.
- 10 σελίδες με αποσπάσματα από λόγους του ρήτορα (4ος π.Χ.) Υπερείδη
- Κείμενο ενός σχολιαστή του Αριστοτέλη.



Τα νέα ευρήματα

- Νέα θεωρία για το (Ο)*Στομάχιον*:

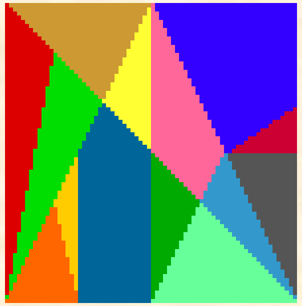
Heiberg

Ἔστι μὲν οὖν ἐξ αὐτῶν οὐκ ὀλίγων σχημάτων.......ο.. διὰ τὸ .....ν..τον εἶναι εἰς ἕτερον τόπον τοῦ ἴσου καὶ ἰσογωνίου σχάματος μετατιθεμε...καὶ ἑτέ..... λαμβάνοντας.

Πλήρες κείμενο

Ἔστι μὲν οὖν ἐξ αὐτῶν οὐκ ὀλίγων σχαμάτων **πλῆθος**, διὰ τὸ εἶλεν αὐτὸς εἶναι εἰς ἕτερον τόπου τοῦ ἴσου καὶ ἰσογωνίου σχάματος μετατιθεμένου καὶ ἑτέραν θέσιν λαμβάνοντος.

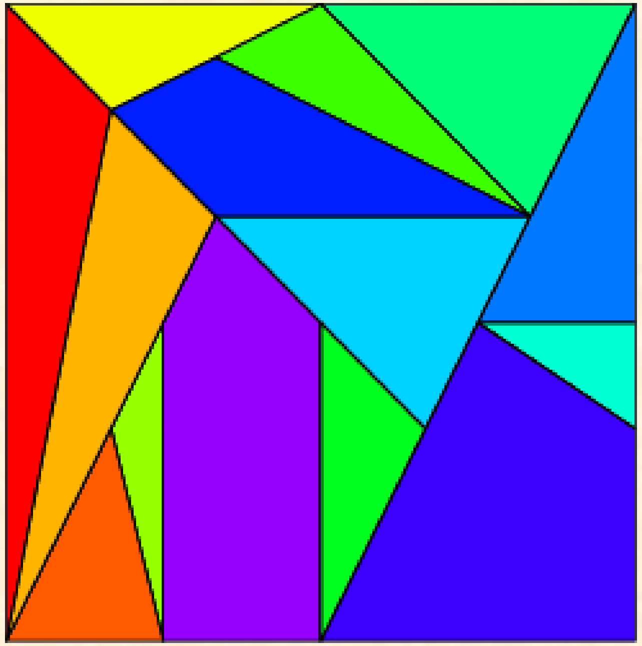
Ὅμοιον, ὡσὰν νὰ εἴπῃς παιγνιωδῶς ἐκεῖνο, τὸ ὁποῖον οἱ Ἕλληνες ὠνόμασαν Στομάχιον. Πρόκειται δι' αὐτὰ τὸ ὀστάρια. Ἔχουν ἐν συνόλῳ 14 γεωμετρικὰ σχήματα. Εἶναι δηλαδὴ ἐξ ἴσου τριγωνικὰ εἴτε δι' ἐκτεταμένων γραμμῶν, εἴτε τῆς αὐτῆς προσόψεως, εἴτε ὀρθῶν γωνιῶν, εἴτε πλαγίων : αὐτοὶ τὰ ὀνομάζουν ἰσοσκελῆ ἢ ἰσόπλευρα, ἐπίσης δὲ ὀρθογώνια καὶ σκαληνά. Διὰ ποικίλων συναρμολογήσεων αὐτῶν τῶν τεμαχίων (ὀσταρίων) γίνεται ἀπομίμησις εἰδῶν χιλίων μορφῶν : Ἐλέφας θηρίον ἢ ἀγριόχοιρος ἢ χὴν πετῶσα καὶ ὡπλισμένος μονομάχος, ἐνεδρεύων κυνηγὸς καὶ ὑλακτῶν σκύλος, πύργος καὶ κάνθαρος ἐπίσης καὶ ἄλλα αὐτοῦ τοῦ εἴδους ἀπείρων μορφῶν, ἄλλος δὲ ἐν συγκρίσει μὲ ἄλλο ἐποίκιλλε περισσότερον ἐπιστημόνως. Ἀλλὰ ἡ ἁρμονικὴ συναρμολόγησις, ἡ ὁποία γίνεται ἀπὸ τοὺς εἰδήμονας εἶναι θαῦμα· ἡ συναρμολόγησις ὅμως ἐκ μέρους τῶν ἀδαῶν εἶναι γελοῖον. Τούτου προλεχθέντος θὰ γνωρίσῃς ὅτι ἐγὼ ἐμιμήθην τὴν ὑστέραν συναρμολόγησιν.

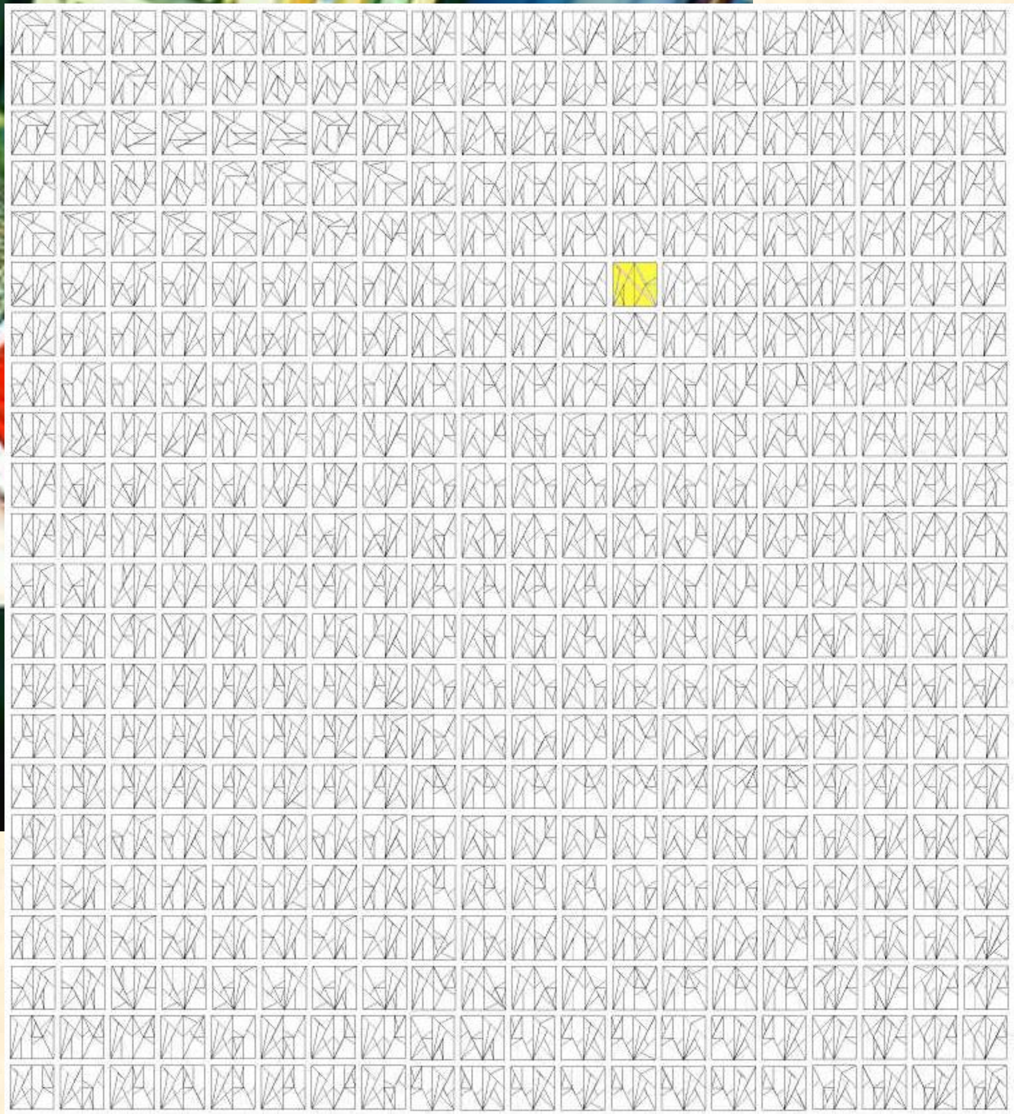


204. Καίσιος Βάσσος:

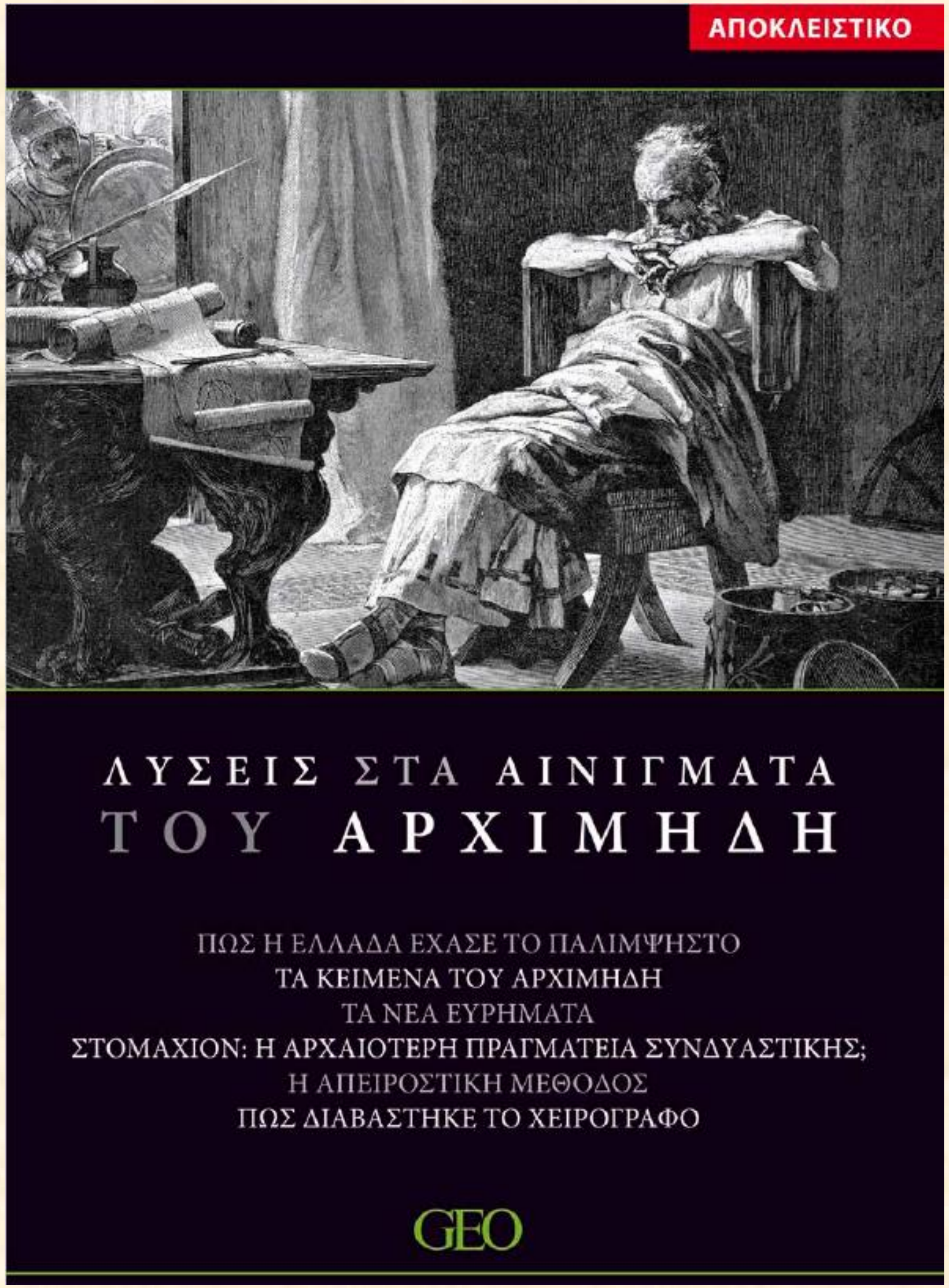
Ἄς λάβωμεν ὡς βάσιν τὸ Ἀρχιμήδειον ἐκεῖνο κιβωτίδιον, τὸ ὁποῖον ἔχει 14 ὀστάρια ἐξ ἐλεφαντοστοῦ, μὲ ποικίλας ἕκαστον γωνίας, καὶ τὰ ὁποῖα ὀστάρια ἔχουν ἐγκλεισθῆ εἰς τετράγωνον σχῆμα, ἐφ᾽ ὅσον ἡμεῖς τὰ συνθέτομεν κατ᾽ ἄλλον καὶ κατ᾽ ἄλλον τρόπον, ἄλλοτε σχηματίζουν περικεφαλαίαν, ἄλλοτε ἐγχειρίδιον, ἄλλοτε στήλην, ἄλλοτε πλοῖον καὶ ἀπεργάζονται ἀναρίθμητα εἴδη, τὰ ὁποῖα συνήθως ἀπέβαινον εἰς ἡμᾶς, ὅταν ἤμεθα παιδιά, εἰς πλεῖστον βαθμὸν ὠφέλιμα πρὸς τὴν ἐνίσχυσιν τῆς μνήμης μας. Ἐφ᾽ ὅσον συμβαίνει τοῦτο, κατὰ πόσον μεγαλυτέραν ἡδονὴν δύναται νὰ ἐπιφέρῃ καὶ μεγαλυτέραν ὠφελιμότητα εἰς ἡμᾶς, ὅταν ἔχωμεν ἀνὰ χεῖρας τὰ ποιήματα, ἡ ποικίλη ἐξέτασις τῶν μέτρων, ἀφοῦ ἐφεξῆς διὰ τῆς τεχνικῆς ταύτης (τοῦ Ἀρχιμήδους) θὰ κατανοήσωμεν, ὅταν διαβάζωμεν τοὺς ποιητάς, αὐτὰ τὰ μέτρα, τὰ ὁποῖα παρενειρόμενα εἰς τοὺς ῥυθμοὺς καὶ ἀναμεμειγμένα εἰς τὰ ποιήματα ἐξαπατοῦν τοὺς μὴ ἔχοντας πεῖραν μετρικῆς.

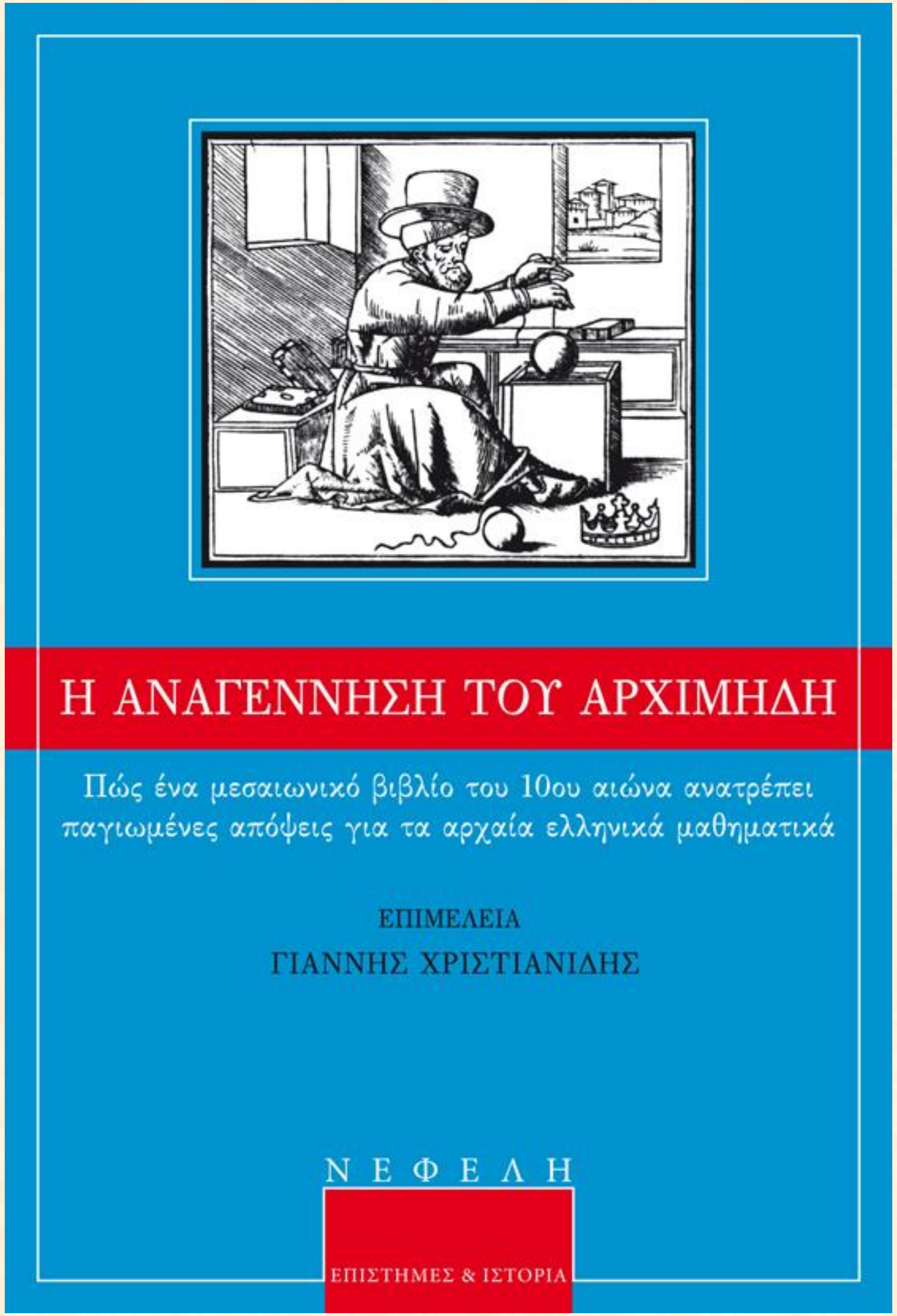
Ἔστι μὲν οὖν ἐξ αὐτῶν οὐκ ὀλίγων σχημάτων **πλῆθος**, διὰ τὸ εἶλεν αὐτὸς εἶναι εἰς ἕτερον τόπου τοῦ ἴσου καὶ ἰσογωνίου σχήματος μετατιθεμένου καὶ ἑτέραν θέσιν λαμβάνοντος.





536


ΑΠΟΚΛΕΙΣΤΙΚΟ
ΛΥΣΕΙΣ ΣΤΑ ΑΙΝΙΓΜΑΤΑ
ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ
ΠΩΣ Η ΕΛΛΑΔΑ ΕΧΑΣΕ ΤΟ ΠΑΛΙΜΨΗΣΤΟ
ΤΑ ΚΕΙΜΕΝΑ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ
ΤΑ ΝΕΑ ΕΥΡΗΜΑΤΑ
ΣΤΟΜΑΧΙΟΝ: Η ΑΡΧΑΙΟΤΕΡΗ ΠΡΑΓΜΑΤΕΙΑ ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗΣ;
Η ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΗ ΜΕΘΟΔΟΣ
ΠΩΣ ΔΙΑΒΑΣΤΗΚΕ ΤΟ ΧΕΙΡΟΓΡΑΦΟ
GEO


Η ΑΝΑΓΕΝΝΗΣΗ ΤΟΥ ΑΡΧΙΜΗΔΗ
Πώς ένα μεσαιωνικό βιβλίο του 10ου αιώνα ανατρέπει
παγιωμένες απόψεις για τα αρχαία ελληνικά μαθηματικά
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΧΡΙΣΤΙΑΝΙΔΗΣ
ΝΕΦΕΛΗ
ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ & ΙΣΤΟΡΙΑ

Οι μαθηματικές επιστήμες των «αισθητών»

Anatolius ap. Her. *Def.*, ed. Heiberg 164. 9-18

“ Πόσα μέρη μαθηματικῆς;

“ Τῆς μὲν τιμιωτέρας καὶ πρώτης ὁλοσχερέστερα μέρη δύο, ἀριθμητικὴ καὶ γεωμετρία, τῆς δὲ περὶ τὰ αἰσθητὰ ἀσχολουμένης ἕξ, λογιστική, γεωδαισία, ὀπτική, κανονική, μηχανική, ἀστρονομική. ὅτι οὔτε τὸ τακτικὸν καλούμενον οὔτε τὸ ἀρχιτεκτονικὸν οὔτε τὸ δημῶδες μουσικὸν ἢ τὸ περὶ τὰς φάσεις, ἀλλ' οὐδὲ τὸ ὁμωνύμως καλούμενον μηχανικόν, ὡς οἴονταί τινες, μέρη μαθηματικῆς εἰσι, προϊόντος δὲ τοῦ λόγου σαφῶς τε καὶ ἐμμεθόδως δείξομεν.”

182. Τζέτζης Ἰωάννης.

Περὶ Ἀρχιμήδους καὶ μερικῶν μηχανῶν αὐτοῦ:

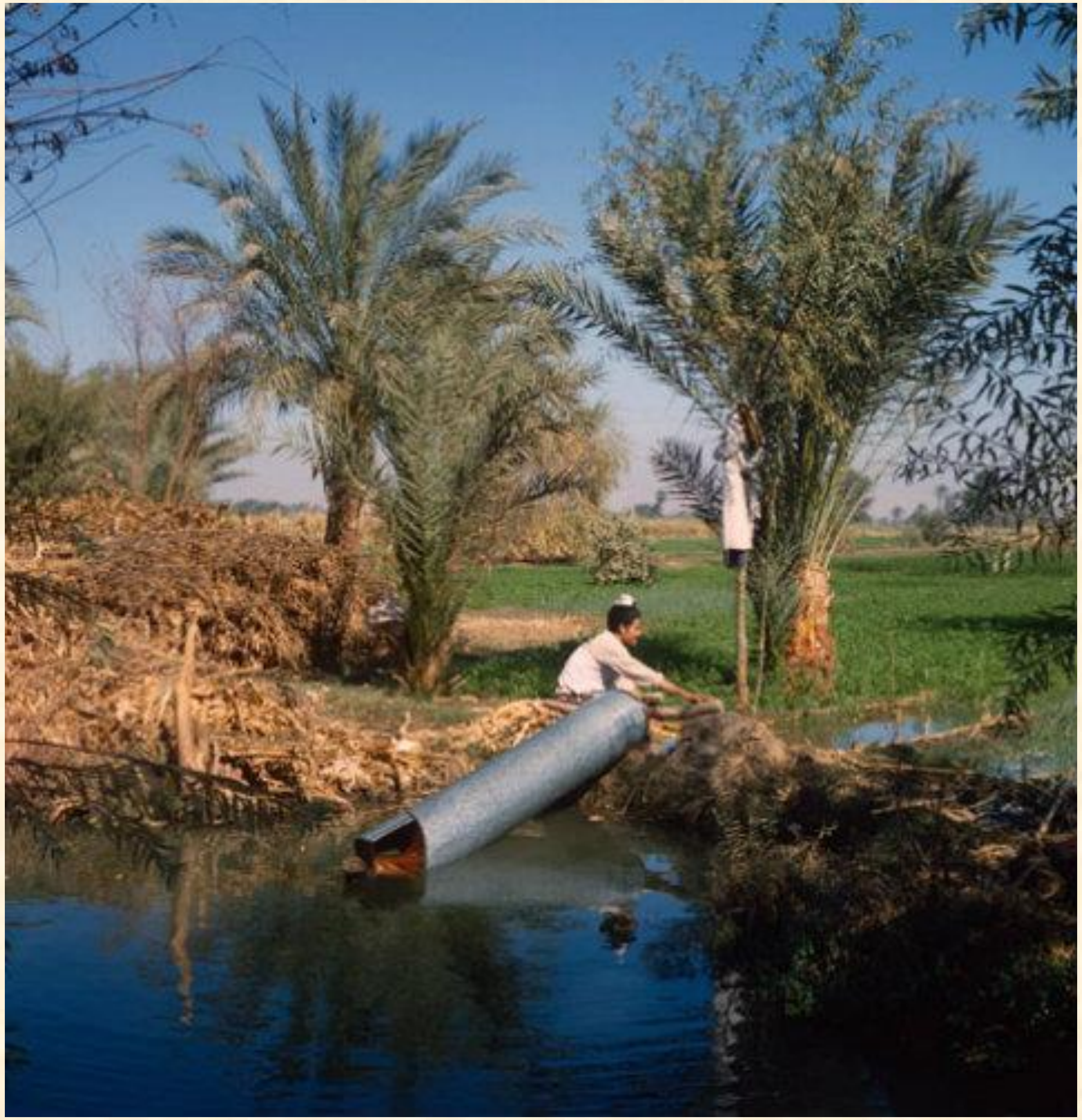
103 Ὁ Ἀρχιμήδης ὁ σοφός, ὁ μηχανικὸς ἐκεῖνος,
Κατήγετο ἐκ τῶν Συρακουσῶν, γέρων γεωμέτρης,

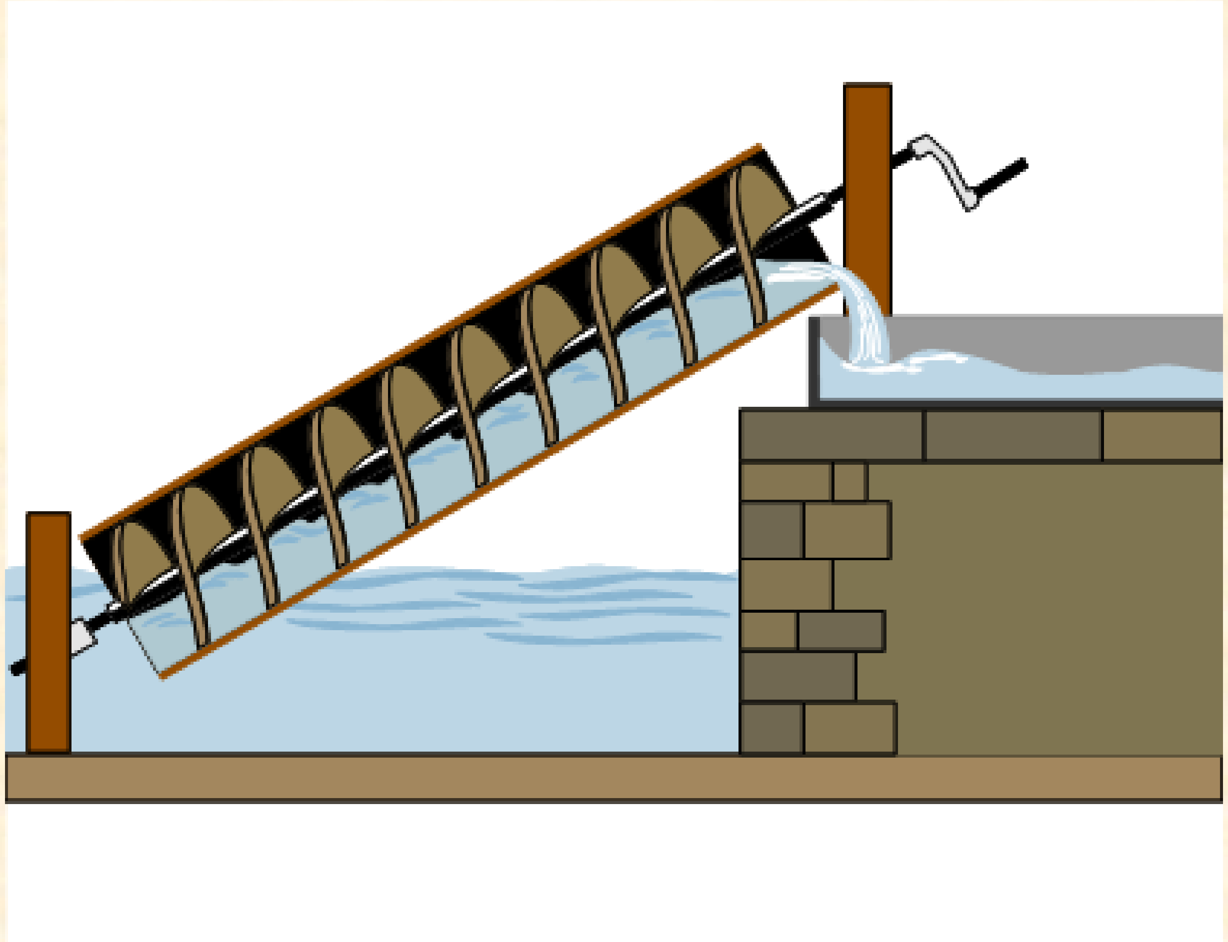
Καὶ ἔζησε ἑβδομῆντα πέντε ἔτη,
Ὁ ὁποῖος ἐπενόησε πολλὰς μηχανάς,
Καὶ διὰ τῆς τροχαλίας μὲ τρεῖς δίσκους, μόνον μὲ τὴν ἀριστερὰν χεῖρα του]
καθείλκυσε πλοῖον χωρητικότητος 50.000 μεδίμνων (2.625 τόννων)].
Ὅταν δὲ κάποτε ἦτο στρατηγὸς τῶν Ῥωμαίων ὁ Μάρκελλος
110 Καὶ ἐπετίθετο κατὰ τῶν Συρακουσῶν κατὰ ξηρὰν καὶ θάλασσαν],
Ἐν πρώτοις μὲν διὰ μηχανῶν ἀνείλκυσε μερικὰ πλοῖα
Καὶ ἀφοῦ τὰ μετεώρισε πλησίον τοῦ τείχους τῶν Συρακουσῶν]
τὰ ἀπέστειλε πάλιν αὔτανδρα εἰς τὸν βυθόν.
Ὅταν δὲ ὁ Μάρκελλος ἀπεμάκρυνε ὀλίγον τὰ πλοῖα
Ὁ γέρων εἶχε διδάξει ὅλους τοὺς Συρακοσίους
Νὰ πετοῦν μεγάλους λίθους (διὰ τῶν μηχανῶν),
Καὶ ὁ καθεὶς βάλλων νὰ βυθίζῃ τὰ πλοῖα.
Ὅταν δὲ ὁ Μάρκελλος ἀπεμάκρυνε τὰ πλοῖα εἰς ἀπόστασιν βολῆς τόξου],

βολῆς τόξου],
Ἑξάγωνον κάτοπτρον εἶχεν ἐπινοήσει ὁ γέρων.
Ἐξ ἀποστάσεως δὲ συμμέτρου ἀπὸ τοῦ κατόπτρου
Θέσας μικρὰ τοιαῦτα κάτοπτρα ἀνὰ τέσσαρα ὑπὸ γωνίας
Κινούμενα διὰ λεπίδων καὶ μερικῶν ἀρθρώσεων
Ἐτοποθέτησε τὸ κάτοπτρον ἐκεῖνο εἰς τὸ μέσον, ὑπὸ τὰς ἡλιακὰς ἀκτῖνας],
Καὶ τῆς μεσημβρινῆς καὶ τῆς θερινῆς καὶ τῆς χειμερίας.
Ἀνακλωμένων δὲ εἰς αὐτὸ τῶν ἀκτίνων
Προεκαλεῖτο φοβερὰ πυρκαϊὰ εἰς τὰ πλοῖα,
Τὰ ὁποῖα ἀπετέφρωνεν ἐξ ἀποστάσεως βολῆς τόξου.
Τοιουτοτρόπως ἐνίκησε τὸν Μάρκελλον διὰ τῶν μηχανῶν, ὁ γέρων].
Ἔλεγε δὲ καὶ δωριστί, εἰς τὴν γλῶσσαν τῶν Συρακοσίων
«Ποῦ νὰ σταθῶ καὶ δύναμαι διὰ μοχλοῦ νὰ κινήσω ὅλην τὴν γῆν».
Οὗτος κατὰ τὸν Διόδωρον, ὅταν ἡ πόλις τῶν Συρακουσῶν
Κατελήφθη ὑπὸ τοῦ Μαρκέλλου διὰ προδοσίας
Εἴτε κατὰ τὸν Δίωνα ἐκυριεύθη ὑπὸ τῶν Ῥωμαίων,

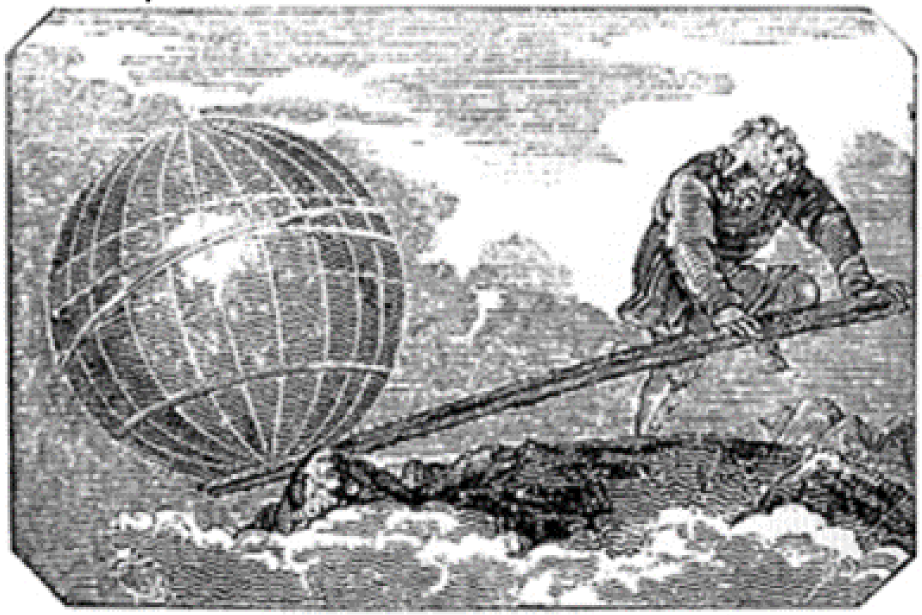
Ἐν ᾧ οἱ πολῖται διεσκέδαζον ἕνεκα τῆς ἑορτῆς τῆς Ἀρτέμιδος],
Ἐφονεύθη ὑπό τινος Ῥωμαίου κατὰ τὸν ἑξῆς τρόπον.
Εὑρίσκετο σκυμμένος, μελετῶν γεωμετρικόν τι διάγραμμα,
Ὁπότε ἐπῆλθε κάποιος Ῥωμαῖος καὶ τὸν ἔσυρε ὡς αἰχμάλωτον].
Ὁ δὲ Ἀρχιμήδης ἦτο τότε ἀφωσιωμένος εἰς τὸ διάγραμμα,
Καὶ μὴ γνωρίζων ποῖος τὸν τραβᾷ τοῦ εἶπε·
Ὦ ἄνθρωπε, μὴ ἐγγίζῃς τὸ διάγραμμά μου.
Ἐν ᾧ δὲ τὸν τραβοῦσε καὶ στραφεὶς ἀντελήφθη ὅτι εἶναι Ῥωμαῖος],
Ἐφώναξε, ποιὸς ἀπὸ τοὺς δικούς μου ἂς μοῦ δώσῃ κάποιο μηχάνημα.]
Ὁ δὲ Ῥωμαῖος φοβηθεὶς ἀμέσως τὸν ἐφόνευσε,
Ἄνδρα ἀδύνατον καὶ γέροντα, δαιμόνιον ὅμως εἰς ἐπινοήσεις.
Ἐλυπήθη δὲ ὁ Μάρκελλος μόλις ἔμαθε τοῦτο,
Καὶ τὸν ἔθαψε μὲ λαμπρότητα εἰς τὸν πατρικὸν τάφον
Μεταξὺ τῶν ἀρίστων συμπολιτῶν του καὶ ὅλων τῶν Ῥωμαίων].
Λέγεται δὲ ὅτι ἐφόνευσε διὰ πελέκεως τὸν φονέα τοῦ ἀνδρός.

Αρχιμήδης, ο μηχανικός



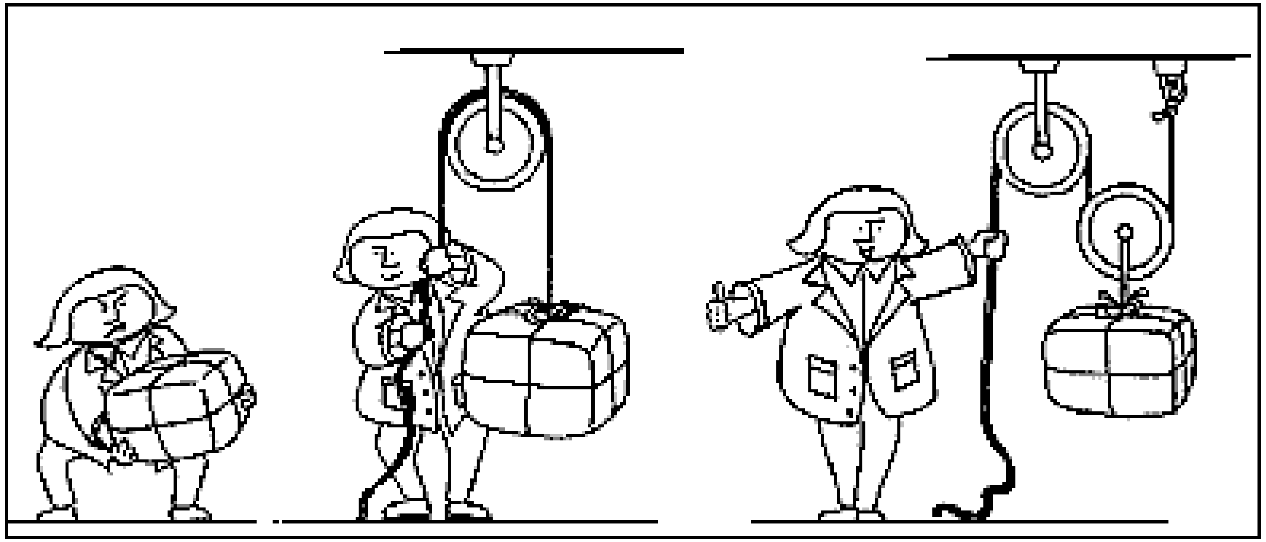


Give me a place to stand and I will move the earth

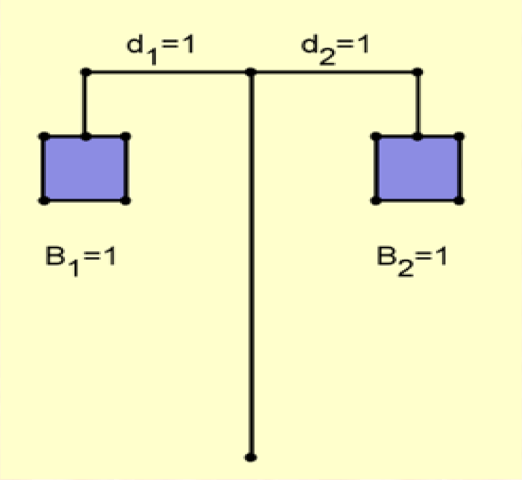


Engraving from
Mechanics Magazine
London, 1824

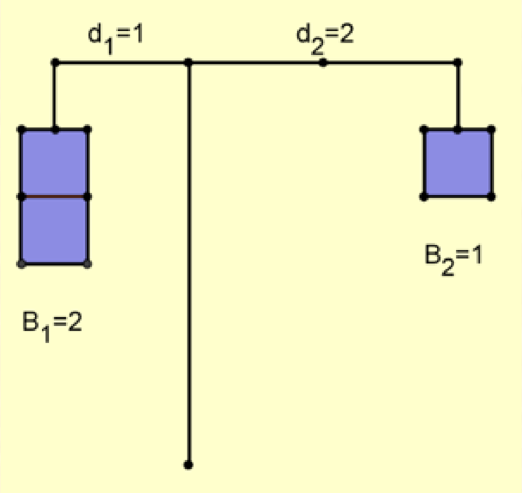
…Ο Αρχιμήδης δήλωνε ότι δεδομένης μιας δύναμης κάθε δεδομένο βάρος μπορεί να μετακινηθεί…και ακόμα υπερηφανεύθηκε ότι εάν υπήρχε άλλη Γη θα μπορούσε να μετακινήσει ακόμα και τη Γη την ίδια. Ο Ιέρωνας τότε του ζήτησε να μετακινήσει ένα τεράστιο πλοίο από την προκυμαία γεμάτο με επιβάτες και φορτίο. Αυτό το έκανε με ευκολία μόνος του με ένα μοχλό…

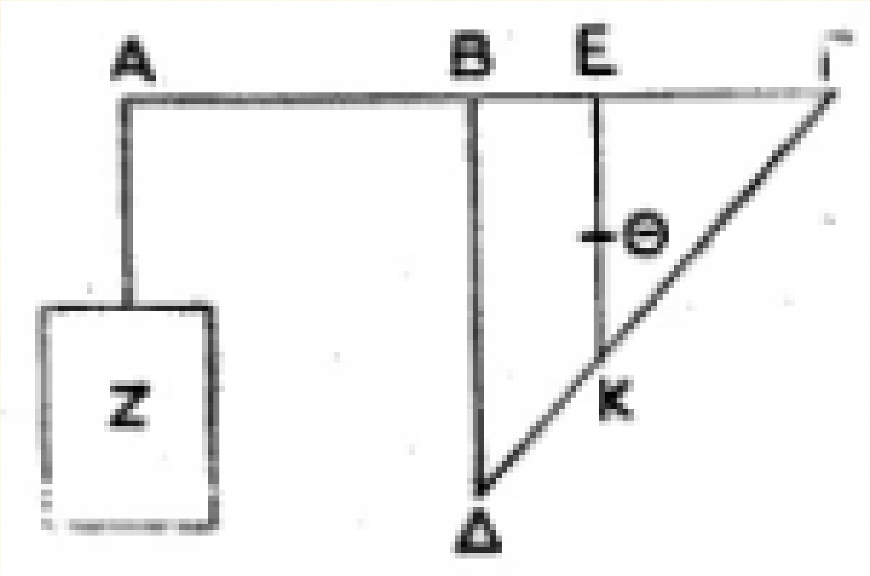


- Σε ένα ζυγό, τα ίσα βάρη που βρίσκονται σε ίσες αποστάσεις από το υπομόχλιο βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας.

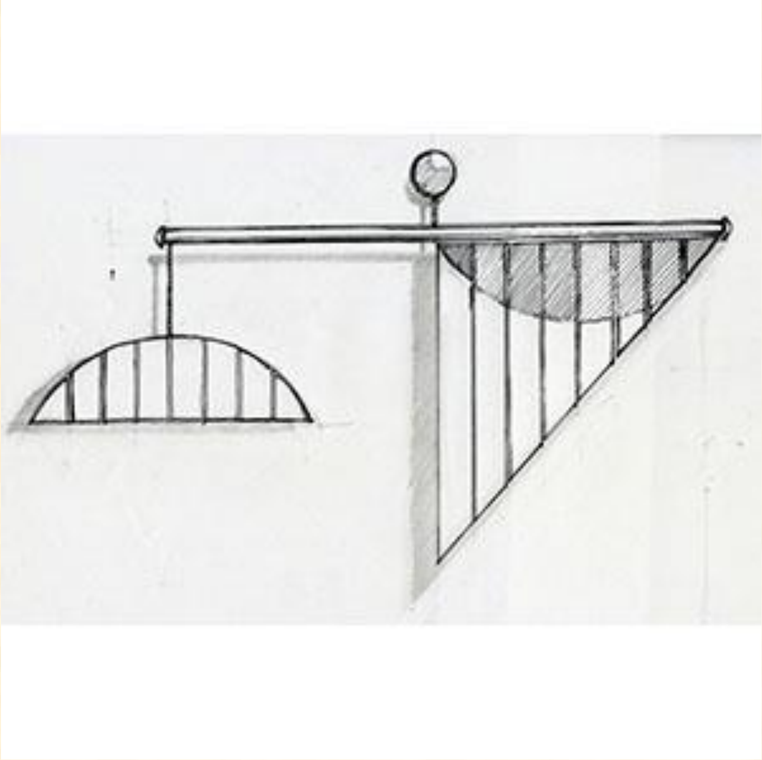


- Αν διπλασιαστεί το βάρος αριστερά πρέπει να διπλασιαστεί η απόσταση δεξιά για να διατηρηθεί η ισορροπία.



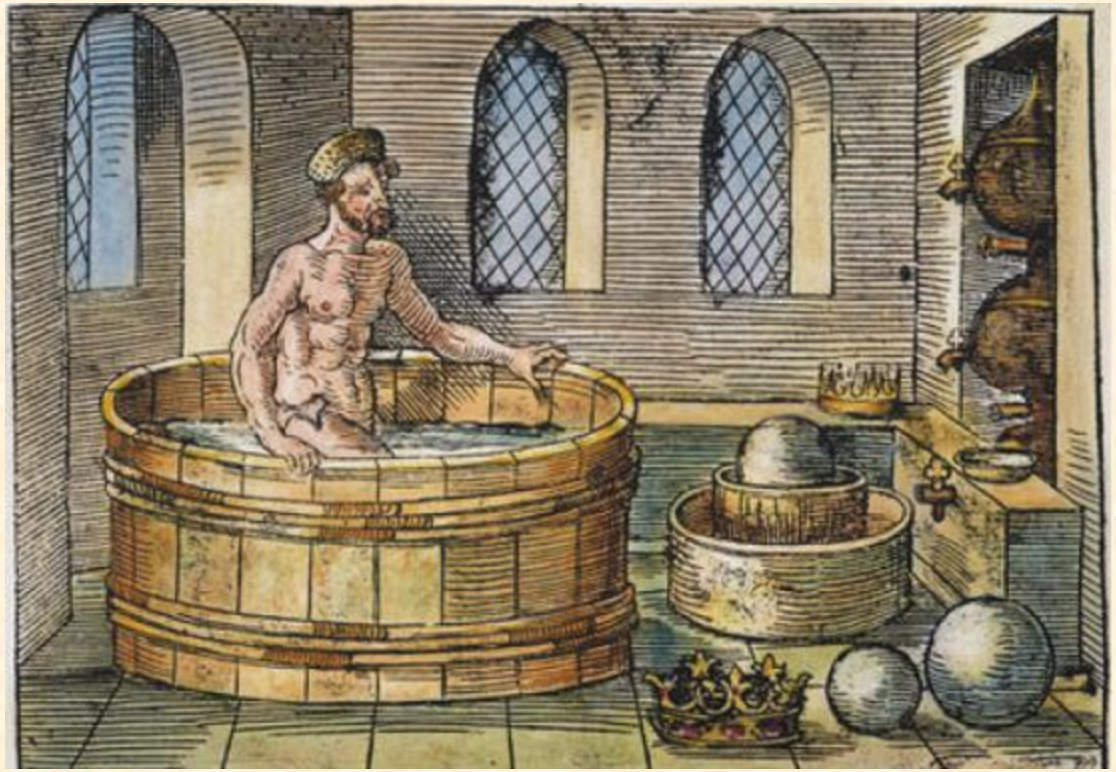


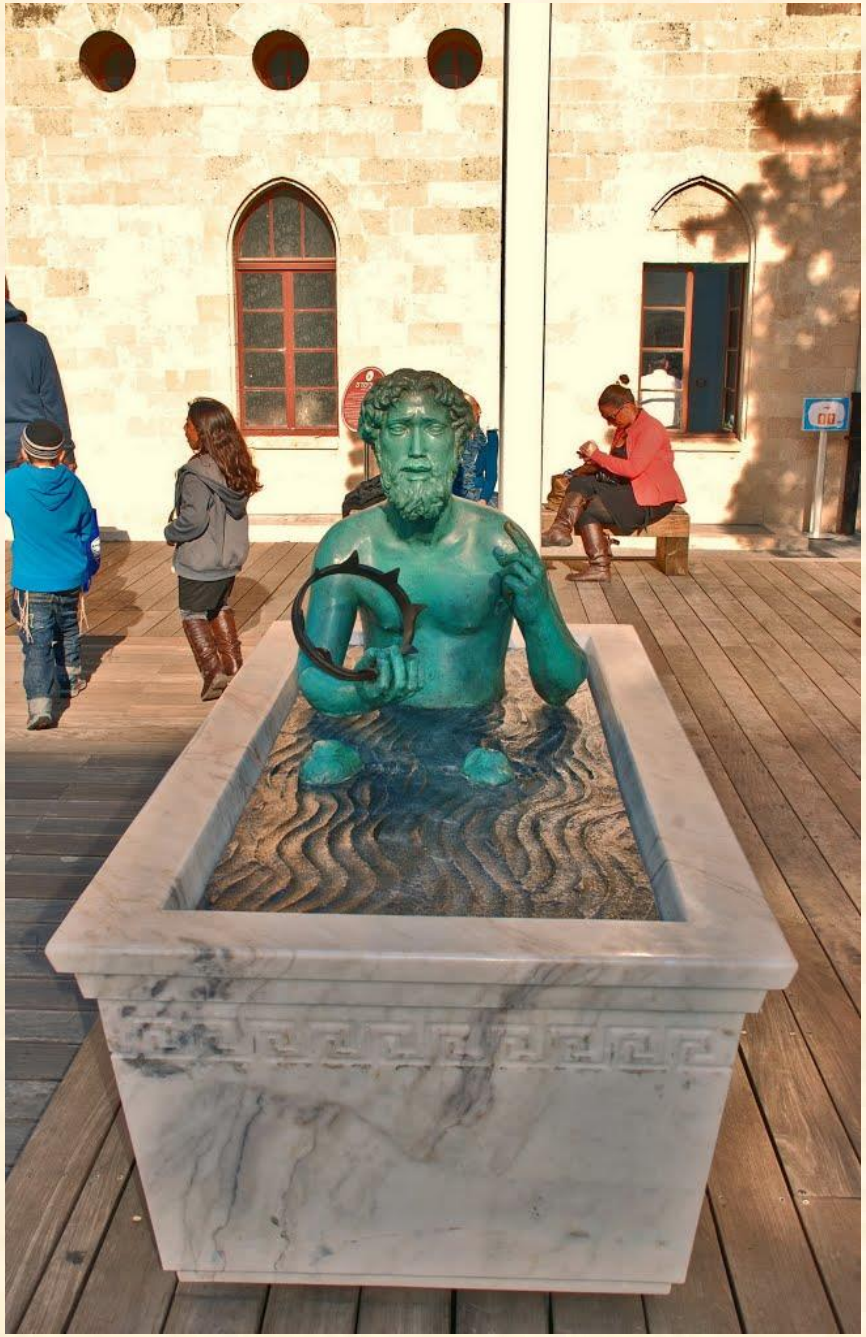
Εισαγωγή της έννοιας του «κέντρου βάρους»



Υδροστατική

«Κάθε σώμα που βυθίζεται μέσα σ’ ένα υγρό χάνει τόσο από το βάρος του, όσο το βάρος του υγρού που εκτοπίζει». **(Άνωση!)**

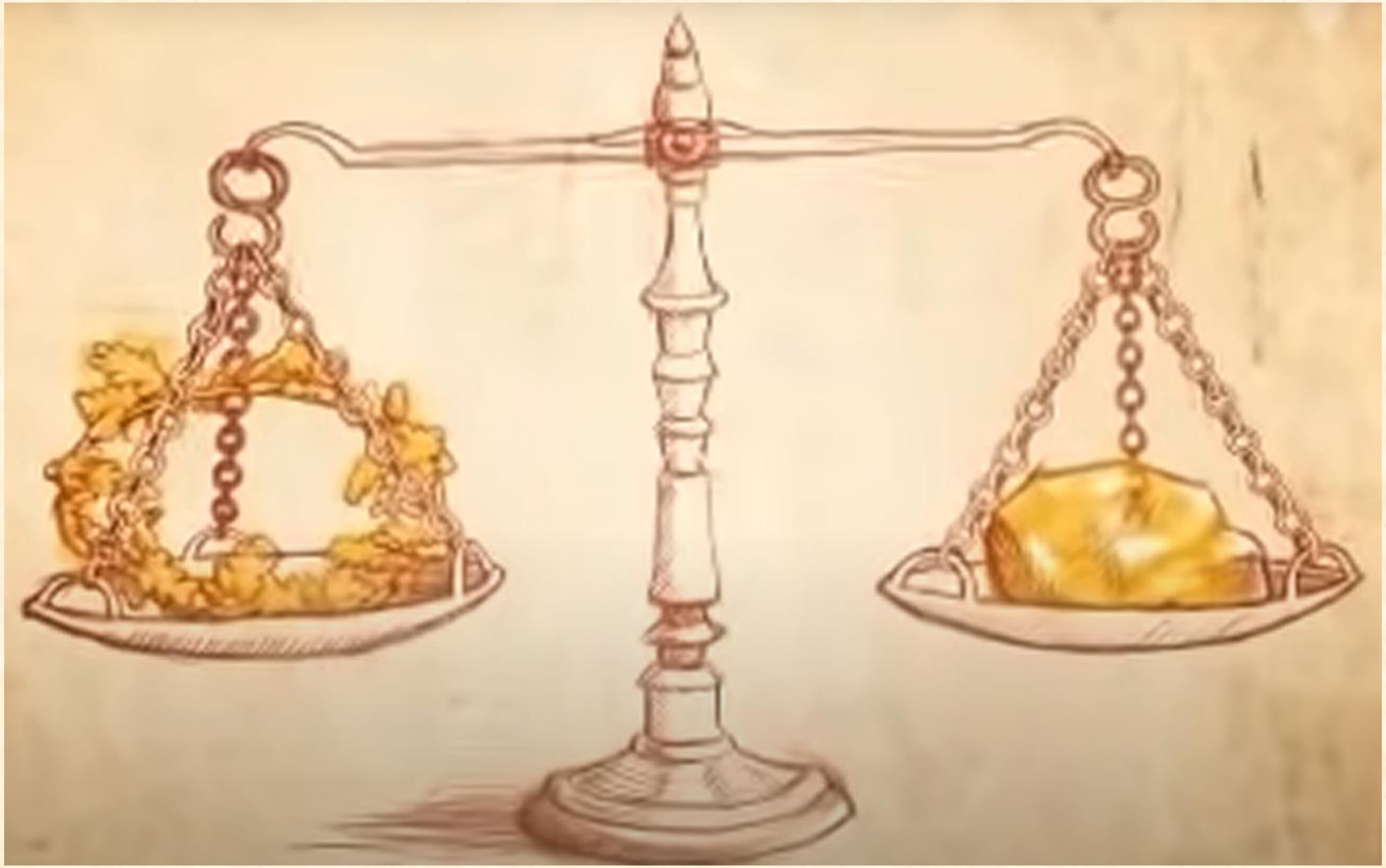




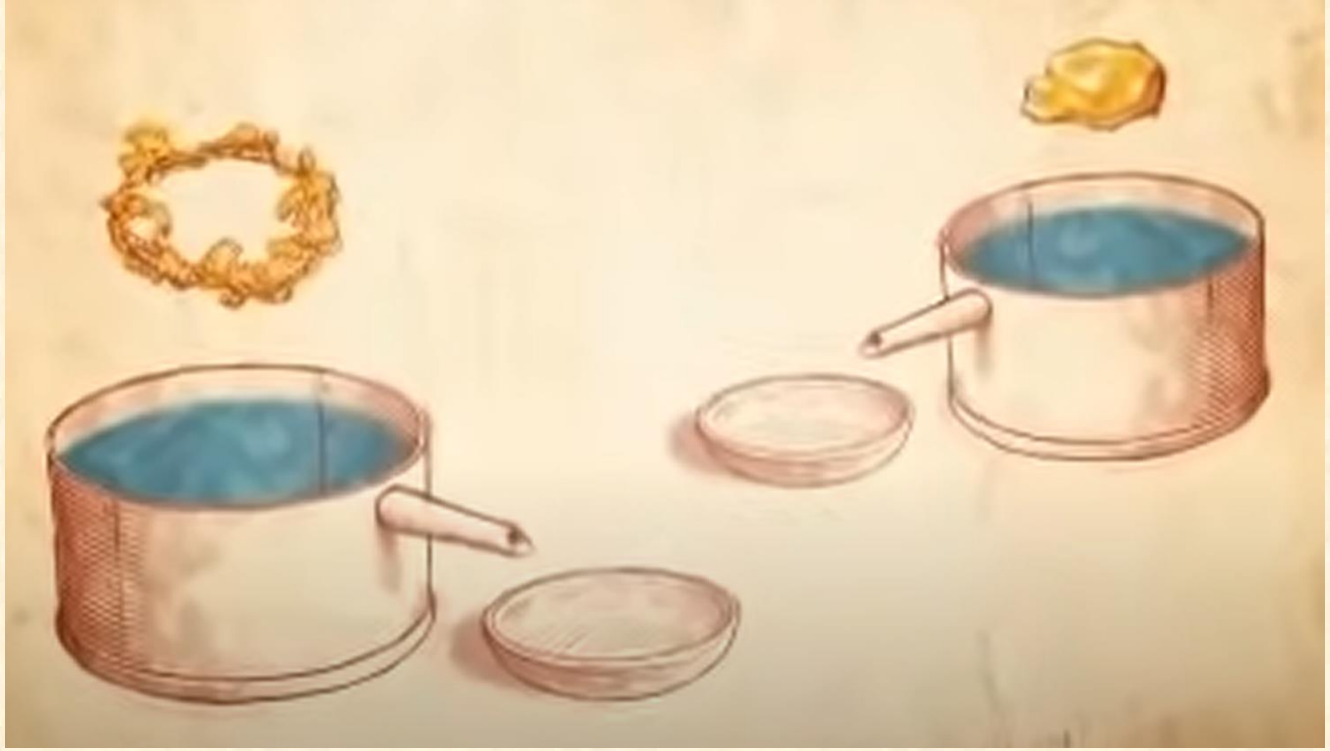
Ερώτημα: Πώς κατάφερε ο Αρχιμήδης να εκτιμήσει αν το στεφάνι ήταν πράγματι φτιαγμένο από ατόφιο χρυσό;

Έχουν διατυπωθεί δύο θεωρίες. Η πρώτη είναι μέθοδος υπολογισμού όγκου ακανόνιστου σχήματος ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί την αρχή της άνωσης.

1η μέθοδος

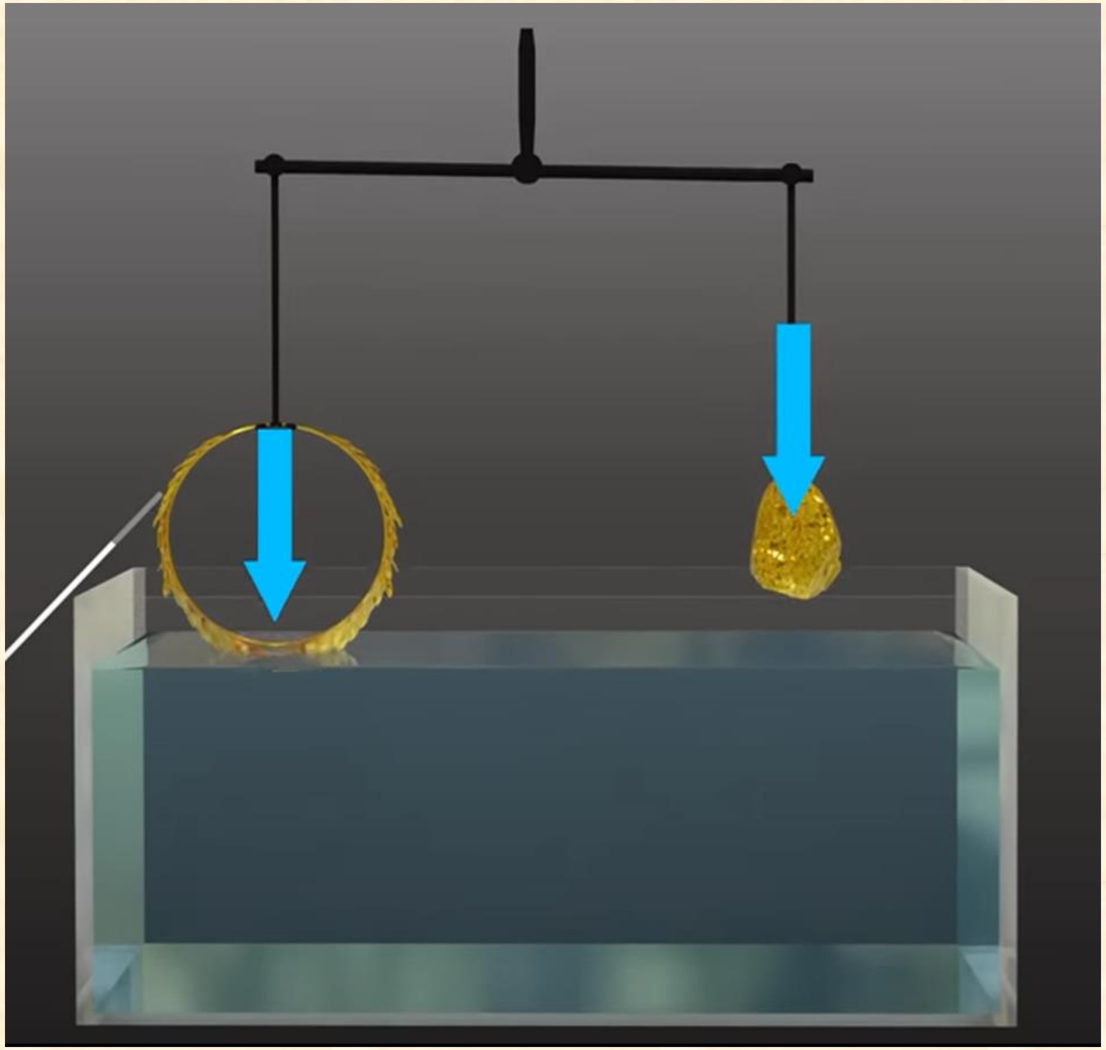


Α. Αρχικά, επιλέγουμε χρυσό με βάρος ίσο προς το βάρος του στέμματος.

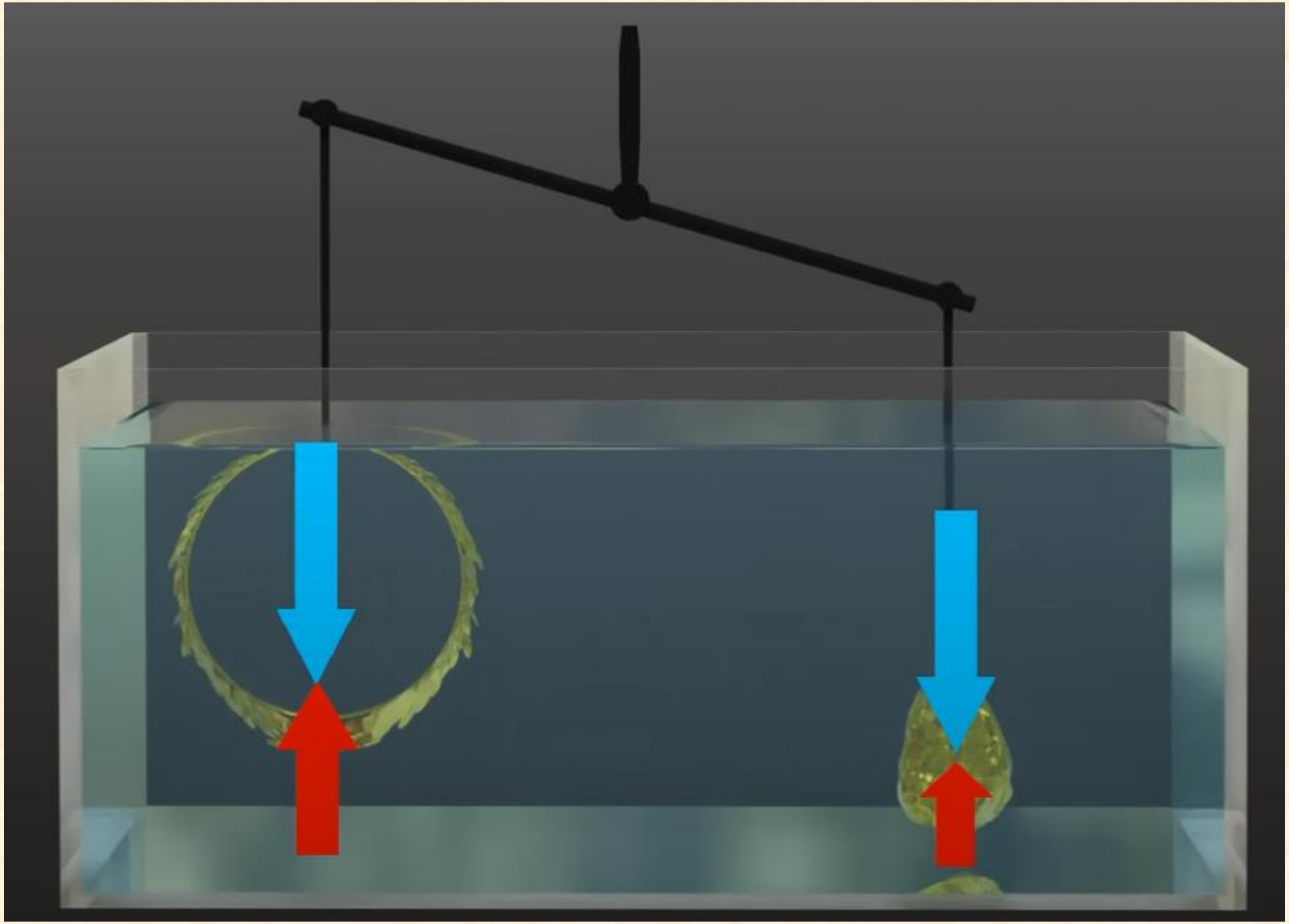


Β. Στη συνέχεια, τα βυθίζουμε στο νερό και βλέπουμε αν εκτοπίζει την ίδια ποσότητα νερού.

$1^η$ μέθοδος



A. Όπως και στην $1^η$ μέθοδο, αρχικά επιλέγουμε χρυσό με βάρος ίσο προς το βάρος του στέμματος.
B. Τοποθετούμε τα δύο σώματα σε ένα κοινό ζυγό και τα βάζουμε στο νερό.

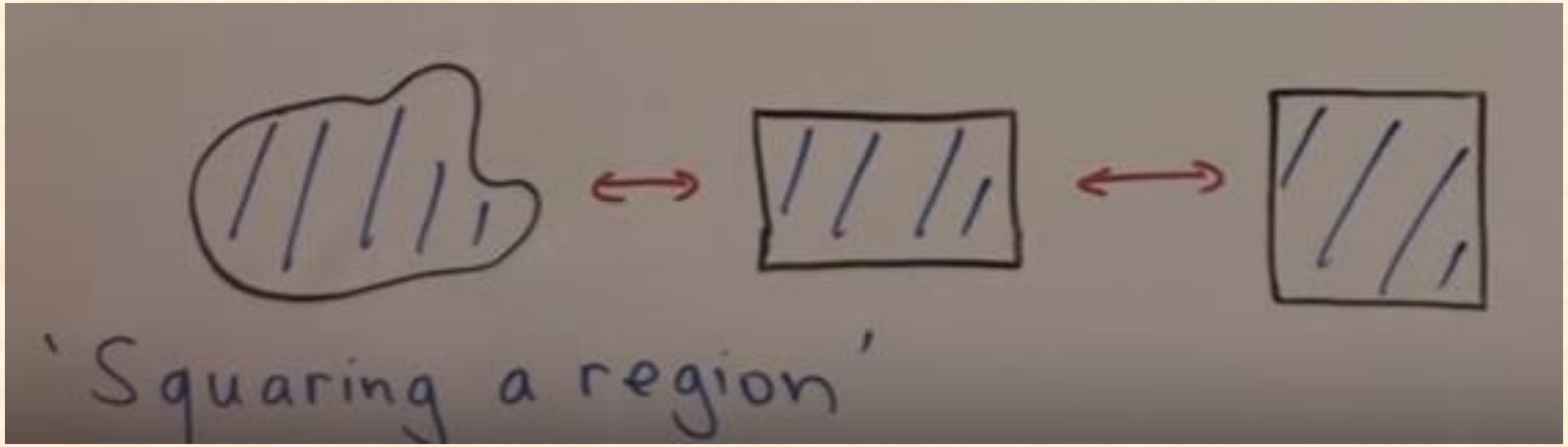


Γ. Το σώμα με τον μεγαλύτερο όγκο (το νοθευμένο) θα δέχεται μεγαλύτερη άνωση. Άρα ο ζυγός θα κλίνει προς τη μεριά του σώματος με τον μικρότερο όγκο.

Δ. Αν ο ζυγός παραμείνει σε κατάσταση ισορροπίας τότε τα σώματα έχουν τον ίδιο όγκο, άρα δεν υπάρχει νοθεία.

Τετραγωνισμός Κύκλου και Παραβολής

Αναξαγόρας, Αντιφώντας , Βρύσωνας,…Ιπποκράτης ο Χίος…Ευκλείδης…Αρχιμήδης

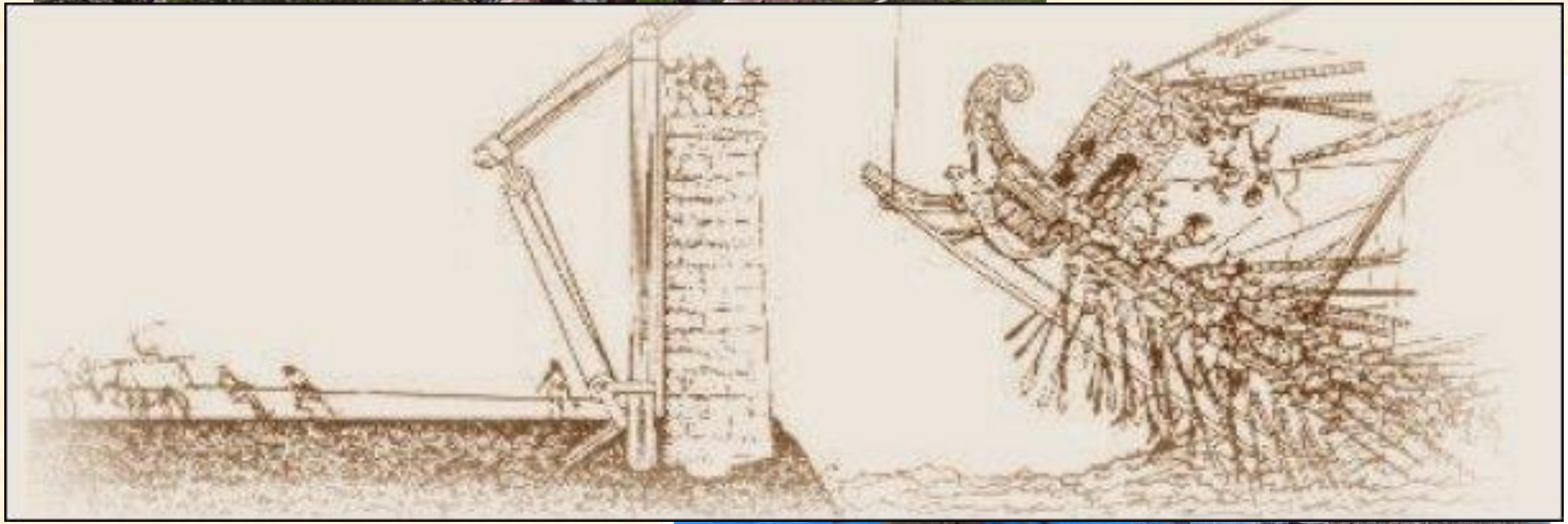


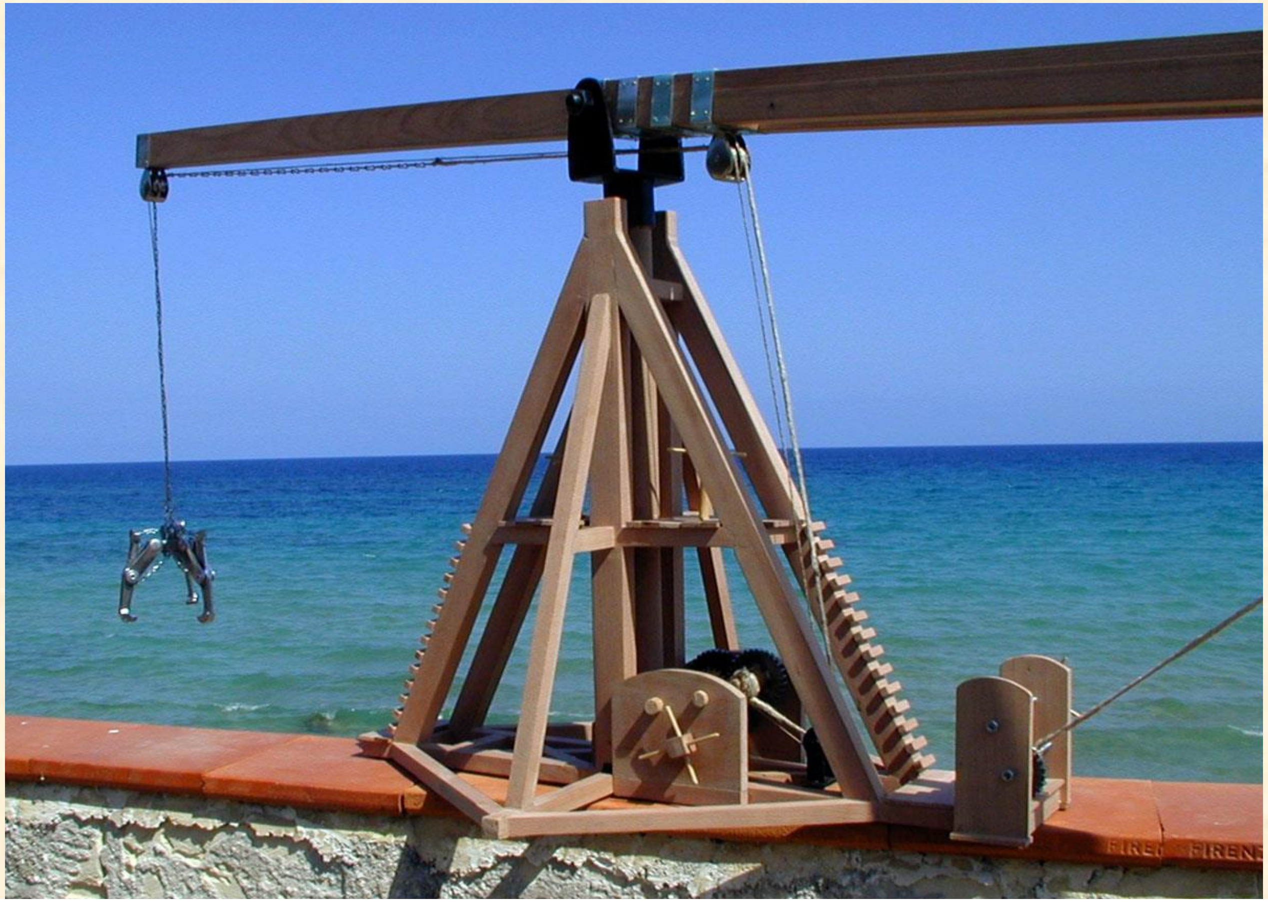
- Κάτοπτρα (παραβολικά χωρία)

135. — Ψελλός. Περὶ ἐνεργείας δαιμόνων:

Ἐπειδὴ καὶ ὁ Σικελὸς Ἀρχιμήδης ἐγνώριζε μὲν ὅτι, διὰ κατόπτρων τινων, ἀφοῦ ὑποστοῦν ταῦτα τὴν προσήκουσαν κατασκευὴν καὶ δεχθοῦν ἀντιθέτως ἐρχομένας ἡλιακὰς ἀκτῖνας, ἐκ συμμέτρου διαστήματος ἀνάπτει πῦρ, καὶ εἶχε κατασκευάσει πολλὰ τοιαῦτα διὰ τῶν ὁποίων ἐπροστάτευσε τὰ τείχη τῆς πατρίδος του, ἀνάψας δι᾽ αὐτῶν ἐκεῖθεν ὁλοκλήρους πυρκαϊὰς εἰς τοὺς ἐχθρούς, ἀλλὰ δὲν ἐπετύγχανε τοῦ σκοποῦ δι᾽ ὅλων τῶν ὀργάνων. Διότι ἔπρεπε ὁ κατεργασθεὶς σίδηρος οὔτε νὰ εἶναι πολὺ κοῖλος, οὔτε νὰ κυρτοῦται ἀσυμμέτρως, οὔτε νὰ ἔχῃ λείαν τὴν ἐπιφάνειαν· τὸ

- Πολεμικές Μηχανές

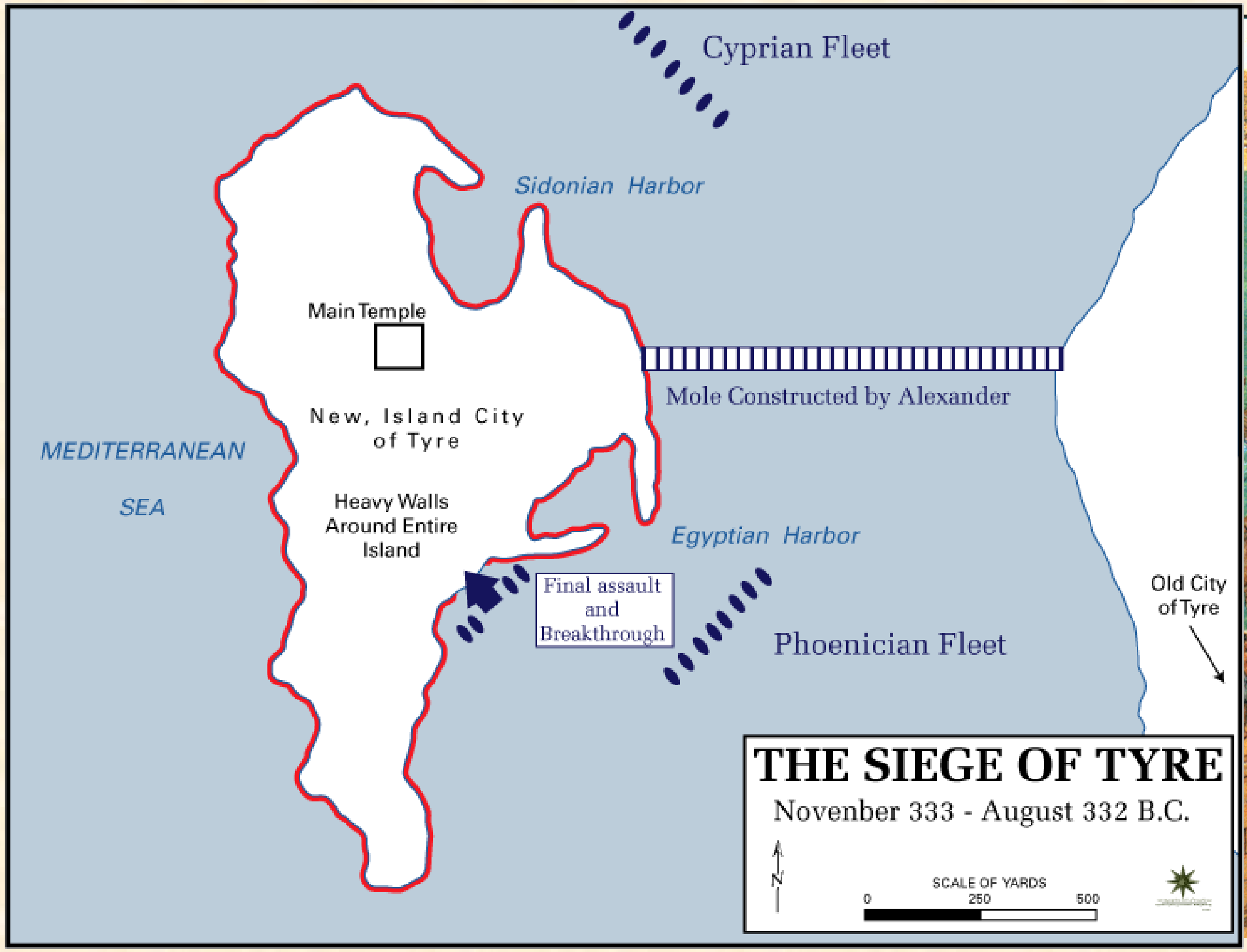




78. Ἰουλιανός. Αὐτοκράτωρ :

Οἱ Συρακούσιοι δὲ ἀντιτάξαντες τὸν σοφὸν ἐκεῖνον (Ἀρχιμήδη) ἐναντίον τῶν πολεμικῶν προπαρασκευῶν τῆς πόλεώς μας (Ῥώμης) καὶ τοῦ γενναίου στρατηγοῦ (Μαρκέλλου) τί τέλος ὠφελήθησαν ;

Για περαιτέρω μελέτη:
Η μηχανική στην υπηρεσία του Μ. Αλεξάνδρου στην πολιορκία της Τύρου



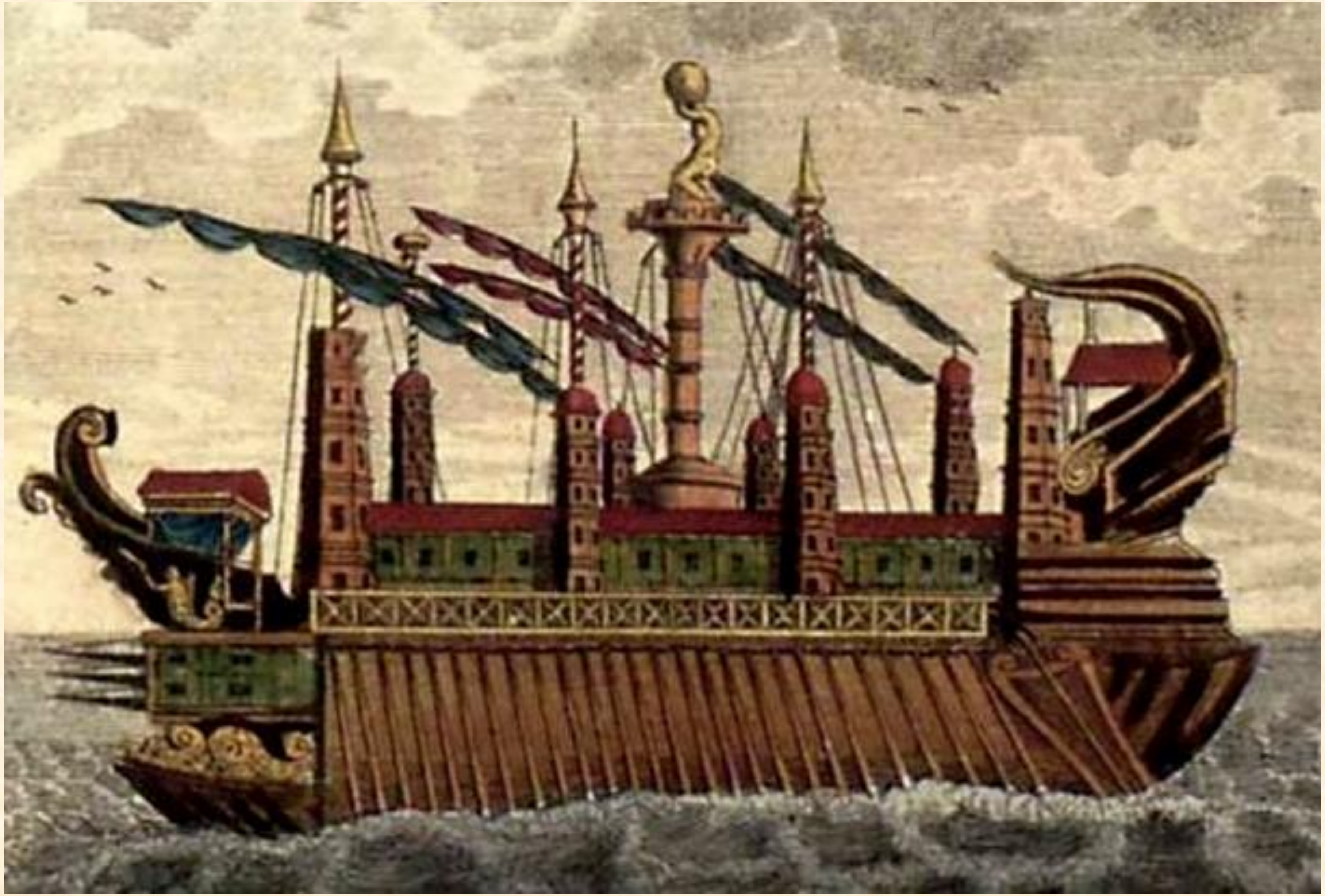
161. Σέξτος Ἐμπειρικός. Πρὸς μαθηματικούς:

Διότι τὰ αὐτομάτως κινούμενα ἐκ τῶν κατασκευασμάτων εἶναι θαυμαστότερα τῶν μὴ κινουμένων αὐτομάτως. Παρατηροῦντες λοιπὸν τὴν οὐράνιον σφαῖραν (πλανητάριον) τοῦ Ἀρχιμήδους ἐκπληττόμεθα πάρα πολύ, ὅπου κινοῦνται καὶ ὁ ἥλιος καὶ ἡ σελήνη καὶ τὰ ἄλλα ἄστρα, μὰ τὸν Δία ὅμως δὲν θαυμάζομεν διὰ τὴν κίνησιν τούτων τῶν ἄστρων, ἀλλὰ διὰ τὸν τεχνίτην καὶ τὰς κινούσας δυνάμεις.

«Όταν άρχισε να μας εξηγεί πώς δουλεύει η συσκευή, σκέφτηκα ότι η φύση προίκισε αυτόν τον Σικελό με ευφυΐα περισσότερη από όση μπορούσα ποτέ να φανταστώ ότι έχει κάποιος άνθρωπος…Συγκριτικά, το πλανητάριο στη Ρώμη ήταν μια πρώιμη εφεύρεση…Αυτό που έβλεπα μπροστά μου ήταν απίστευτο. Πάνω σε ένα χάλκινο αντικείμενο, υπήρχαν οι κινήσεις του Ήλιου, της Σελήνης και των πλανητών…και με μία μόνο περιστροφή, μπορούσε κανείς να αποδώσει τις διαφορετικές πορείες και ταχύτητες των σωμάτων. Όταν θέσαμε σε κίνηση το αντικείμενο, είδαμε να σχηματίζεται μπροστά μας η ίδια έκλειψη όπως και αυτή που είχε γίνει και στον πραγματικό ουρανό»

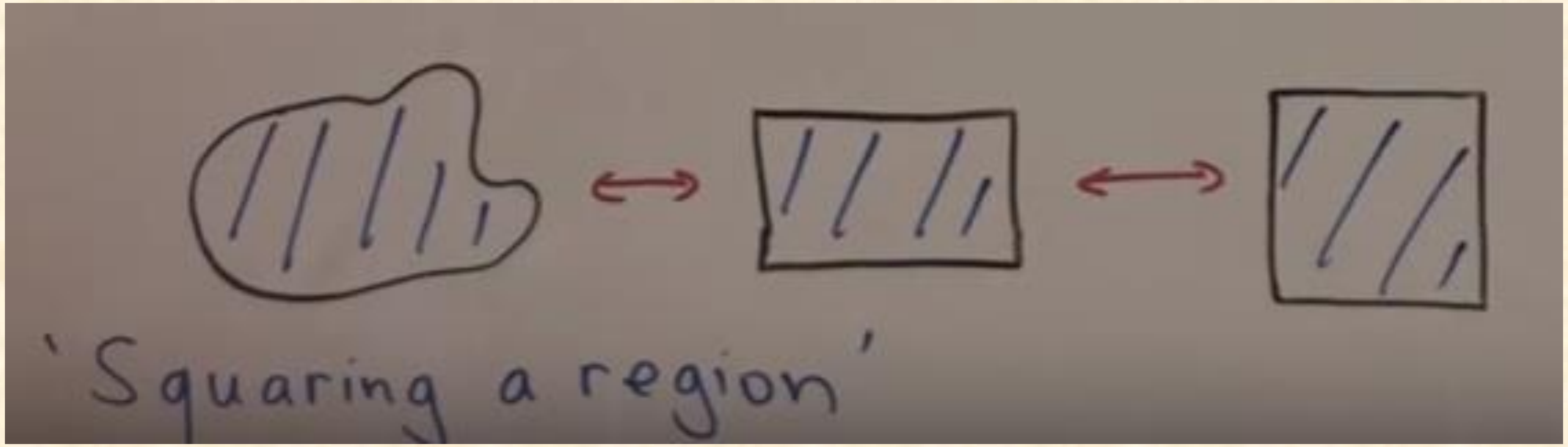
Κικέρων, De Re Publica I.21-22

- 75-120 μέτρα μήκος,
- 1800 τόνοι
- 2000 επιβάτες

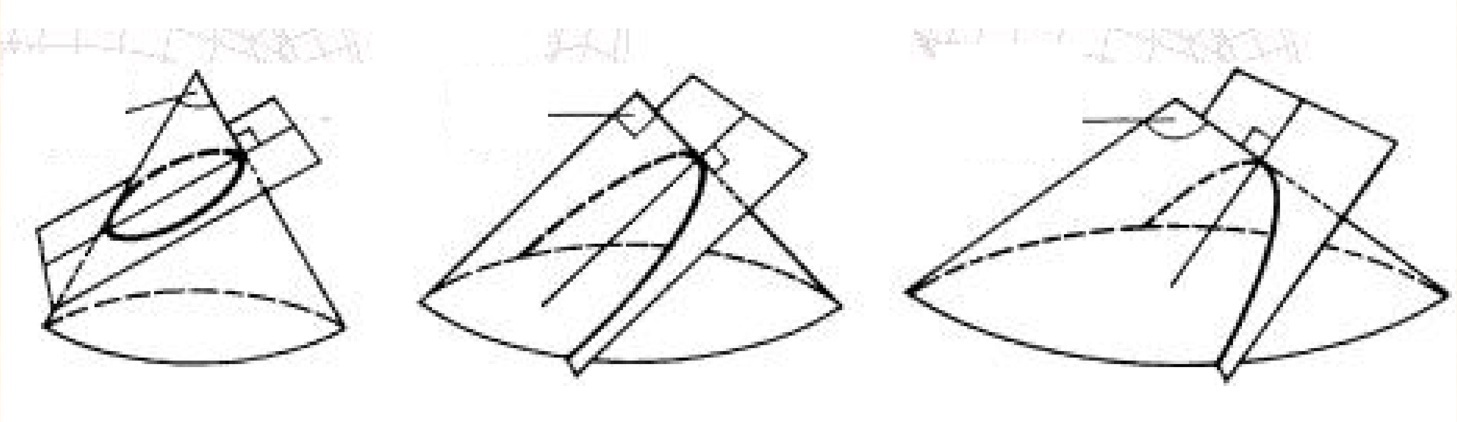


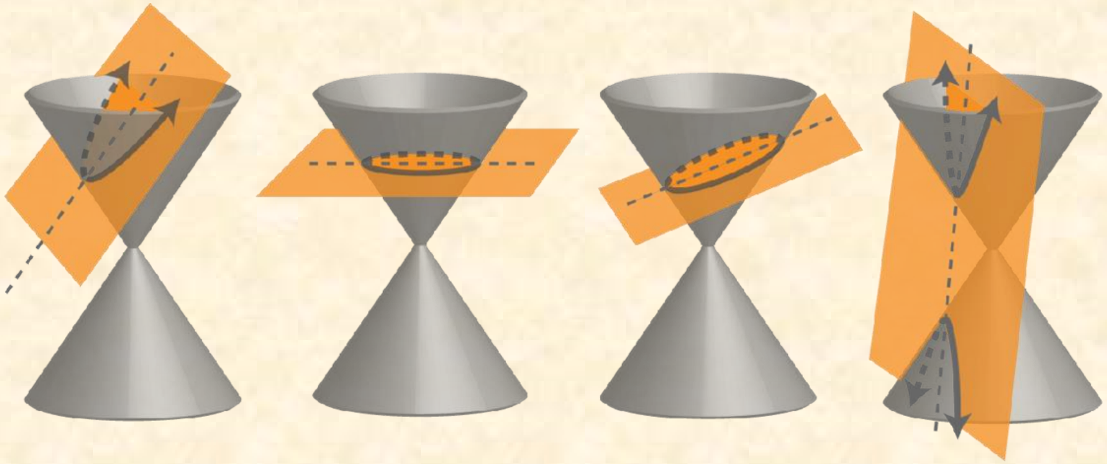
Τετραγωνισμός Κύκλου και Παραβολής

Αναξαγόρας, Αντιφώντας , Βρύσωνας,…Ιπποκράτης ο Χίος…Ευκλείδης…Αρχιμήδης



Τετραγωνισμός Τομής Ορθογωνίου Κώνου

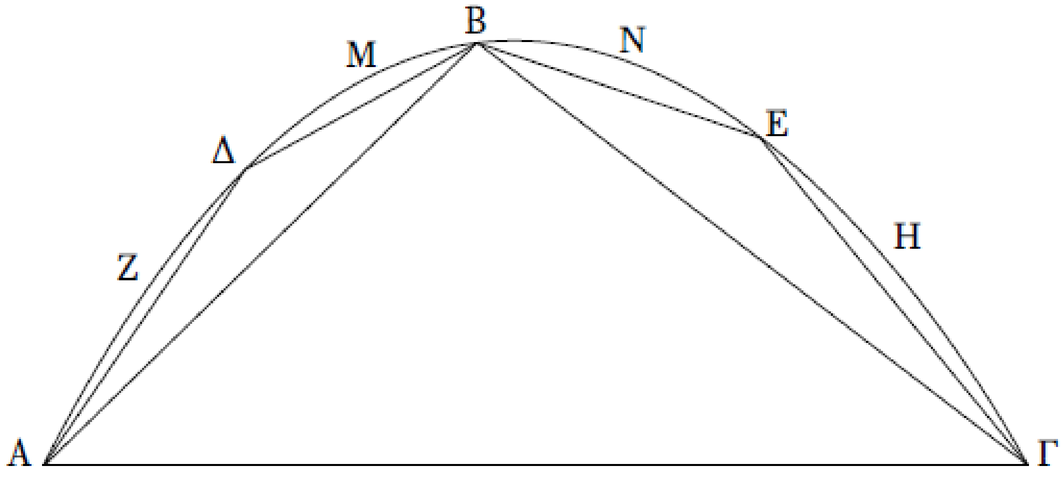




Parabola Circle Ellipse Hyperbola

$1^{ος}$ τρόπος: Γεωμετρικός (εξάντληση)

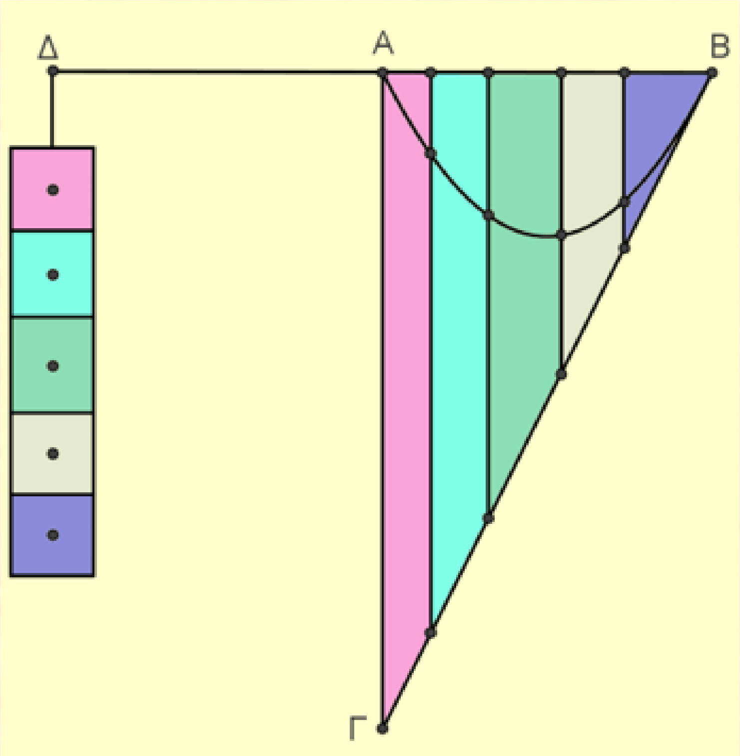
Έστω το παραβολικό χωρίο ΑΔΒΕΓ, όπου Β η κορυφή της παραβολής. Τότε, (ΑΔΒΕΓ) = $^4/_3$ (ΑΒΓ). Η απόδειξη έχει τη μορφή της διπλής εις άτοπο απαγωγής.



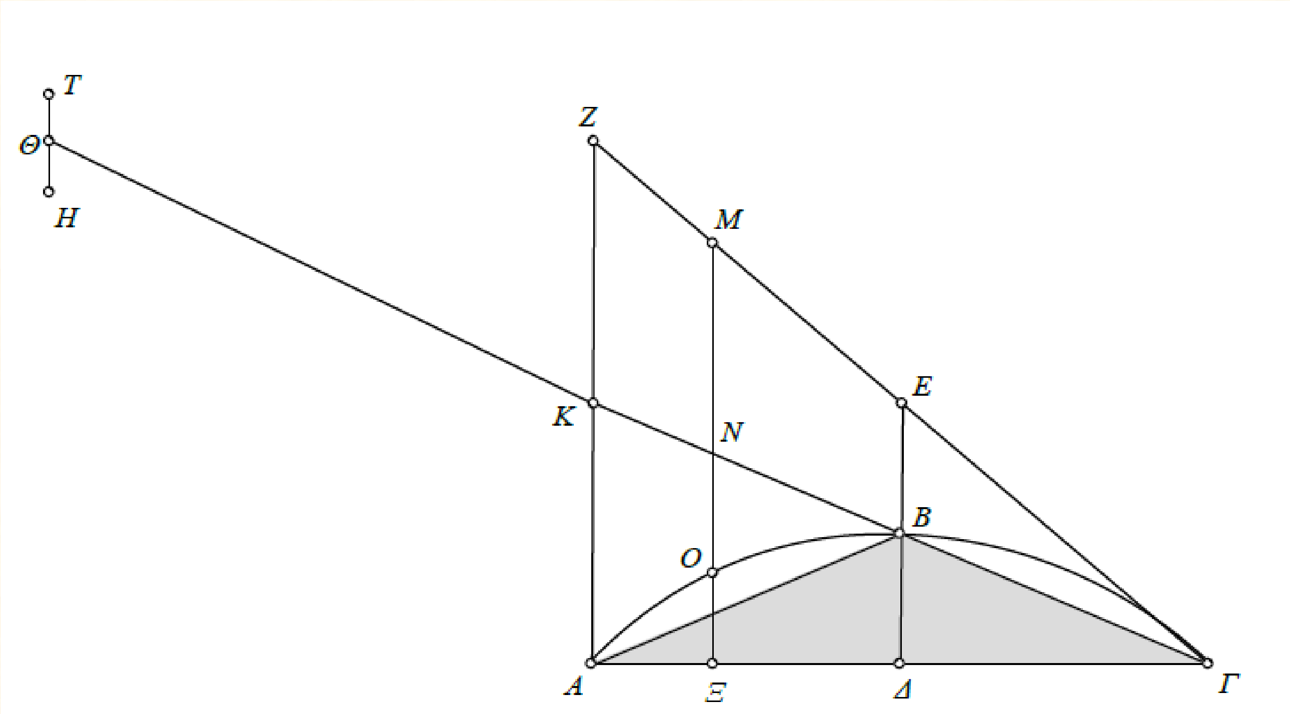
Περίπτωση Α: Έστω ότι (ΑΔΒΕΓ) > $^4/_3$ (ΑΒΓ).

Περίπτωση Β: Έστω ότι (ΑΔΒΕΓ) < $^4/_3$ (ΑΒΓ).

2ος τρόπος: Μηχανικός (ζυγός)



3ος τρόπος: Ευρετικός (αδιαίρετα)



"Αρχιμήδης Δοσιθέω ευ πράττειν
(ο Αρχιμήδης εύχεται στο Δοσίθεο να είναι ευτυχισμένος)

Πληροφορήθηκα ότι ο Κόνων, ο οποίος ήταν πολύ φίλος μου, πέθανε και ότι εσύ είσαι γνωστός του και πολύ ικανός γεωμέτρης. Για το θάνατο του Κόνωνα λυπήθηκα πολύ και ως φίλο και ως θαυμάσιο μαθηματικό. Αποφάσισα να σου στείλω τις εργασίες μου, όπως έκανα και με τον Κόνωνα. Στα γεωμετρικά θεωρήματα έχω βρει κάτι που προηγουμένως δεν είχε ερευνηθεί. Αυτό το βρήκα πρώτα με τη μέθοδο της Μηχανικής και μετά το απόδειξα γεωμετρικά.

Έγραψα έτσι την απόδειξη του προβλήματος και σου τη στέλνω. ***Η απόδειξη έγινε πρώτα με μηχανικές μεθόδους και κατόπιν με γεωμετρικές μεθόδους.*** *Έχω προτάξει και μερικά στοιχεία για τις κωνικές τομές , τα οποία είναι χρήσιμα για την απόδειξη .*

Έρρωσο (να είσαι καλά) »

Αυτών λοιπόν των θεωρημάτων τις αποδείξεις σου απέστειλα, αφού τις έγραψα σε τούτο το βιβλίο.

Επειδή, όπως λέγω, γνωρίζω ότι είσαι σπουδαίος και εξαίρετος στη φιλοσοφία και έχεις ασχοληθεί με κάθε είδους μαθηματικές έρευνες που σου έχουν τύχει, έκρινα ορθό να γράψω και να σου εκθέσω στο ίδιο αυτό βιβλίο μια ειδική μέθοδο, η οποία θα σου επιτρέπει να λαμβάνεις αφορμές ώστε να μπορείς να εξετάζεις μερικές μαθηματικές προτάσεις μέσω της μηχανικής. Είμαι δε πεπεισμένος ότι αυτό δεν είναι λιγότερο χρήσιμο και στην απόδειξη αυτών των ίδιων θεωρημάτων. Διότι μερικά από αυτά τα οποία έγιναν φανερά σε μένα αρχικά μέσω της μηχανικής, αποδείχτηκαν ύστερα γεωμετρικά, μιας και η εξέτασή τους με αυτόν τον τρόπο δεν συνιστά αληθινή απόδειξη· διότι είναι πιο εύκολο να συναγάγουμε την απόδειξη, αν προηγουμένως έχουμε αποκτήσει, δια του τρόπου αυτού, κάποια γνώση των ζητημάτων, παρά να ερευνούμε χωρίς προηγουμένως να γνωρίζουμε τίποτα … Για αυτό ακριβώς και από τα θεωρήματα αυτά, των οποίων ο Εύδοξος βρήκε πρώτος την απόδειξη, δηλαδή για τον κώνο και την πυραμίδα, ότι ο κώνος είναι το ένα τρίτο του

κυλίνδρου, και η πυραμίδα του πρίσματος, που έχουν την ίδια βάση και ίσο ύψος, όχι μικρό μέρος πρέπει να αποδοθεί στον Δημόκριτο, ο οποίος πρώτος διατύπωσε τα θεωρήματα για τα εν λόγω σχήματα, έστω και χωρίς απόδειξη. Σε μένα τώρα συνέβη και αυτό το θεώρημα, το οποίο τώρα εκδίδω, να το έχω ανακαλύψει με την ίδια μέθοδο όπως τα προηγούμενα· θέλησα δε να δημοσιοποιήσω γραπτώς τη μέθοδο, αφ' ενός επειδή έχω μιλήσει στο παρελθόν για αυτήν, ώστε να μη φανούμε σε μερικούς ότι εκθέτουμε κενούς λόγους, και αφ' ετέρου επειδή είμαι πεπεισμένος ότι προσφέρω όχι μικρή υπηρεσία στα μαθηματικά· διότι νομίζω ότι μερικοί από τους συγχρόνους μου ή από τους μεταγενέστερους θα βρουν και άλλα θεωρήματα με τη μέθοδο που υπέδειξα, τα οποία δεν έχω σκεφθεί ακόμα.

Αριθμητικό Σύστημα

Στον *Ψαμμίτη*, ο Αρχιμήδης προτείνει ένα νέο αριθμητικό σύστημα έτσι ώστε να δώσει τη δυνατότητα στο Ιωνικό σύστημα να περιγράφει πολύ μεγάλους αριθμούς.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
α	β	γ	δ	ϵ	ϛ	ζ	η	θ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϟ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
ρ	σ	τ	υ	φ	χ	ψ	ω	ϡ

Ψαμμίτης

1. Νομίζουσί τινες, ὦ βασιλεῦ Γέλων, ὅτι ὁ ἀριθμὸς τῆς ἄμμου εἶναι κατὰ τὸ πλῆθος ἄπειρος· λέγω δὲ ὄχι μόνον τῆς ὑπαρχούσης περὶ τὰς Συρακούσας καὶ τὴν ἄλλην Σικελίαν, ἀλλὰ καὶ τῆς κατὰ πᾶσαν χώραν καὶ τὴν οἰκουμένην καὶ τὴν ἀκατοίκητον. Ὑπάρχουσι δὲ μερικοί, οἱ ὁποῖοι δὲν θεωροῦσι μὲν αὐτὸν ἄπειρον, ἐπειδὴ δὲν ὑπάρχει τοιοῦτος κατωνομασμένος ἀριθμός, ὁ ὁποῖος νὰ ὑπερβάλλῃ αὐτὸν κατὰ τὸ πλῆθος. Οἱ δὲ ἔχοντες αὐτὴν τὴν γνώμην εἶναι φανερόν, ὅτι ἐὰν ἤθελον φαντασθῇ μέγεθος ἐκ τῆς ἄμμου κατέχον τόσον ὄγκον, ὅσος εἶναι ὁ ὄγκος τῆς γῆς μὲ πλήρη τὰ πελάγη ὅλα καὶ τὰ κοιλώματα τῆς γῆς εἰς ὕψος ἴσον πρὸς τὰ ὑψηλότατα τῶν ὀρέων, πολὺ περισσότερον δὲν εἶναι δυνατὸν νὰ γνωρίσωσιν ἀριθμὸν ὁ ὁποῖος νὰ ὑπερβάλλῃ τὸ πλῆθος αὐτῆς. Ἐγὼ δὲ θὰ προσπαθήσω νὰ σοῦ ἀποδείξω διὰ γεωμετρικῶν ἀποδείξεων, τὰς ὁποίας θὰ παρακολουθήσῃς, ὅτι ἐκ τῶν ὑφ' ἡμῶν κατωνομασμένων ἀριθμῶν καὶ ἐκδεδομένων εἰς τὴν πραγματείαν τὴν ἀπευθυνομένην πρὸς τὸν Ζεύξιππον, μερικοὶ (ἀριθμοὶ) ὑπερβάλλουσι ὄχι μόνον τὸν ἀριθμὸν τῆς ἄμμου ἡ ὁποία καταλαμβάνει μέγεθος ἴσον πρὸς τὸν ὄγκον τῆς γῆς, ὅταν αὕτη πληρωθῇ, ὡς εἴπομεν, ἀλλὰ καὶ τὸν ὄγκον τοῦ ὁποίου τὸ μέγεθος εἶναι ἴσον πρὸς τὸ μέγεθος τοῦ κόσμου. Σοῦ εἶναι δὲ

1) Με το Ιωνικό σύστημα μπορεί κανείς να πάει μέχρι το μύριες μυριάδες (10^8).

2) Ο Αρχιμήδης ονομάζει αυτούς τους αριθμούς «πρώτους». Με νέα μονάδα το 10^8, ορίζει ως «δεύτερους» αριθμούς τους $2*10^8$, $3*10^8$,…, 10^8*10^8.

3) Επομένως, το 10^{16} γίνεται «τρίτος» αριθμός κ.ο.κ.

4) Ο Τελικός αριθμός με αυτό τον τρόπο γίνεται 10^{8*10^8}.

5) Ενώ ο αριθμός αυτός είναι μεγαλύτερος από όσο χρειάζεται ο Αρχιμήδης για τον υπολογισμό του, αυτός επεκτείνει το σύστημα: οι αριθμοί από το 1 έως το 10^{8*10^8} ονομάζονται αριθμοί «Πρώτης Περιόδου». Ανάλογα, προχωράει το σύστημα μέχρι να ολοκληρωθούν 10^8 περίοδοι.

6) Ο μέγιστος αριθμός είναι : $10^{8*10^{16}}$.

μυριακισμυριοστᾶς περιόδου μυριακισμυριοστῶν ἀριθμῶν μύριαι μυριάδες

Τα νέα ευρήματα

- Νέα θεωρία για τη *Μέθοδο* (*Περί των Μηχανικών Θεωρημάτων Προς Ερατοσθένη Μέθοδος*).
- Τι πραγματεύεται η *Μέθοδος*;

Ο Αρχιμήδης στον Ερατοσθένει [εύχεται] να είναι καλά.

Σου απέστειλα προ καιρού μερικά από τα θεωρήματα που βρήκα, έχοντας αναγράψει τις εκφωνήσεις τους και λέγοντάς σου να προσπαθήσεις να βρεις τις αποδείξεις τους, τις οποίες προσωρινά δεν είχα εξαγγείλει. Οι εκφωνήσεις των θεωρημάτων που σου απέστειλα ήσαν οι εξής. [Εκφώνηση] του πρώτου [θεωρήματος]: εάν σε ορθόν πρίσμα με βάση τετράγωνο εγγραφεί κύλινδρος, ο οποίος έχει τις βάσεις στα απέναντι παραλληλόγραμμα και τις πλευρές στα άλλα επίπεδα του πρίσματος, και δια του κέντρου του κύκλου, ο οποίος είναι βάση του κυλίνδρου, και μιας πλευράς του τετραγώνου [που βρίσκεται] στο απέναντι τετράγωνο αχθεί επίπεδο, το επίπεδον που άγεται [κατ' αυτόν τον τρόπο] θα αποκόψει από τον κύλινδρο ένα τμήμα, το οποίο περιέχεται από δύο επίπεδα και μία κυλινδρική επιφάνεια, [ήτοι] εφ' ενός αυτό που έχει αχθεί, αφ' ετέρου αυτό στο οποίο βρίσκεται η βάση του κυλίνδρου, και από την επιφάνεια που βρίσκεται μεταξύ των αναφερθέντων επιπέδων· το δε τμήμα που αποκόπηκε από τον κύλινδρο είναι το έκτο μέρος του όλου πρίσματος. Η εκφώνηση του δεύτερου θεωρήματος ήταν η εξής: εάν σε κύβο εγγραφεί

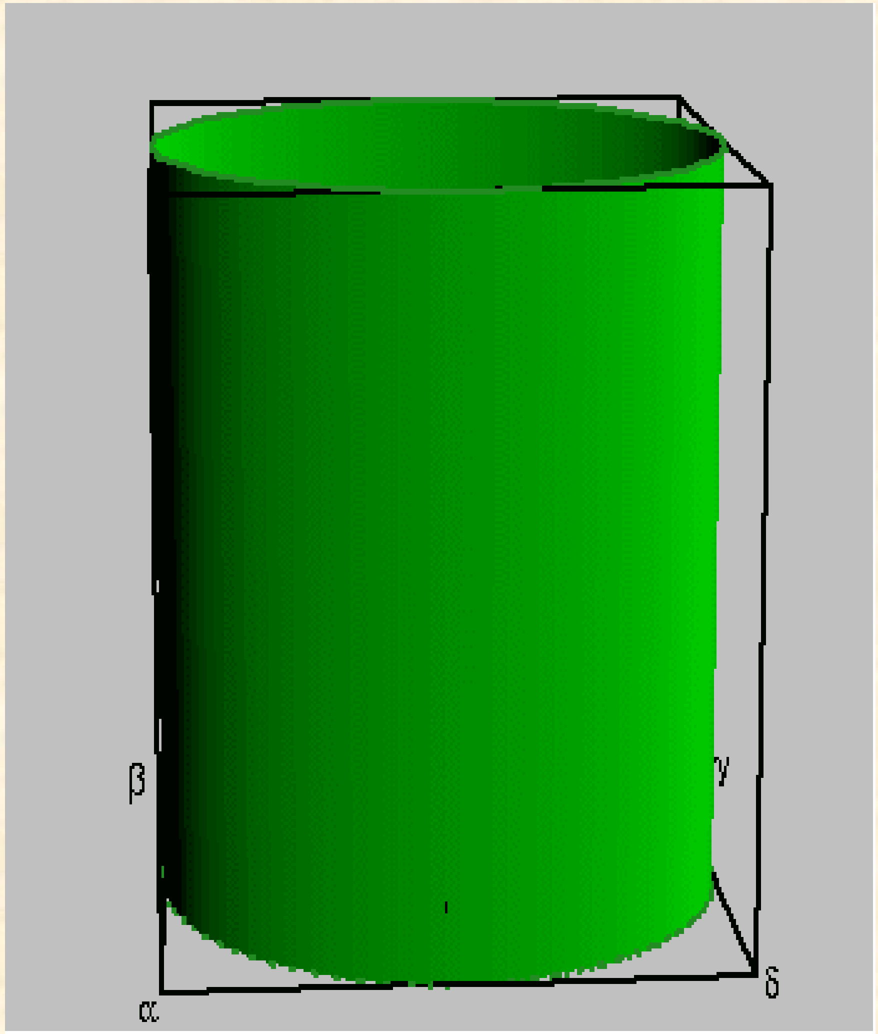
Συμβαίνει δε αυτά τα θεωρήματα να διαφέρουν από εκείνα που είχα βρει προηγουμένως· διότι εκείνα σχήματα, και τα κωνοειδή και τα σφαιροειδή και τα τμήματα αυτών, τα συγκρίναμε κατά το μέγεθος με σχήματα κώνων και κυλίνδρων, και κανένα από αυτά δεν βρέθηκε ίσο με στερεό που περιέχεται από επίπεδα, ενώ το καθένα από αυτά εδώ τα σχήματα, που περιέχονται από δύο επίπεδα και επιφάνειες κυλίνδρων, βρίσκεται ίσο με ένα από τα στερεά σχήματα που περιέχονται από επίπεδα.

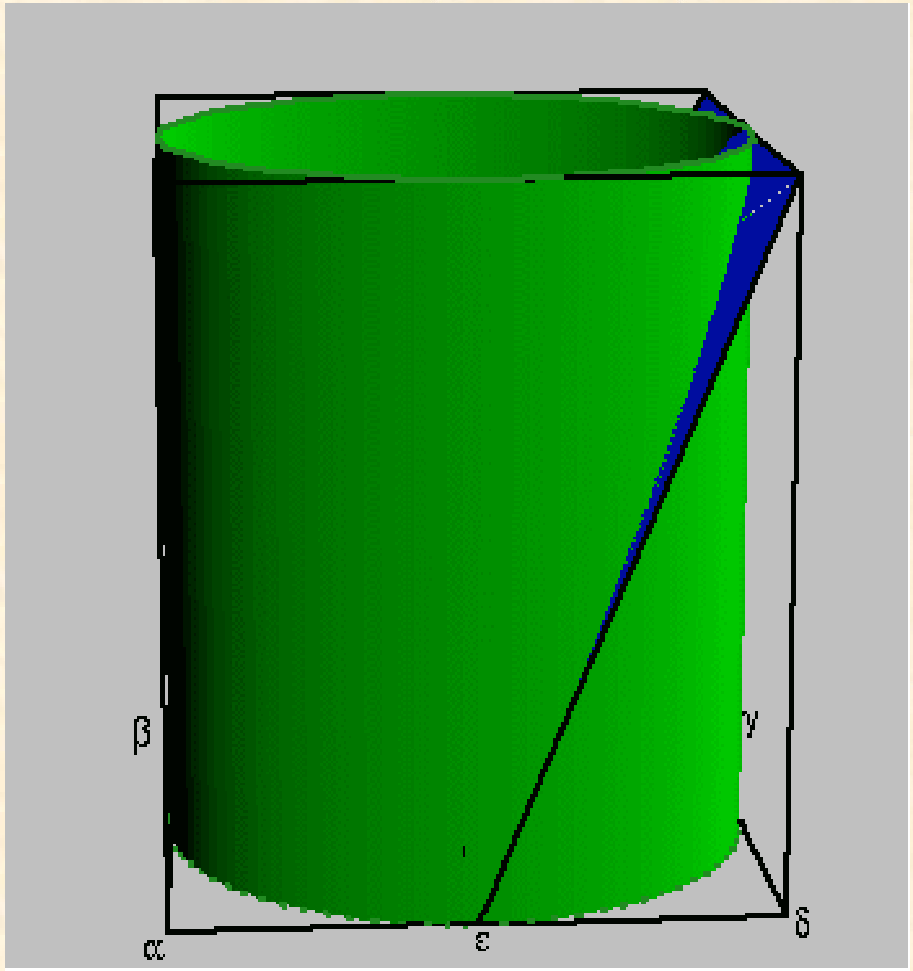
Αυτών λοιπόν των θεωρημάτων τις αποδείξεις σου απέστειλα, αφού τις έγραψα σε τούτο το βιβλίο.

Επειδή, όπως λέγω, γνωρίζω ότι είσαι σπουδαίος και εξαίρετος στη φιλοσοφία και έχεις ασχοληθεί με κάθε είδους μαθηματικές έρευνες που σου έχουν τύχει, έκρινα ορθό να γράψω και να σου εκθέσω στο ίδιο αυτό βιβλίο μια ειδική μέθοδο, η οποία θα σου επιτρέπει να λαμβάνεις αφορμές ώστε να μπορείς να εξετάζεις μερικές μαθηματικές προτάσεις μέσω της μηχανικής. Είμαι δε πεπεισμένος ότι αυτό δεν είναι λιγώτερο χρήσιμο και στην απόδειξη αυτών των ίδιων θεωρημάτων. Διότι μερικά από αυτά τα οποία έγιναν φανερά σε μένα αρχικά μέσω της μηχανικής, αποδείχτηκαν ύστερα γεωμετρικά, μιας και η εξέτασή τους με αυτόν τον τρόπο δεν συνιστά αληθινή απόδειξη· διότι είναι πιο εύκολο να συναγάγουμε την απόδειξη, αν προηγουμένως έχουμε αποκτήσει, δια του τρόπου αυτού, κάποια γνώση των ζητημάτων, παρά να ερευνούμε χωρίς προηγουμένως να γνωρίζουμε τίποτα ... Για αυτό ακριβώς και από τα θεωρήματα αυτά, των οποίων ο Εύδοξος βρήκε πρώτος την απόδειξη, δηλαδή για τον κώνο και την πυραμίδα, ότι ο κώνος είναι το ένα τρίτο του κυλίνδρου, και η πυραμίδα του πρίσματος, που έχουν την ίδια βάση και ίσο ύψος, όχι μικρό μέρος πρέπει να αποδοθεί στον Δημόκριτο, ο οποίος πρώτος διατύπωσε τα θεωρήματα για τα εν λόγω σχήματα, έστω και χωρίς απόδειξη. Σε μένα τώρα συνέβη και αυτό το θεώρημα, το οποίο τώρα εκδίδω, να το έχω ανακαλύψει με την ίδια μέθοδο όπως τα προηγούμενα· θέλησα δε να δημοσιοποιήσω γραπτώς τη μέθοδο, αφ' ενός επειδή έχω μιλήσει στο παρελθόν για αυτήν, ώστε να μη φανούμε σε μερικούς ότι εκθέτουμε κενούς λόγους, και αφ' ετέρου επειδή είμαι πεπεισμένος ότι προσφέρω όχι μικρή υπηρεσία στα μαθηματικά· διότι νομίζω ότι μερικοί από τους συγχρόνους μου ή από τους μεταγενέστερους θα βρουν και άλλα θεωρήματα με τη μέθοδο που υπέδειξα, τα οποία δεν έχω σκεφθεί ακόμα.

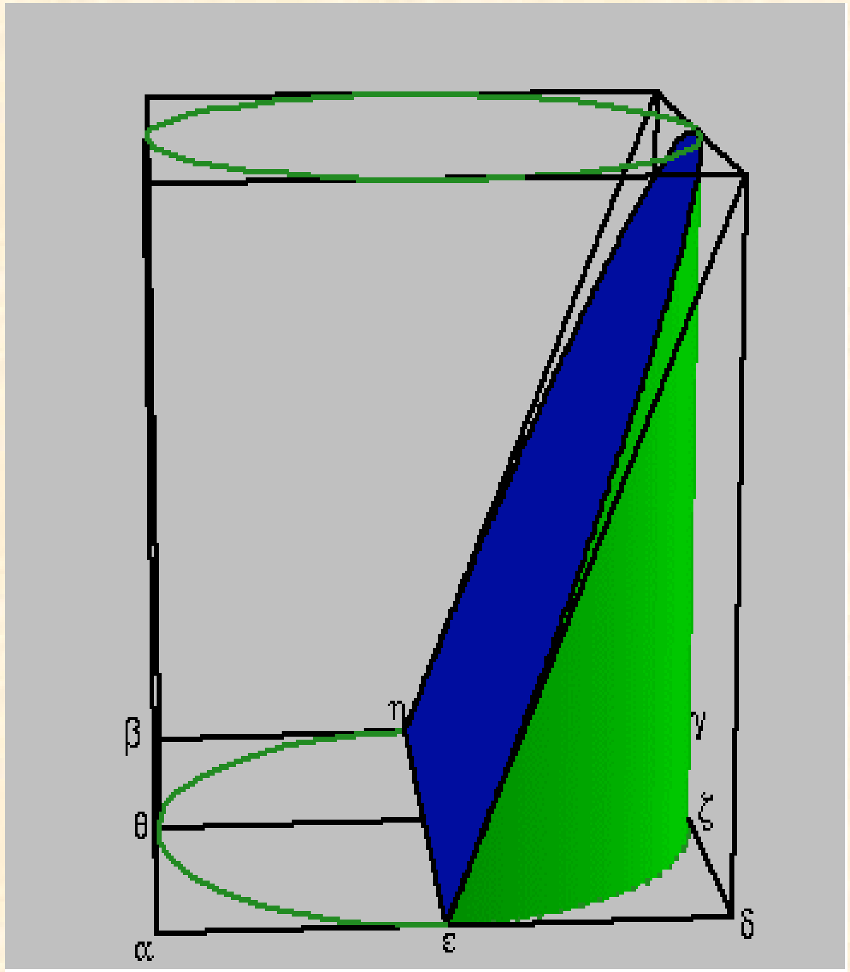
Έστω κύλινδρος που περικλείεται σε ορθό τετραγωνικό πρίσμα.

Η βάση του πρίσματος είναι το τετράγωνο **αβγδ**.





Φέρουμε ένα επίπεδο που διέρχεται αφ' ενός από τη διάμετρο της βάσης του κυλίνδρου (που είναι παράλληλη προς τις πλευρές **αβ** και **γδ**) και αφ' ετέρου από το σημείο στο οποίο η επάνω βάση του κυλίνδρου εφάπτεται της ακμής που βρίσκεται απέναντι από τη **γδ**.

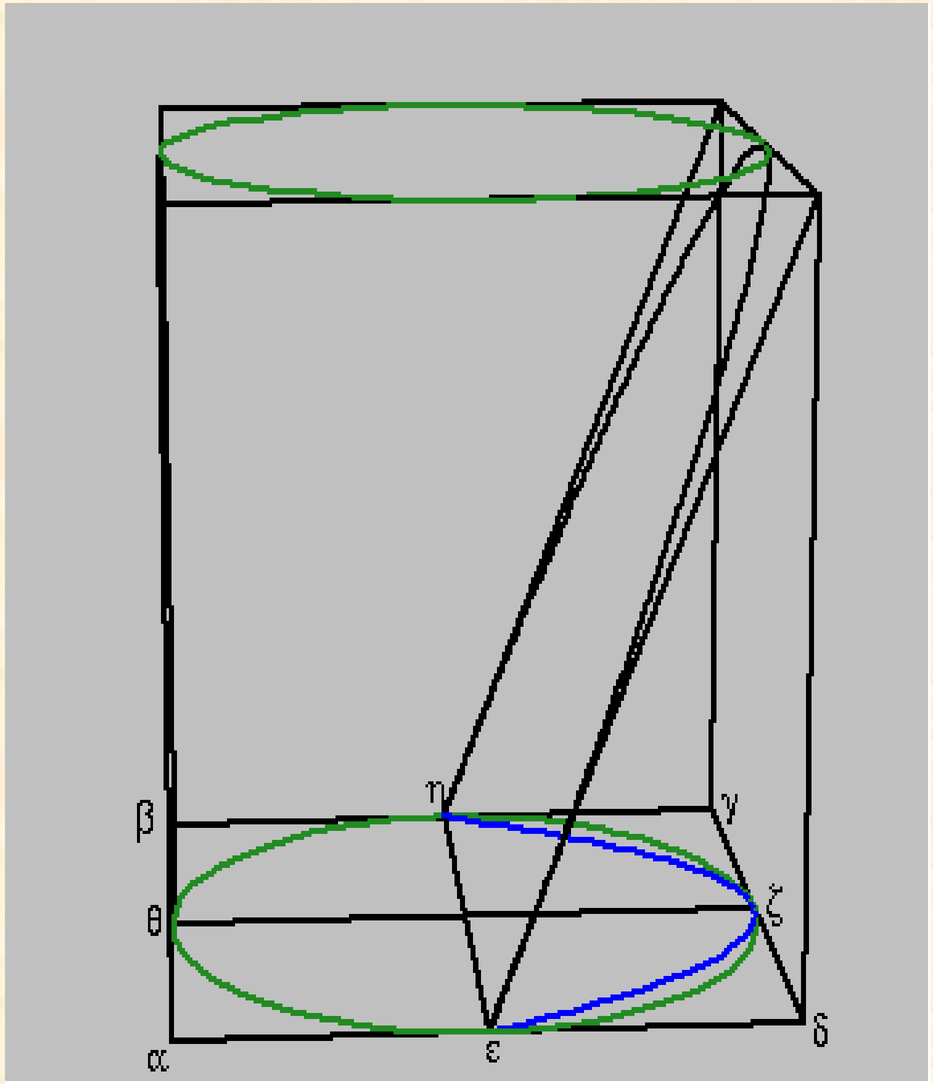


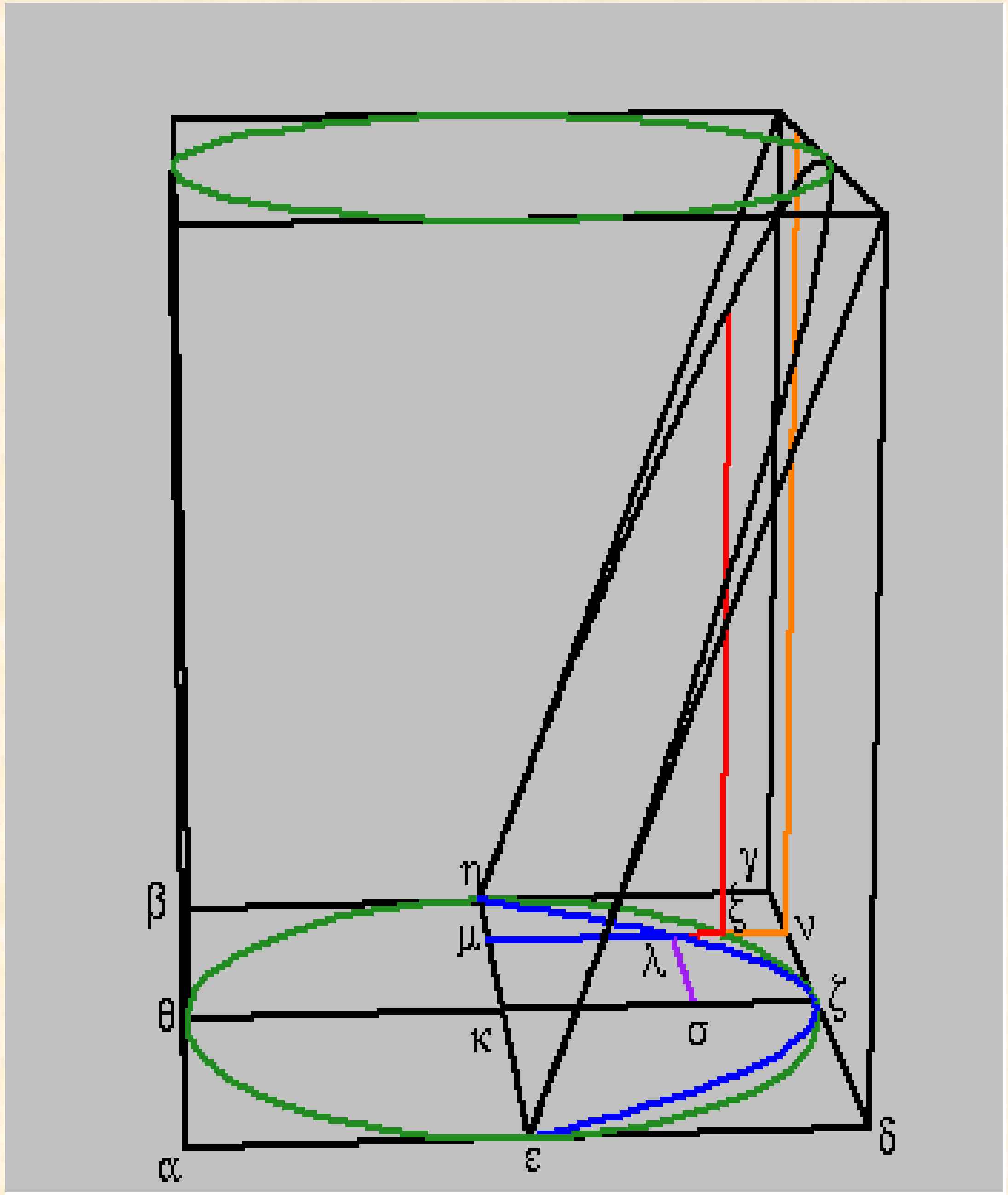
Το τέμνον επίπεδο αποκόπτει από το όλο πρίσμα ένα νέο (τριγωνικό) πρίσμα, το οποίο είναι ίσο με το ένα τέταρτο του αρχικού πρίσματος.

Το τέμνον επίπεδο αποκόπτει επίσης από τον κύλινδρο ένα τμήμα.

Ζητείται να αποδειχθεί ότι το κυλινδρικό τμήμα είναι το ένα έκτο του αρχικού πρίσματος.

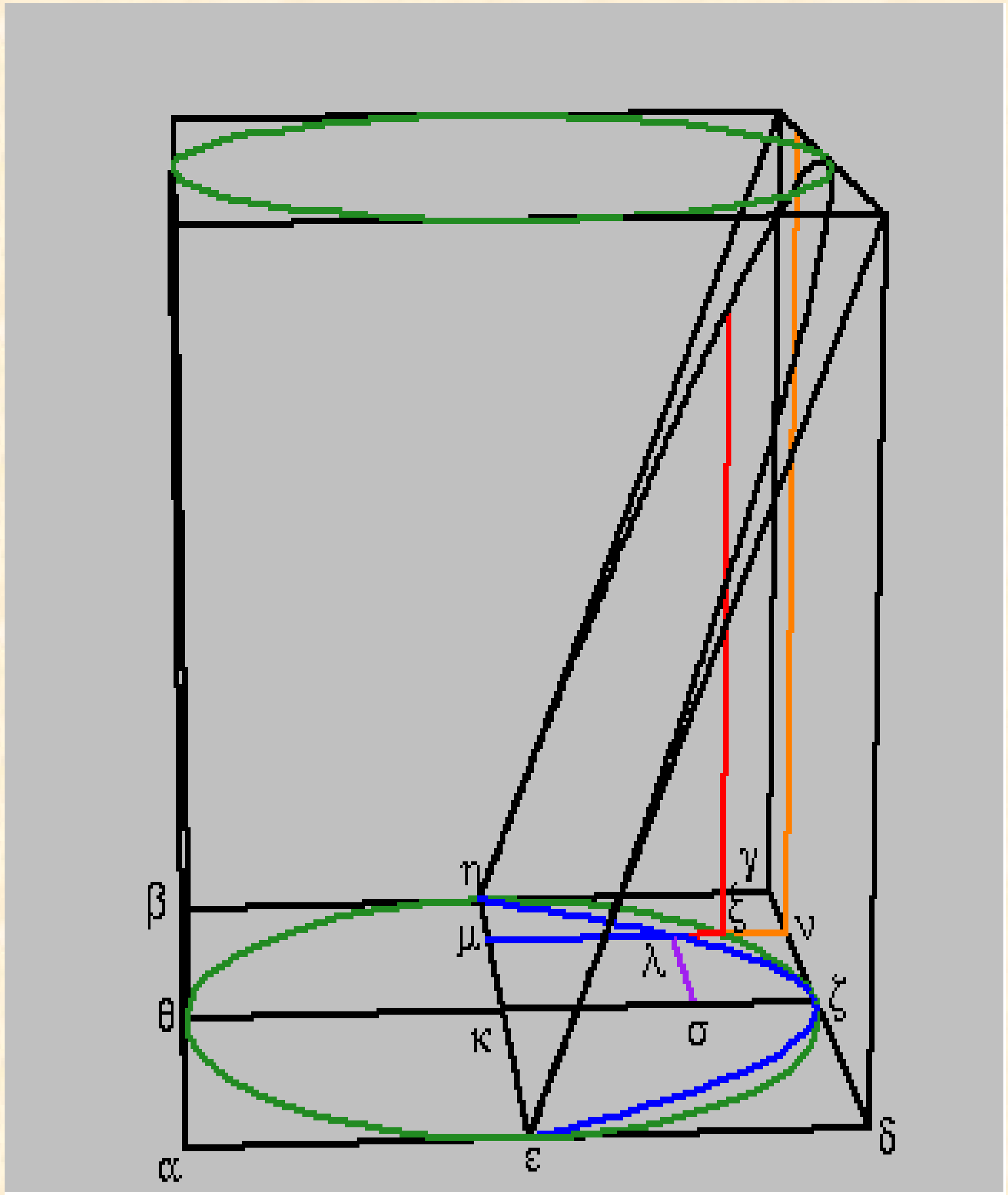
Στο ημικύκλιο που αποτελεί την κάτω βάση του κυλινδρικού τμήματος φέρουμε την παραβολή **εζη**.





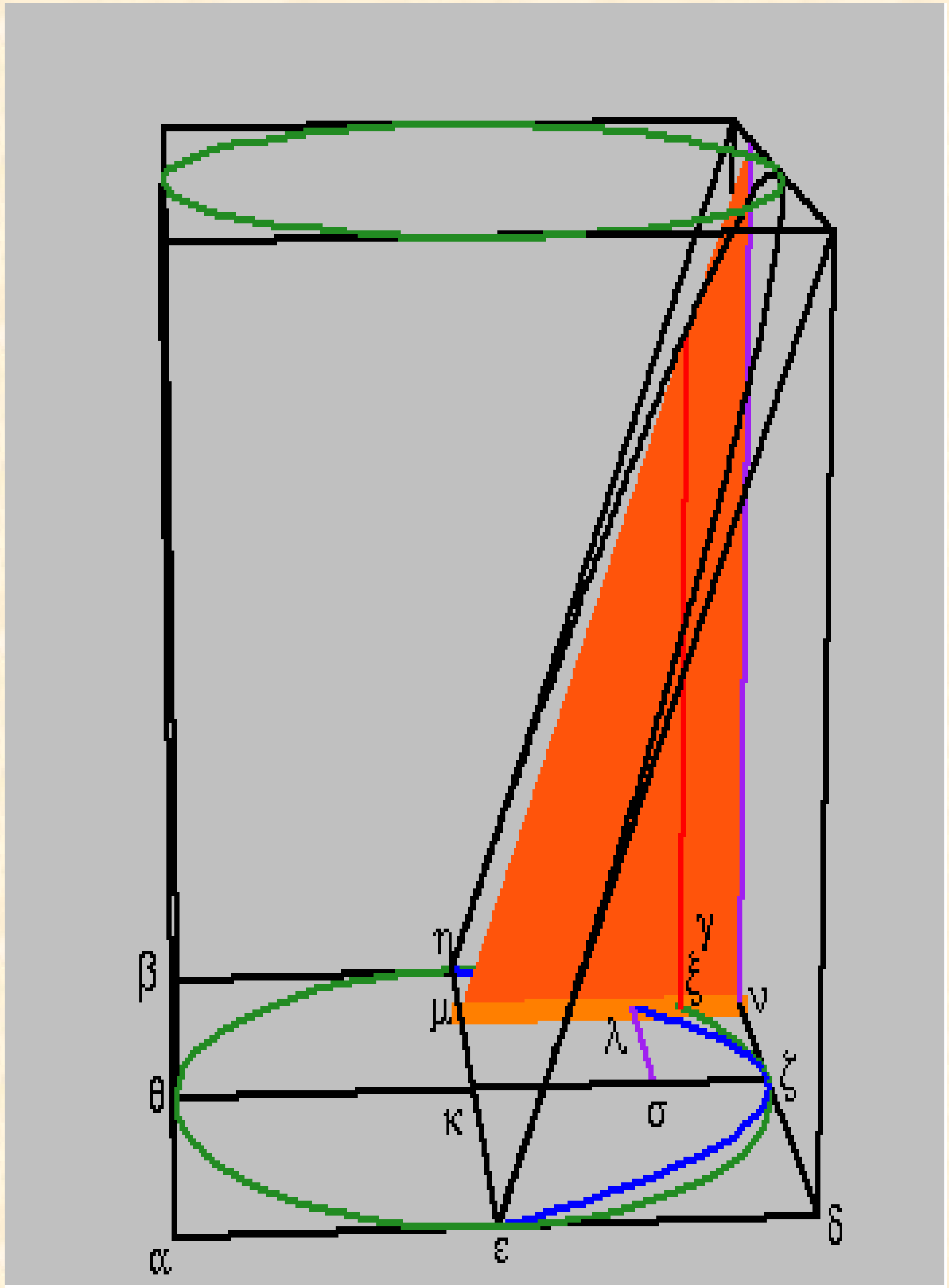
Έστω **ζκ** η διάμετρος της παραβολής.

Έστω **μν** τυχούσα που τέμνει το ημικύκλιο στο σημείο **ξ** και την παραβολή στο σημείο **λ**.



Κατασκευάζουμε το επίπεδο που διέρχεται από τη **μν** και είναι κάθετο στην **εη**.

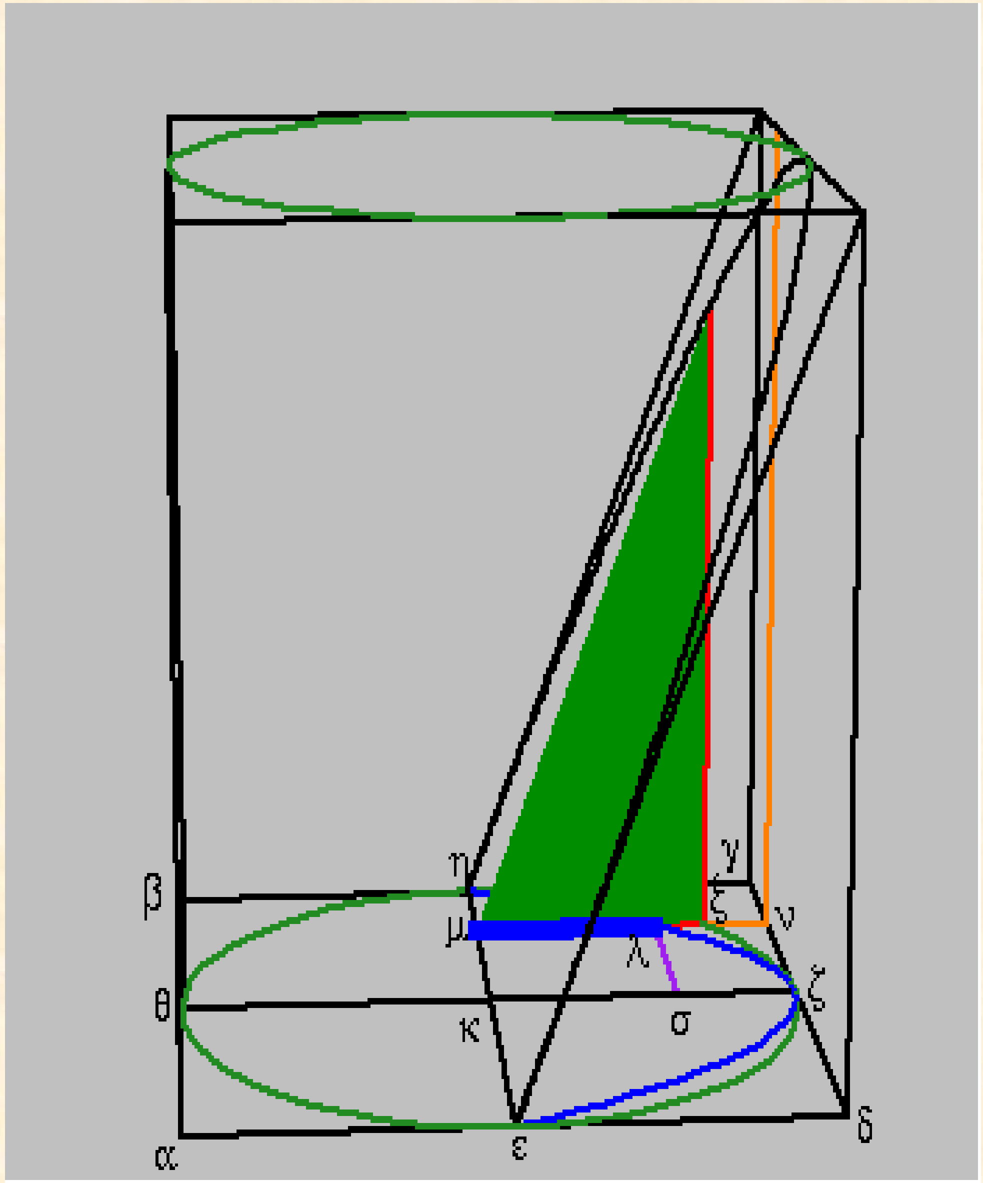
Το επίπεδο αυτό ορίζει στο αποτμηθέν πρίσμα ένα ορθογώνιο τρίγωνο με βάση τη **μν** και στο αποτμηθέν κυλινδρικό τμήμα ένα ορθογώνιο τρίγωνο με βάση τη **μξ**.



Για την ευθεία **μν** και για τα δύο τρίγωνα που σχηματίζονται αντιστοίχως εντός του πρίσματος και εντός του κυλινδρικού τμήματος ισχύει:

$$(\mathbf{\Delta}\ \mu\nu) : (\mathbf{\Delta}\ \mu\xi) = (\mu\nu) : (\mu\lambda)$$

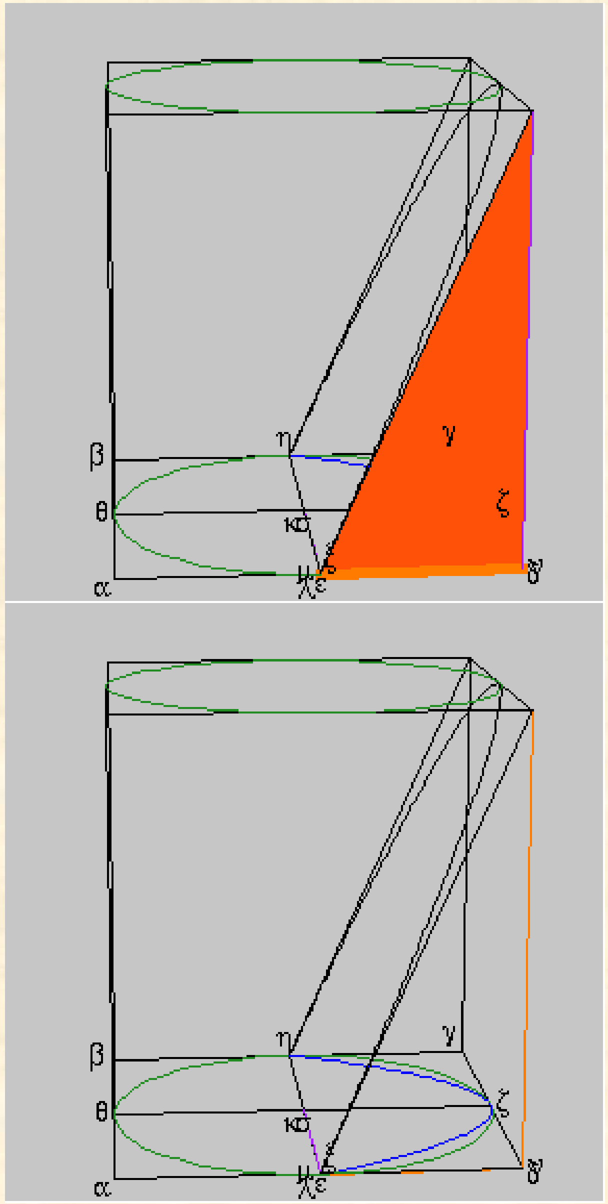
Στο πρώτο μέρος του θεωρήματος ο Αρχιμήδης αποδεικνύει την ανωτέρω θεμελιώδη αναλογία. Η απόδειξη μέχρι τώρα διεκπεραιώνεται με στοιχειώδεις γνώσεις περί κωνικών τομών. Επίσης, το κείμενο μέχρι αυτό το σημείο περιλαμβάνεται στην έκδοση Heiberg.



Επεξήγηση της θεμελιώδους αναλογίας

Το (Τρίγωνο του Πρίσματος) είναι προς το (Τρίγωνο του Κυλινδρικού τμήματος) όπως είναι η (Ευθεία του Ορθογωνίου) προς την (Ευθεία του Παραβολικού χωρίου)

Η αναλογία αυτή ισχύει **για κάθε τομή** που γίνεται με επίπεδο κάθετο στην **εη**.

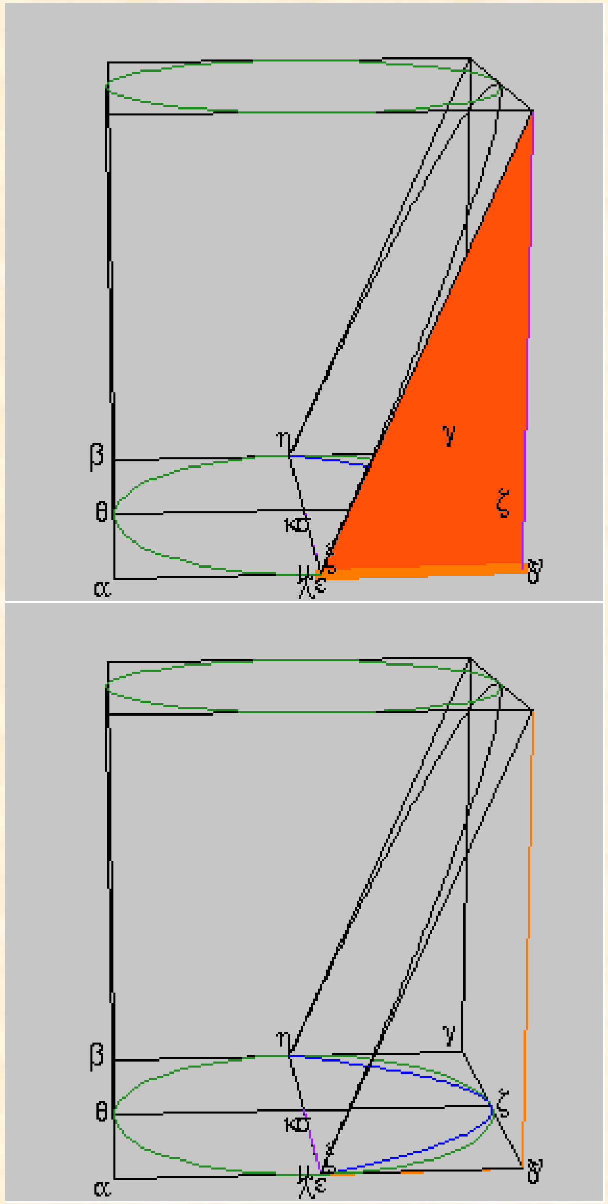


Έστω ότι τα τρίγωνα του πρίσματος είναι **A1, …, An, …**
Έστω ότι οι γραμμές του ορθογωνίου **δη** είναι **B1, …, Bn, …**
Έστω ότι τα τρίγωνα στο κυλινδρικό τμήμα είναι **C1, …, Cn, …**
Έστω ότι οι γραμμές του παραβολικού χωρίου είναι**D1, …, Dn, …**

Η θεμελιώδης αναλογία μετατρέπεται:
Ai : Ci = Bi : Di

ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον έν τῷ πρίσματι πρὸς τὸ ………… τμήματι ………. ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου, οὕτως ἡ ἀχθεῖσα <έν> τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλος τῇ ΚΖ <πρὸς τὴν> ἀποληφθεῖσαν ὑπὸ τῆς ΕΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἠγμένων παρὰ τὴν
ΚΖ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων έν τῷ τμήματι
συμπληρω …………
τοῦ τμήματος τοῦ …….. έν τῷ ἀπὸ τοῦ
…..γινομ…..πων…. τὰ γ……….α καὶ ….. τῷ
ΔΗ………………………… δὲ ετι…………….
μα………………… η ετι…………. ἀπ……………………
……………

ΕΗ, ὅτι ἔσται ὡς τὸ τρίγωνον τὸ γενόμενον ἐν τῷ πρίσματι πρὸς τὸ τρίγωνον ἐν τῷ ἀποτμήματι τὸ ἐν τῷ ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου οὕτως ἡ ἀχθεῖσα ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλος οὖσα τῇ ΚΖ πρὸς τὴν ἀποληφθεῖσαν ἀπὸ τῆς ΗΖ τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου. Συμπληρωθέντος οὖν τοῦ ΔΗ παραλληλογράμμου ὑπὸ τῶν ἀγομένων παρὰ τὴν ΚΖ, καὶ τοῦ τμήματος τοῦ περιεχομένου ὑπό τε τῆς τοῦ ὀρθογωνίου κώνου τομῆς καὶ τῆς ΕΗ διαμέτρου ὑπὸ τῶν ἀπολαμβανομένων ἐν τῷ τμήματι· συμπληρωθέντος δὲ καὶ τοῦ πρίσματος ὑπὸ τῶν τριγώνων τῶν γενομένων ἐν αὐτῷ καὶ τοῦ τμήματος τοῦ ἀποτμηθέντος ἀπὸ τοῦ κυλίνδρου· καὶ ἔστι τινὰ μεγέθη ἴσα ἀλλήλοις, τὰ τρίγωνα τὰ ἐν τῷ πρίσματι, καὶ ἔστι ἕτερα μεγέθη, αἵ εἰσιν εὐθεῖαι ἐν τῷ ΔΗ παραλληλογράμμῳ παράλληλοι οὖσαι τῇ ΖΚΘ, ἃ καὶ ἀλλήλοις ἴσα ἐστὶ καὶ πλήθει ἴσα τοῖς ἐν τῷ πρίσματι τριγώνοις· ἔσται δὲ καὶ ἕτερα τρίγωνα τὰ ἐν τῷ τμήματι τῷ ἀποτμηθέντι ἴσα τῷ πλήθει τοῖς γενομένοις ἐν τῷ πρίσματι τριγώνοις· καὶ αἱ ἑτέραι εὐθεῖαι ἀπολαμβανόμεναι ἀπὸ τῶν



Στο σημείο αυτό υπήρχε κείμενο του Αρχιμήδη που ο Heiberg δεν είχε μπορέσει να διαβάσει:

Τα τρίγωνα του πρίσματος είναι «πλήθει ἴσα» με τις γραμμές
Τα τρίγωνα του πρίσματος είναι «πλήθει ἴσα» με τα τρίγωνα
Οι γραμμές του ορθογωνίου είναι «πλήθει ἴσαι» με τις γραμμές του παραβολικού χωρίου.

Επομένως, (A1 +..+ An, ..) : (C1 +..+ Cn, ..) = (B1 +..+ Bn, ..) : (D1 +..+ Dn, ..)

Δηλαδή, (Όλα τα τρίγωνα του πρίσματος) : (Όλα τα τρίγωνα του κυλινδρικού τμήματος) = (Όλες οι γραμμές του ορθογωνίου) : (Όλες οι γραμμές της παραβολής)

Ή αλλιώς,
Πρίσμα : Κυλινδρικό τμήμα = Ορθογώνιο : Παραβολικό χωρίο
Επειδή ο δεύτερος λόγος ισούται με 3 : 2, και το πρίσμα ισούται με 1/4 του όλου πρίσματος, συνεπάγεται ότι το κυλινδρικό τμήμα είναι 1/6 του πρίσματος.

Τα νέα ευρήματα

1) Στην απόδειξη ο Αρχιμήδης υποστηρίζει ότι ένα σχήμα διάστασης *n* συγκροτείται από σχήματα διάστασης *n*–1.

1) Ο Αρχιμήδης αποφαίνεται ότι τέσσερα απειροσύνολα είναι ίσα μεταξύ τους. Δεν υπάρχει ανάλογο προηγούμενο στην αρχαία μαθηματική γραμματεία.