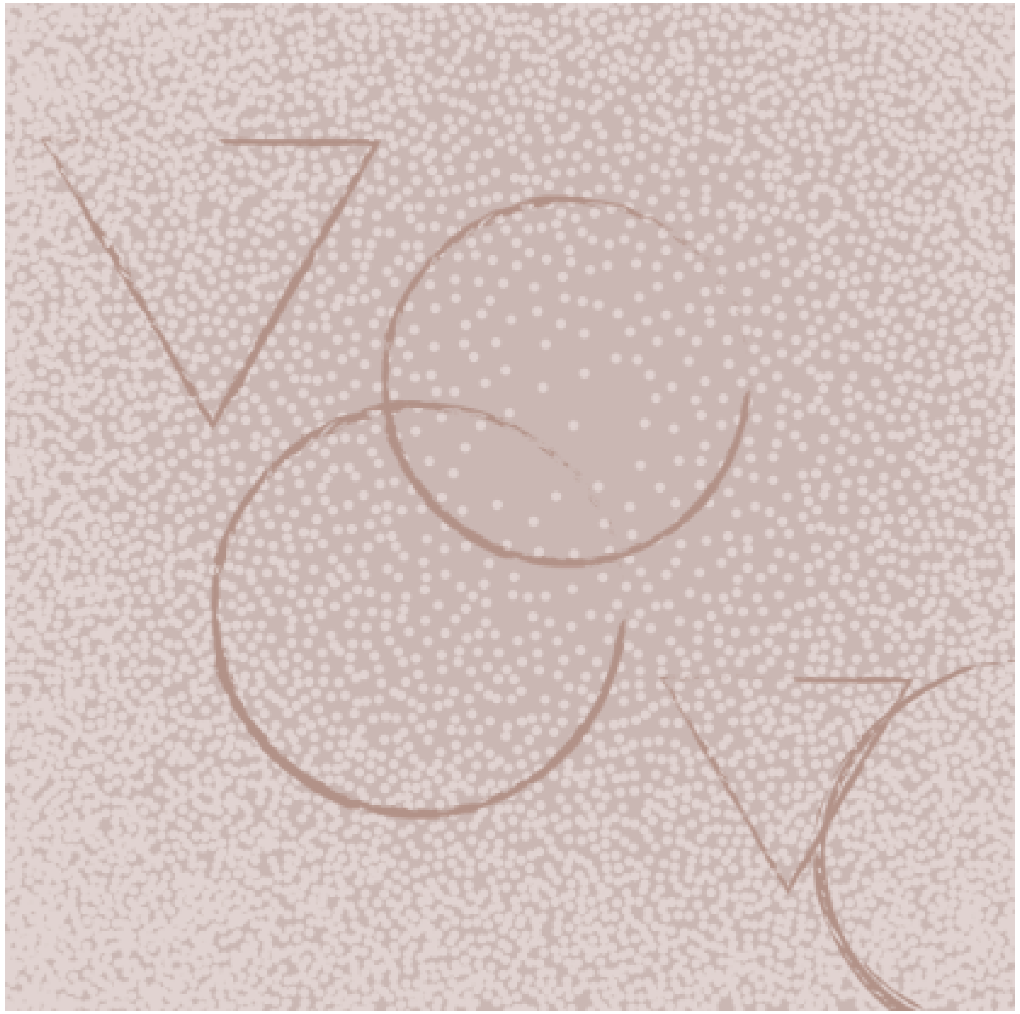


Το μεταπτυχιακό μάθημα

Ιστορία των Μαθηματικών (Υ16)

(Τετ. 18:00 - 21:00, Αίθ. Β)

προσφέρει μια επισκόπηση των πιο επιδραστικών μαθηματικών ιδεών που αναπτύχθηκαν από την αρχαιότητα έως και τους νεωτερικούς χρόνους στον ευρύτερο χώρο της Μεσογείου. Παράλληλα, εξετάζει τον ρόλο που διαδραμάτισαν οι κοινωνικοί, θεσμικοί και πολιτισμικοί παράγοντες στην εξέλιξη της μαθηματικής σκέψης και, αντιστρόφως, τους τρόπους με τους οποίους οι μαθηματικές ιδέες επηρέασαν την κοινωνία και τον πολιτισμό. Σε ιστοριογραφικό επίπεδο, στόχος του μαθήματος είναι να βοηθήσει τις φοιτήτριες και τους φοιτητές του ΙΦΕΤ να αναπτύξουν κριτική σκέψη ως προς τους τρόπους με τους οποίους κατανοείται και καταγράφεται η ιστορία των Μαθηματικών.

Μ. Σιάλαρος (msialaros@phs.uoa.gr)

https://en-uoa-gr.academia.edu/MichalisSialaros
https://www.ancientscienceportal.com
https://www.instagram.com/ancient_science_portal

Διαλέξεις

1. Εισαγωγή στην Ιστορία των Μαθηματικών. Αριθμητικά Συστήματα.

Αν θέλετε να μάθετε περισσότερα για την ιστορία του άβακα, διαβάστε το *The History of the Abacus* του J. M. Pullan.

Προτείνω να διαβάσετε μέχρι την 01/11/2023: Μέρος του 1ου Κεφ. *A New History of Greek Mathematics* του R. Netz.

(Επίσης, ως γενική παρατήρηση, πριν διαβάσετε ένα βιβλίο, προτείνω να διαβάζετε και ορισμένα έγκριτα reviews. Για ένα πρόσφατο review του βιβλίου του Netz, διαβάστε αυτό.)

2. Αιγυπτιακά μαθηματικά (πάπυρος Rhind).

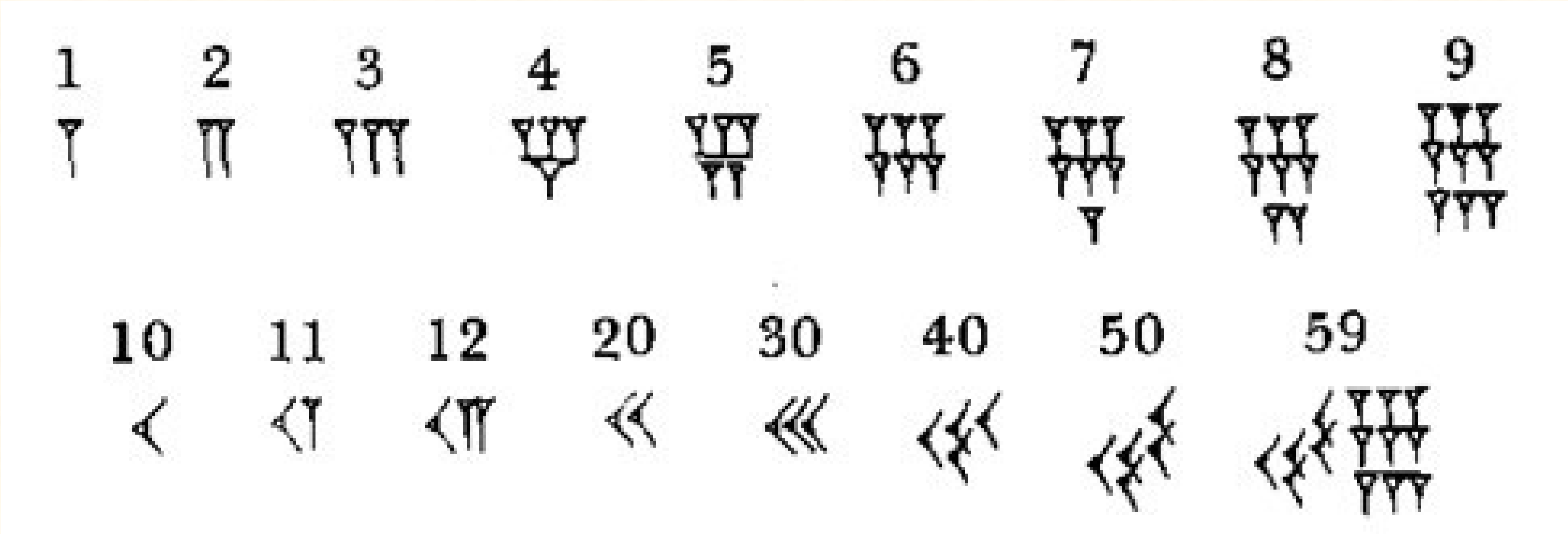
Για τον πάπυρο Rhind, δείτε εδώ και εδώ.

Προπαρασκευαστικά κείμενα

1. Να διαβαστεί μέχρι 18/10/2023: "Counter Culture: Towards a History of Greek Numeracy" Netz 2002.

2. Να διαβαστεί μέχρι 08/10/2023: Høyrup, Jens (1999), Pythagorean "rule" and "theorem"

Ας θυμηθούμε το θεσιακό βαβυλωνιακό αριθμητικό σύστημα



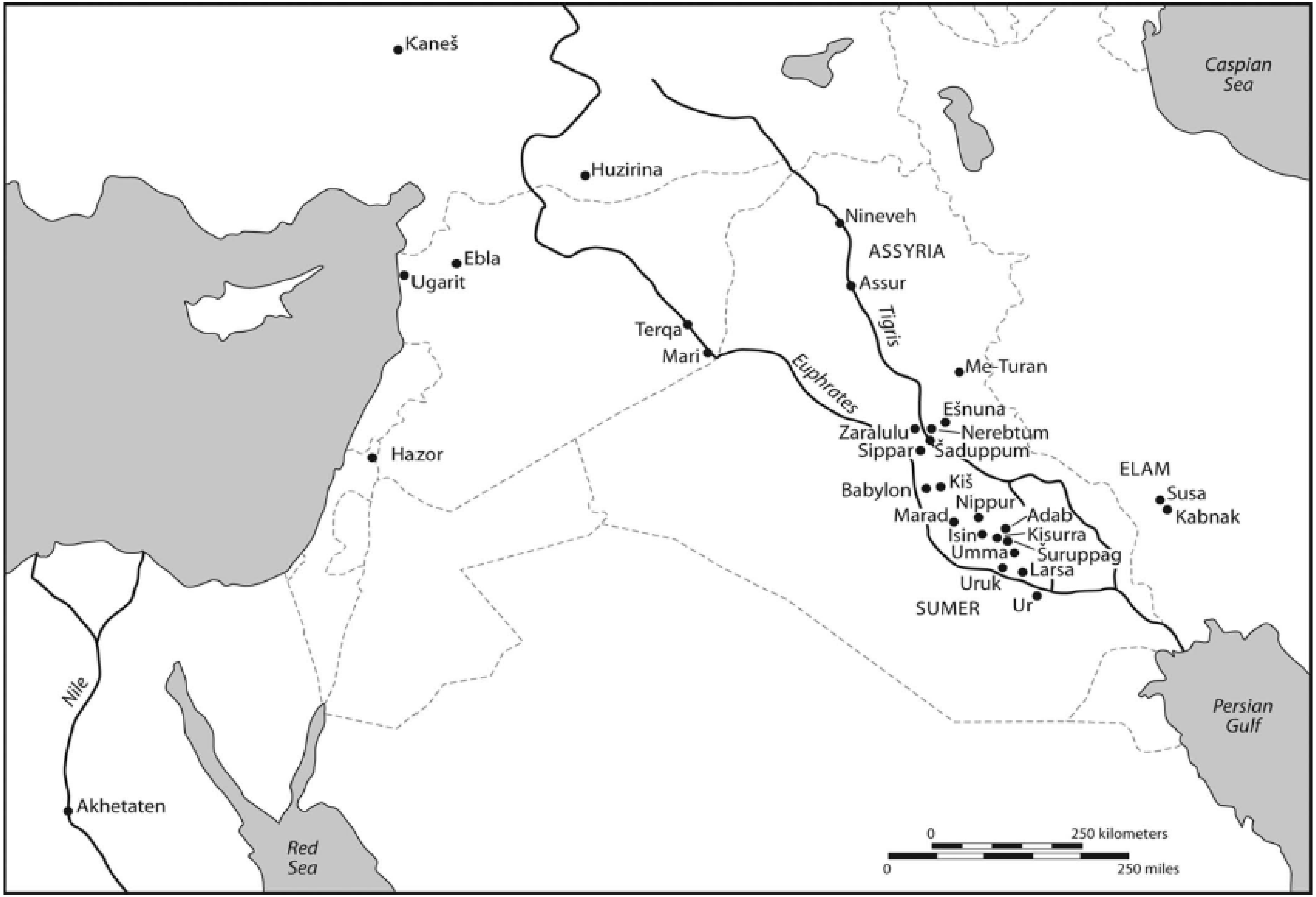


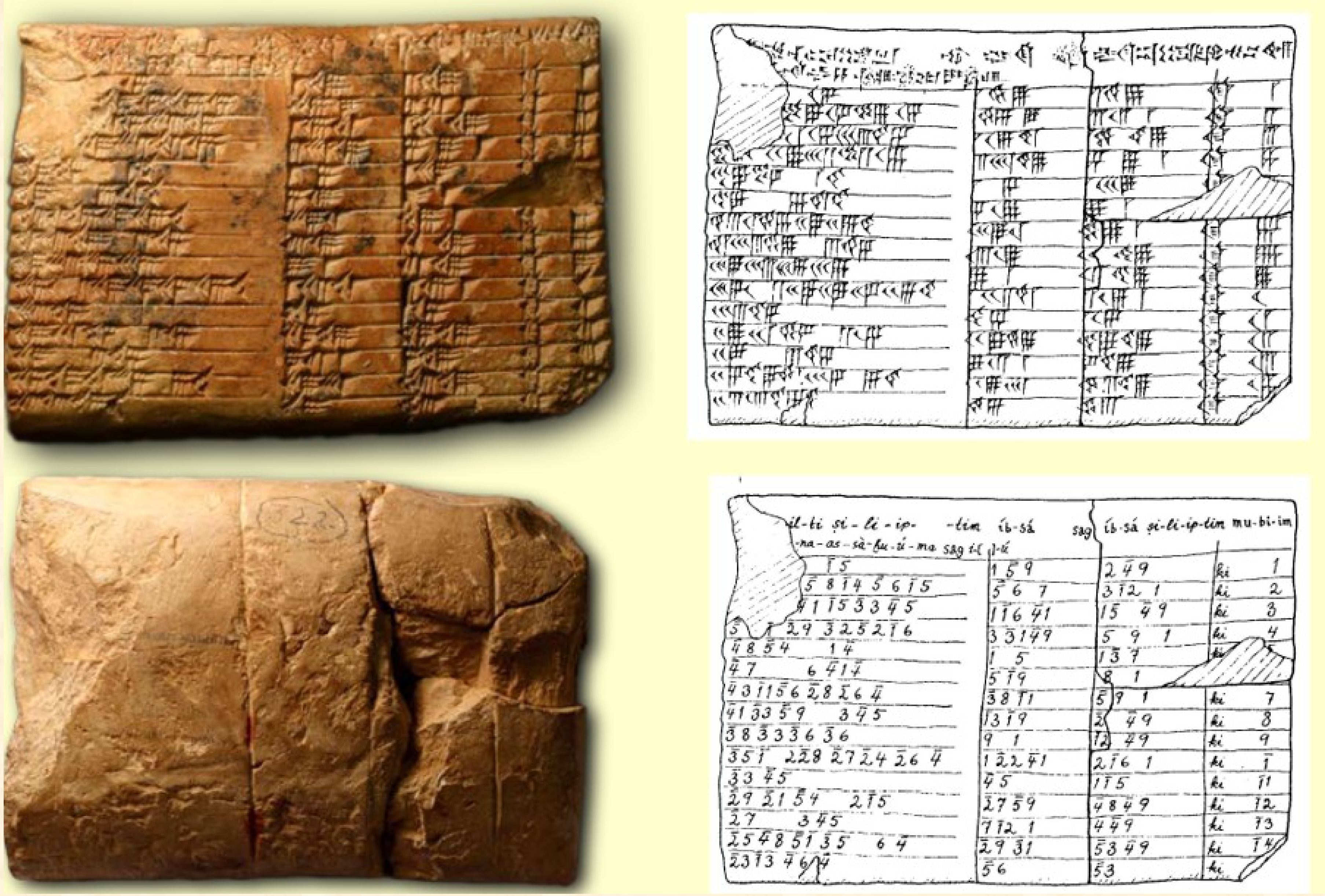
Figure 1.1 Map of the ancient Middle East, showing the major findspots of mathematical cuneiform tablets.

Οι κυριότερες πηγές για τα μαθηματικά στη Μεσοποταμία

Overview of Published Cuneiform Mathematical Tablets, by Period and Genre

Period (Table)	*Metrological Lists and Tables*	*Arithmetical Lists and Tables*	*Calculations and Diagrams*	*Word Problems*	*Reference Lists*	*Model Documents*	*And Non-Mathematical*[a]	*Total*[b]
Uruk IV–III (B.1–2)	3	—	—	9	—	2	—	14
Early Dynastic IIIa–b (B.3–4)	3	—	3	4	—	—	—	10
Sargonic (B.5–6)	1	—	1	19	—	1	—	22
Ur III (B.7)	—	5	—	—	—	3	—	8
Old Babylonian (B.8–11)	76	364	173	127	13	5	99	712
OB Susa (B.17)	1	10	5	20	5	—	—	40
Old Assyrian and Mari (B.12–13)	4	7	11	—	—	—	1	22
Middle Babylonian, Middle Assyrian, and peripheral (B.14–17)	9	4	—	2	3	—	—	18
Neo-Assyrian (B.14)	2	2	—	2	—	—	1	6
Neo-Babylonian and Achaemenid (B.18–20)	39	7	5	5	1	—	35	58
Seleucid (B.20–21)	2	31	2	11	2	—	2	47
Total	140	430	200	199	24	11	138	957

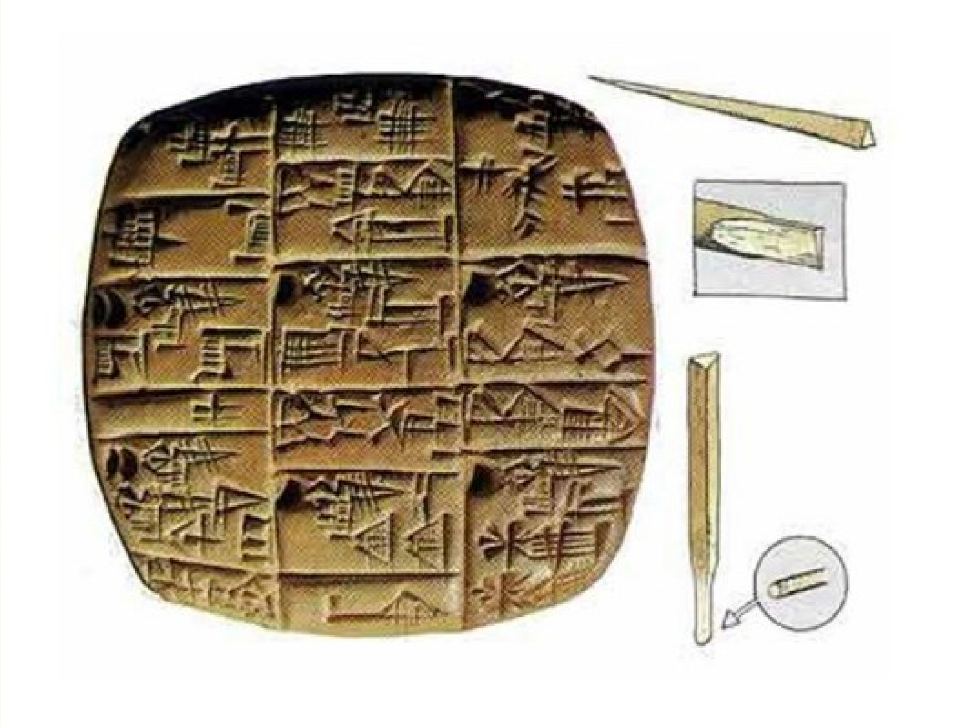
Τι κάνουν οι ιστορικοί μόλις αποκτήσουν πρόσβαση σε μια βαβυλωνιακή πινακίδα με μαθηματικό περιεχόμενο;

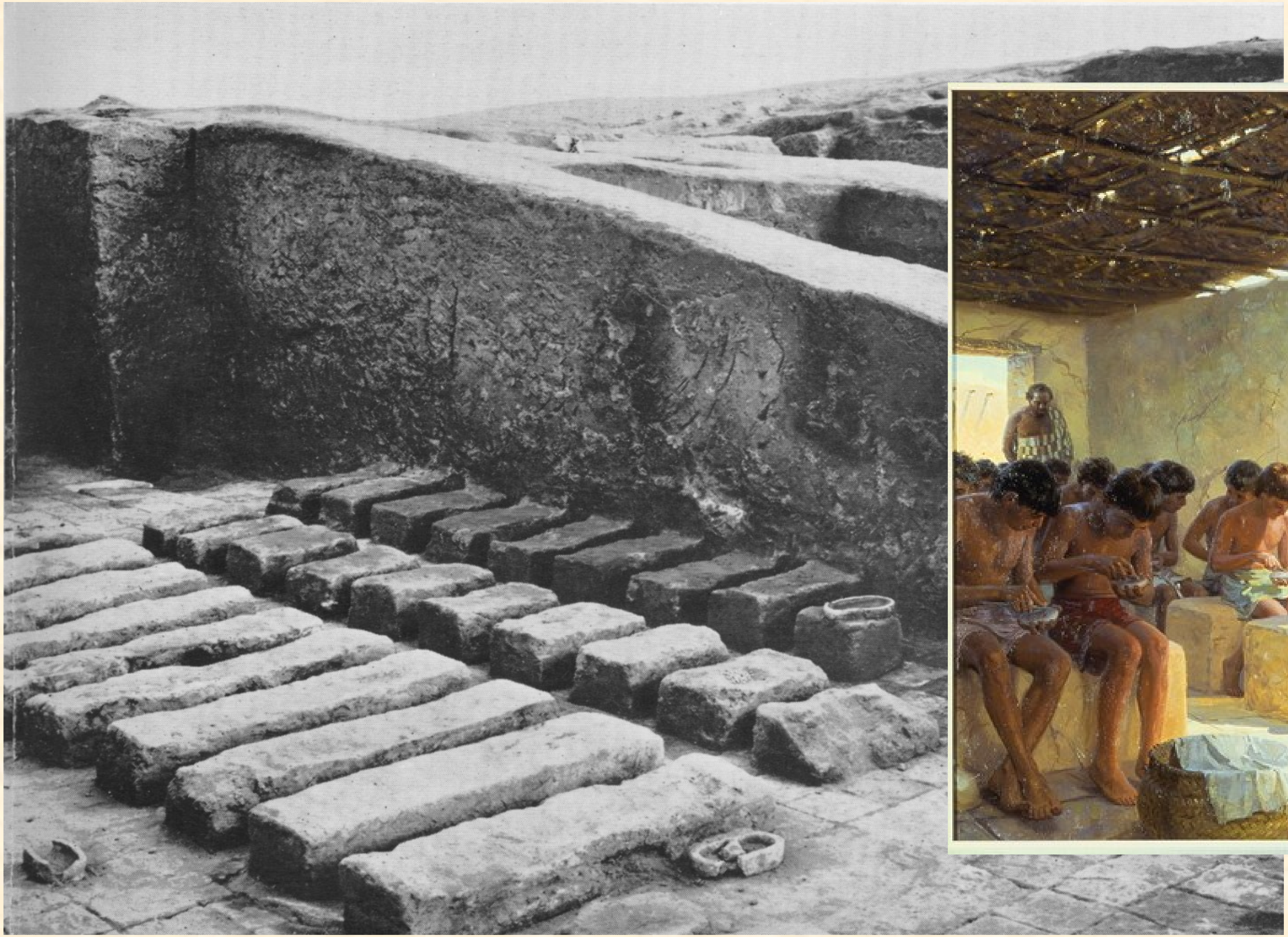
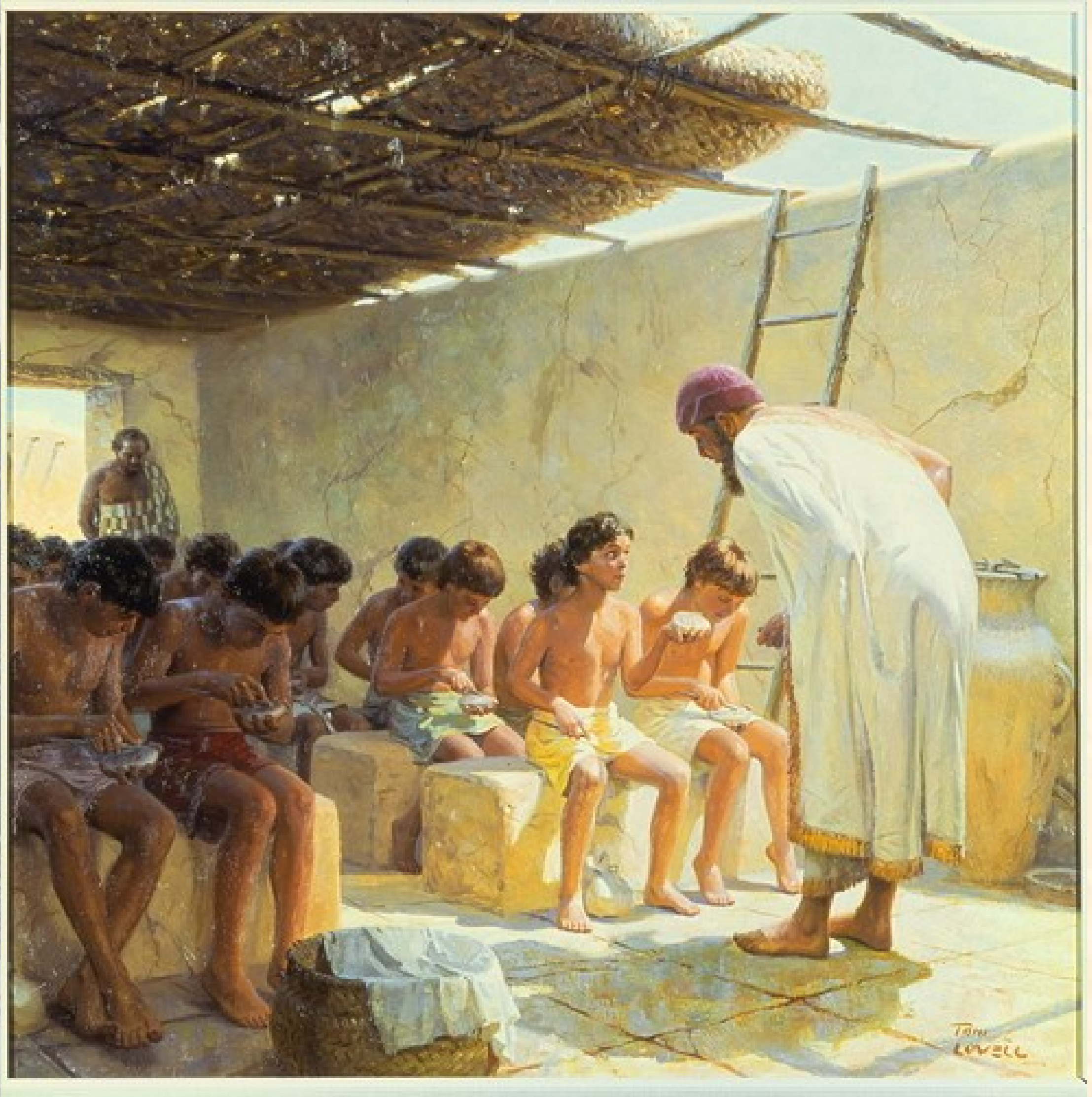


Οι πιο βασικές δημοσιεύσεις βαβυλωνιακών μαθηματικών πινακίδων

- Στα 1935-37 ο **Otto Neugebauer** δημοσίευσε όλα τα ως τότε γνωστά μαθηματικά κείμενα σφηνοειδούς γραφής σε τρεις τόμους, υπό τον τίτλο *Mathematische Keilschrift-Texte* (*MKT*). Η έκδοση περιλαμβάνει φωτογραφίες των πινακίδων, μεταγραφή των κειμένων, γερμανική μετάφραση και πολύτιμο σχολιασμό.
- Το 1938 ο Γάλλος **François Thureau-Dangin** δημοσίευσε ένα βιβλίο υπό τον τίτλο *Textes mathématiques babyloniens*, που περιέχει νέες μεταγραφές και γαλλική μετάφραση μεγάλου μέρους των κειμένων που είχε δημοσιεύσει προηγουμένως ο Neugebauer στα *MKT*, μαζί με νέο σχολιασμό.
- Το 1945 ο **Neugebauer** και ο **A. Sachs** δημοσίευσαν μια δεύτερη συλλογή, με τίτλο *Mathematical Cuneiform Texts* (*MCT*), που περιέχει νέα κείμενα που είχαν ανακαλυφθεί πρόσφατα, καθώς και κάποιες διορθώσεις στα προηγουμένως δημοσιευθέντα.
- Το 1961 ο **E. M. Bruins** και η **M. Rutten** δημοσίευσαν έναν τόμο υπό τον τίτλο *Textes mathématiques de Suse*, που περιέχει φωτογραφίες, μεταγραφή, γαλλική μετάφραση και μαθηματικό σχολιασμό, κειμένων που ανακαλύφθηκαν το 1933 στα Σούσα, παλαιά πρωτεύουσα της Περσικής αυτοκρατορίας.
- Τέλος, η **Eleanor Robson** δημοσίευσε το 1999 τον τόμο *Mesopotamian Mathematics, 2100-1600 B.C.: Technical Constants in Bureaucracy & Education*, ο οποίος περιέχει νέα κείμενα, πολλά από τα οποία είναι διοικητικού περιεχομένου.

Ποιοι ασχολούνται με τα μαθηματικά στη αρχαία Μεσοποταμία;





Tom Lovell

Σχολικές Μέρες & Αταξίες (~2000 π.Χ.)

- Ο διευθυντής διάβασε την πινακίδα μου και μου είπε «κάτι λείπει εδώ», και με έδειρε…μου είπε «γιατί δεν ίσιωσες τα ρούχα σου», και με έδειρε…μου είπε «γιατί μίλησες χωρίς άδεια», και με έδειρε…«γιατί δεν γράφεις καλά», και με έδειρε…και έτσι άρχισα να μισώ την τέχνη του γραφέα.

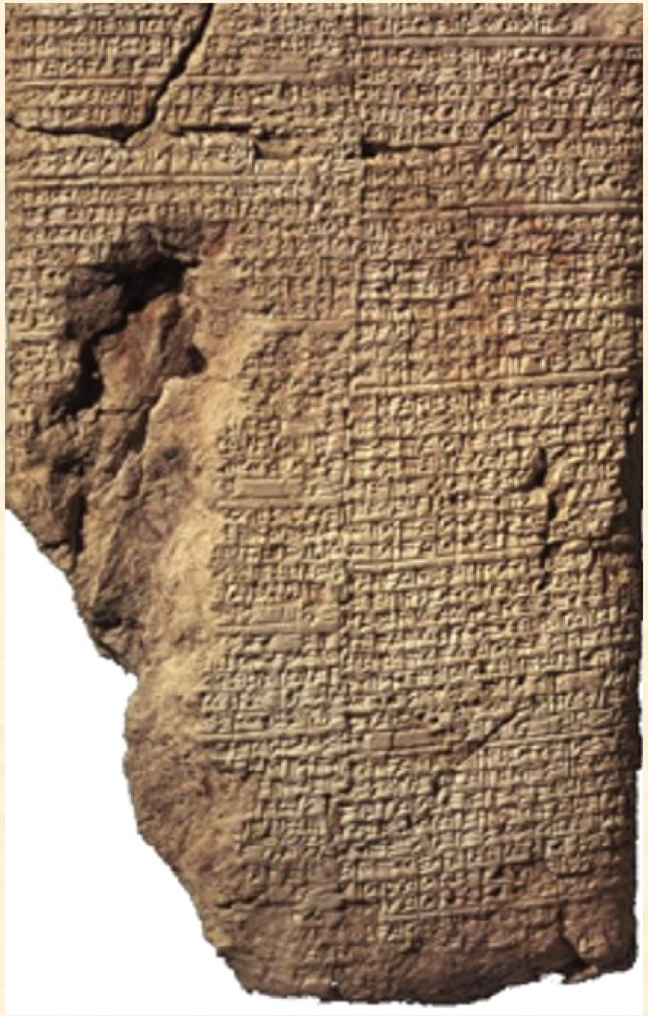
- «Ο γιός μου άνοιξε το χέρι του και εσύ του έβαλες πάνω του τη σοφία. Του έδειξες τα λεπτά σημεία της γραφής. Τον έκανες να δει τις λύσεις των αριθμητικών προβλημάτων…»

- «Όταν γράφεις ένα κείμενο, δεν βγαίνει νόημα. Όταν πας να μοιράσεις ένα υποστατικό είσαι ανάξιος να διαιρέσεις. Όταν κάνεις πολλαπλασιασμό κάνεις ένα σωρό λάθη…Όταν υπολογίζεις επιφάνειες, μπερδεύεις το μήκος με το πλάτος…Τετράγωνα, κύκλους, τρίγωνα, όλα τα μεταχειρίζεσαι χωρίς να καταλαβαίνεις»

Τα μαθηματικά κείμενα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες

Πίνακες

Προβλήματα

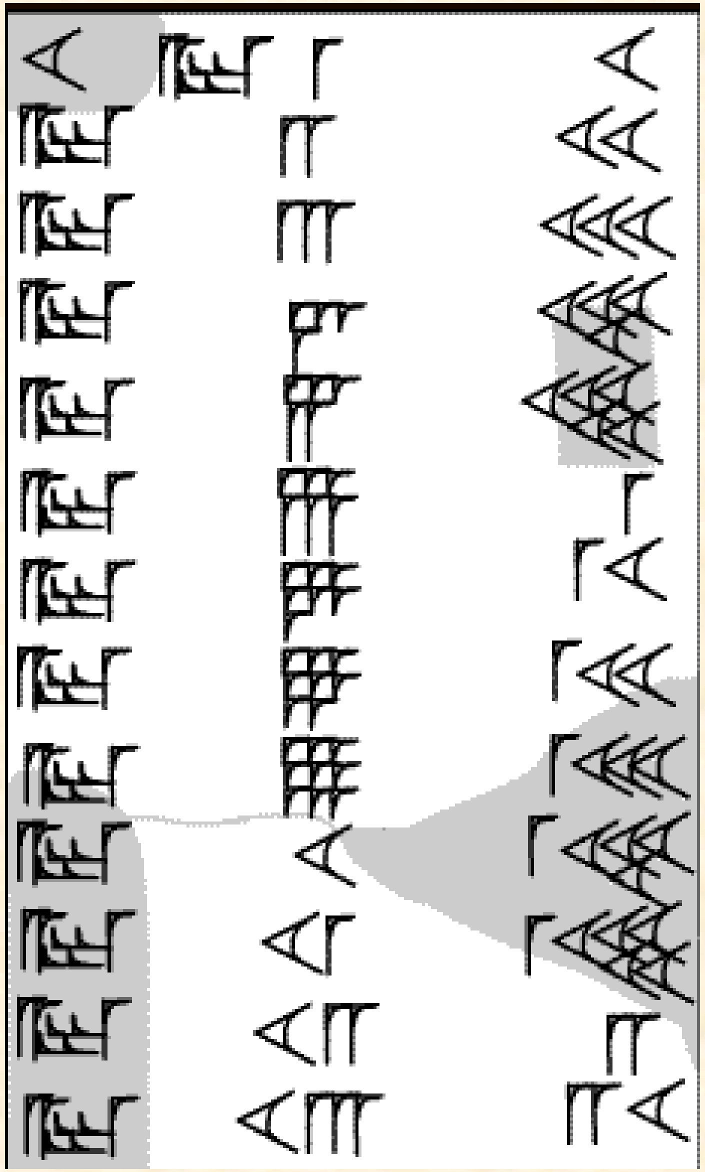


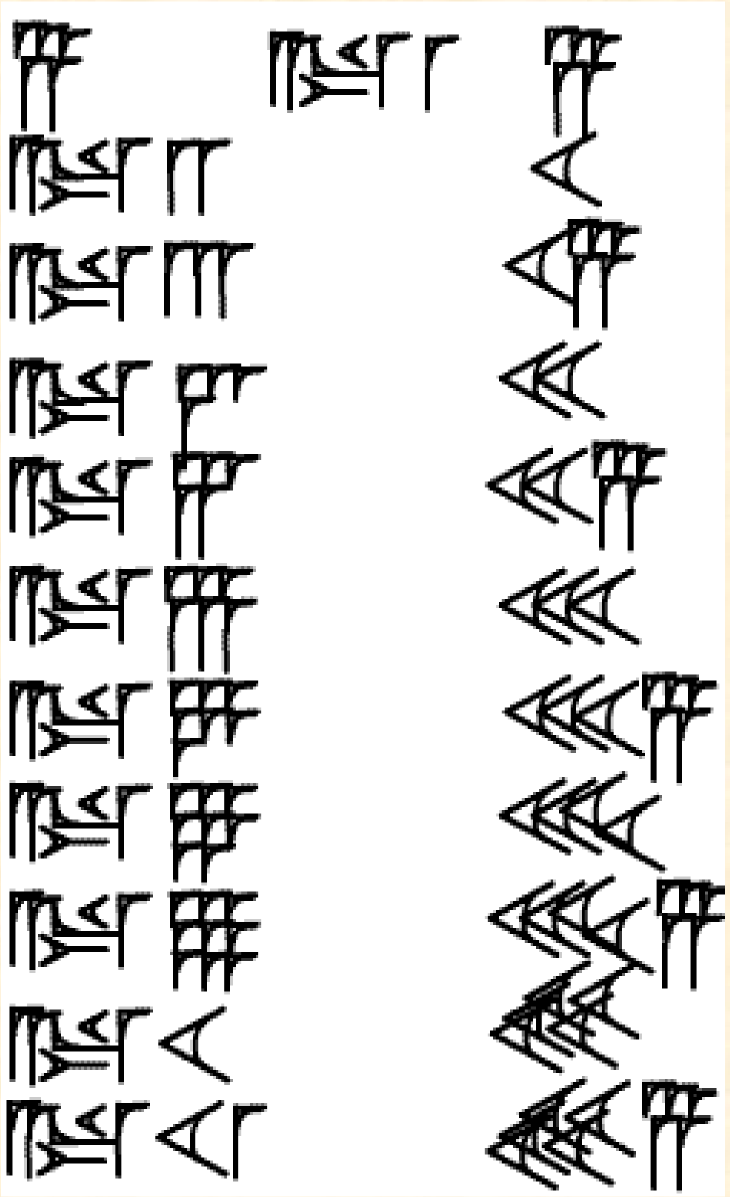
Ας ξεκινήσουμε με τους πίνακες.

Για να διαβάσουμε ένα πίνακα, πρέπει πρώτα να εντοπίσουμε τις λέξεις που παραμένουν σταθερές σε όλες τις γραμμές και τις λέξεις που μεταβάλλονται.

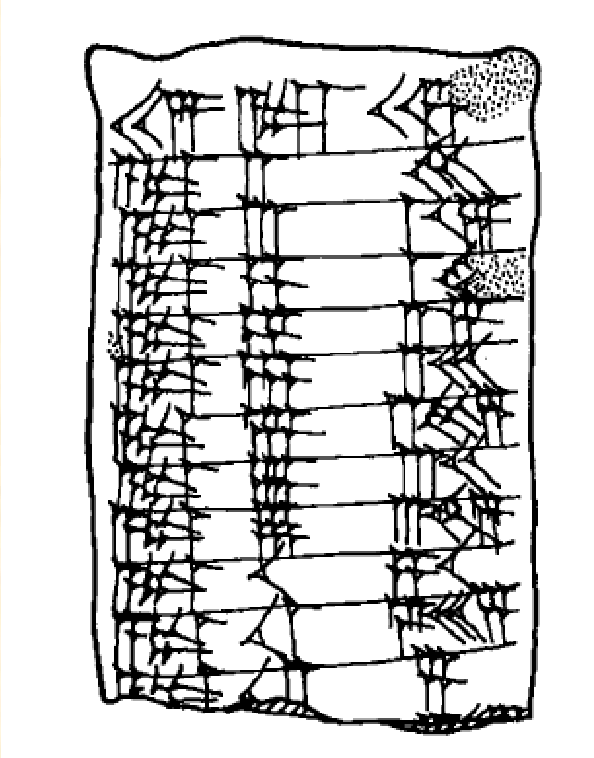
Στη συνέχεια, μεταφράζουμε τους αριθμούς με κάποιον από τους άπειρους δυνατούς τρόπους.

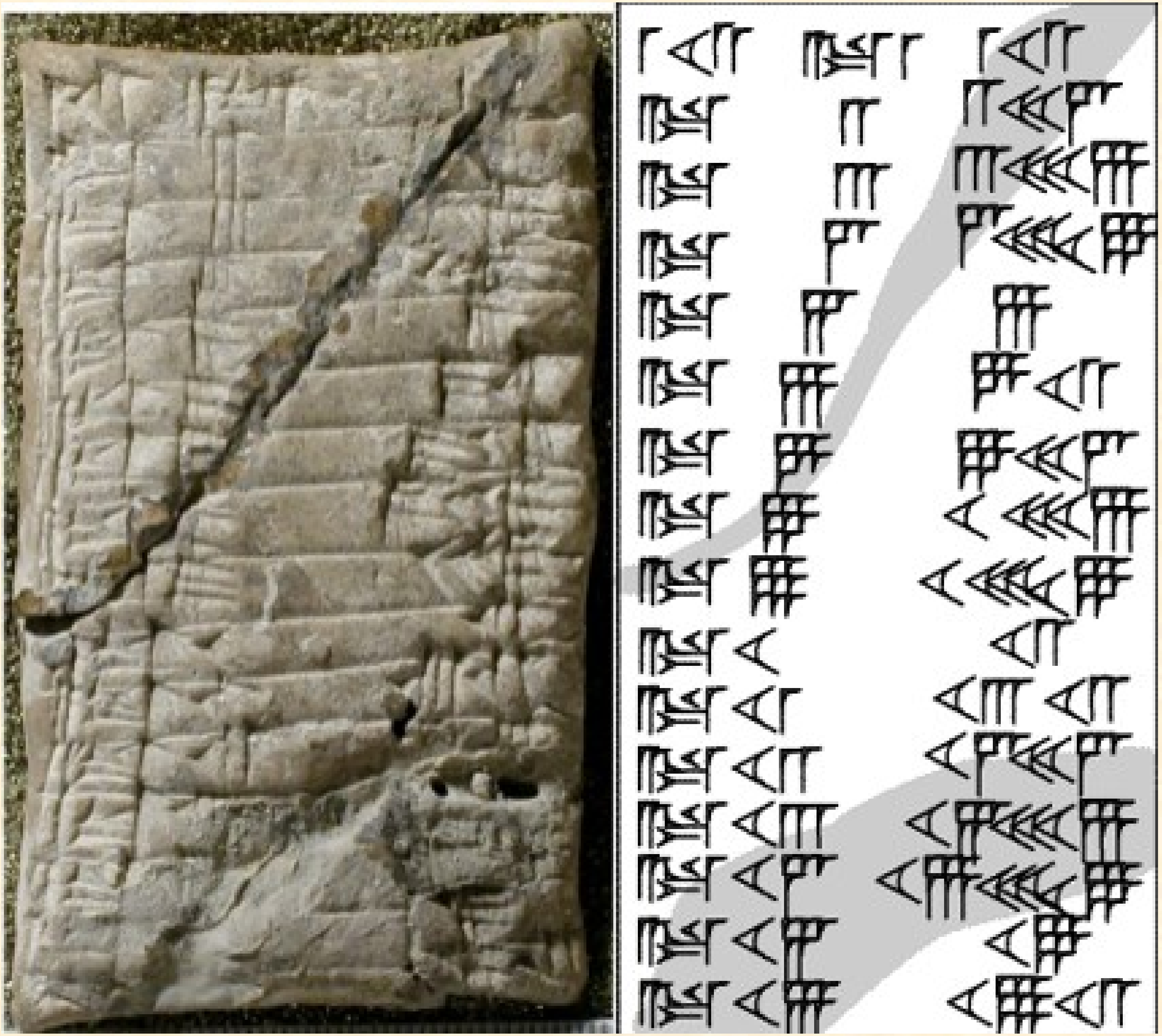
Και, τέλος, διατυπώνουμε υποθέσεις.





Πίνακες πολλαπλασιασμού





Ερώτημα: Γιατί δεν έχουμε βρει καθόλου πίνακες διαιρέσεων;

Πίνακας αντιστρόφων

2	30	16	**3,45**	**45**	**1,20**
3	**20**	**18**	3,20	48	1,15
4	15	20	3	50	1,12
5	12	24	2,30	54	1,6,40
6	10	25	2,24	1	1
8	7,30	27	2,13,20	1,4	56,15
9	6,40	30	2	1,12	50
10	6	32	1,52,30	1,15	48
12	5	36	1,40	1,20	45
15	4	40	1,30	1,21	44,26,40

- Τι δεν περιέχει ο πίνακας;
- Με βάση τον πίνακα, πώς γίνεται, άραγε, η διαίρεση;

Αν θέλουμε να εκτελέσουμε τη διαίρεση 3 διά 8, τότε:

- Πάμε στον πίνακα αντιστρόφων και βρίσκουμε το αντίστροφο του 8, δηλαδή: 1 διά 8.
- Στη συνέχεια, πάμε στον αντίστοιχο πίνακα πολλαπλασιασμού και βρίσκουμε το αποτέλεσμα.

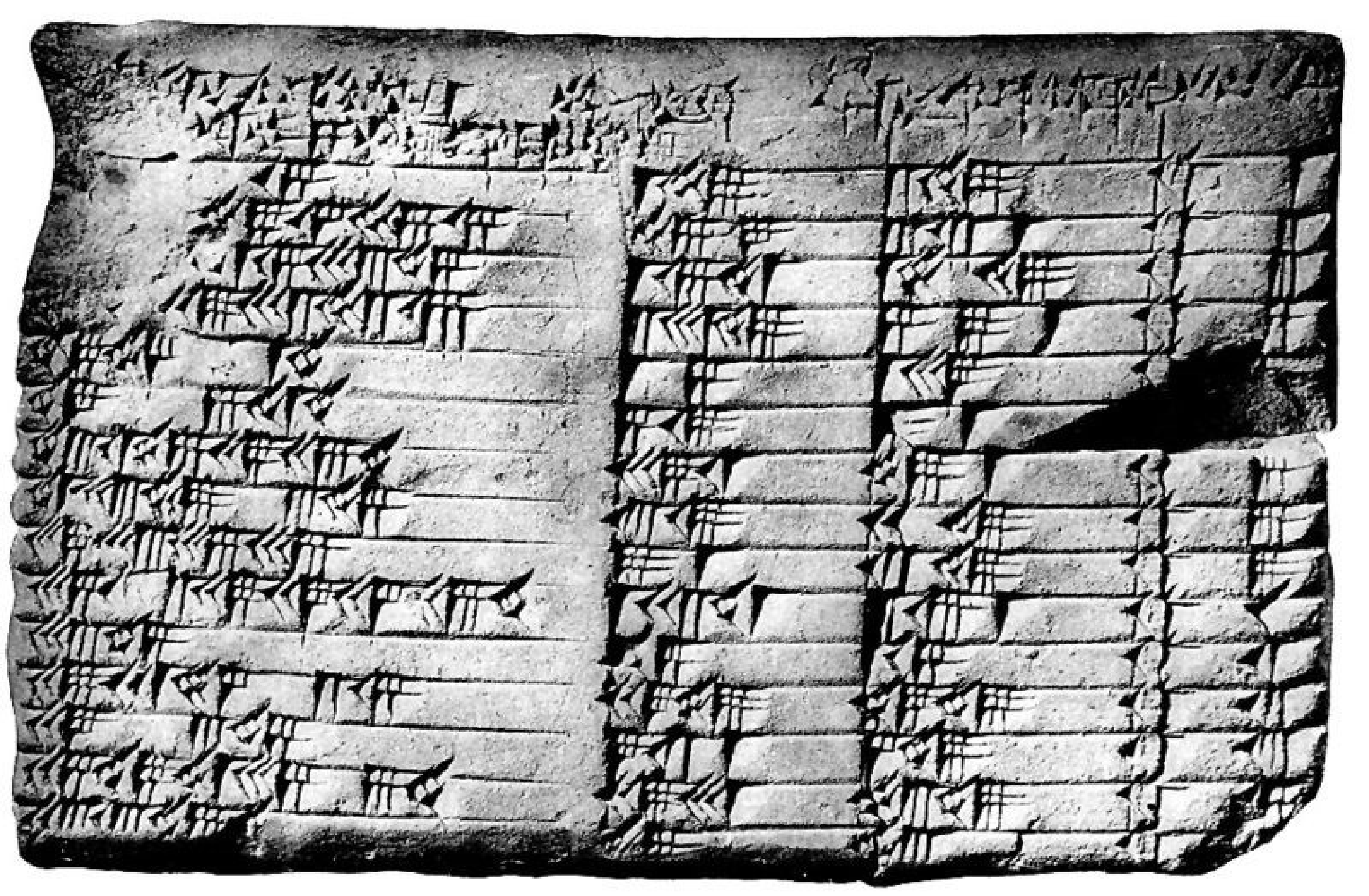
Σημείωση: Όταν οι διαιρέσεις άφηναν υπόλοιπο, συχνά χρησιμοποιούν προσεγγίσεις.

Πίνακας τετραγώνων

1^{η} στήλη		3^{η} στήλη
$40 \cdot 60 + 1$	$= 2401$	49
$41 \cdot 60 + 40$	$= 2500$	50
$43 \cdot 60 + 21$	$= 2601$	51
....		
$56 \cdot 60 + 4$	$= 3364$	58
$58 \cdot 60 + 1$	$= 3481$	59
$1 \cdot 60^2$	$= 3600$	60

$40 \cdot 60 + 1$	$= 2401$	είναι	49	στο τετράγωνο
$41 \cdot 60 + 40$	$= 2500$	είναι	50	στο τετράγωνο
$43 \cdot 60 + 21$	$= 2601$	είναι	51	στο τετράγωνο
....				
$56 \cdot 60 + 4$	$= 3364$	είναι	58	στο τετράγωνο
$58 \cdot 60 + 1$	$= 3481$	είναι	59	στο τετράγωνο
$1 \cdot 60^2$	$= 3600$	είναι	60	στο τετράγωνο.

Η πιο διάσημη πινακίδα: η Plimpton 322

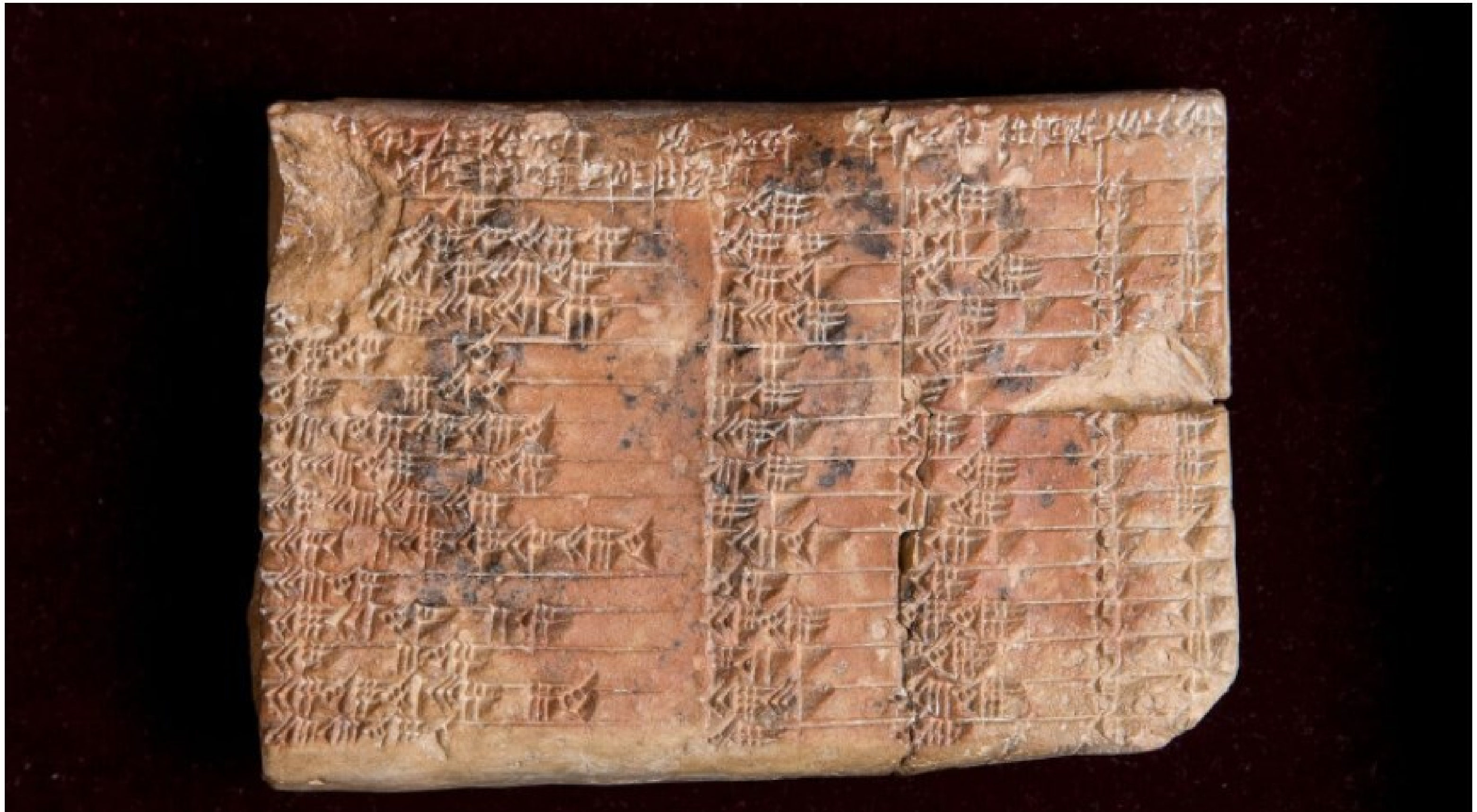


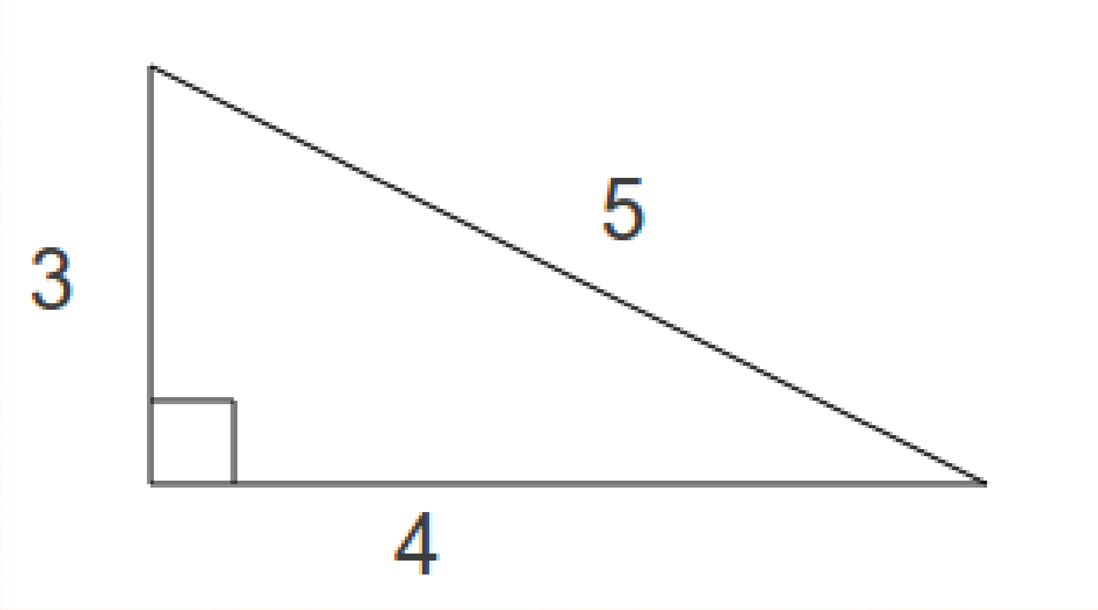
SciNews

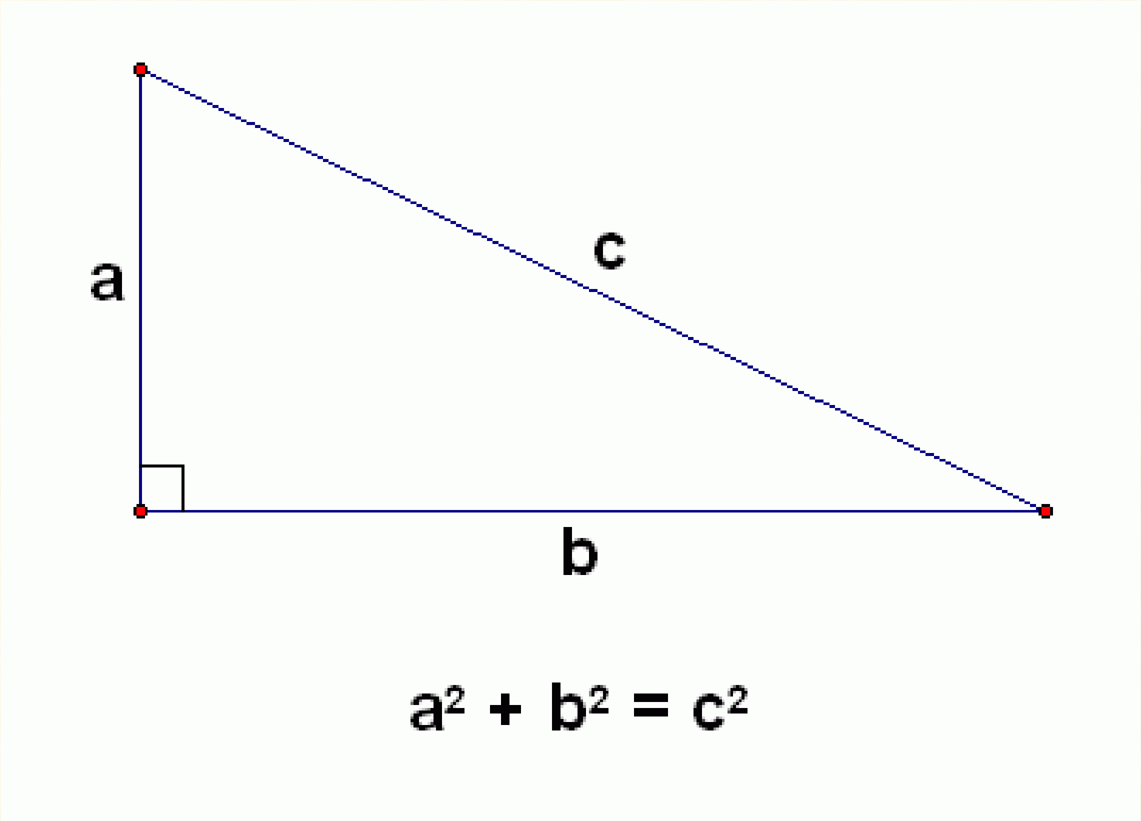
Γρχική Ιατρική-Βιολογία Φυσική - Διάστημα Τεχνολογία Περιβάλλον Σαν Σήμερα Τα νέα της Επιστήμης

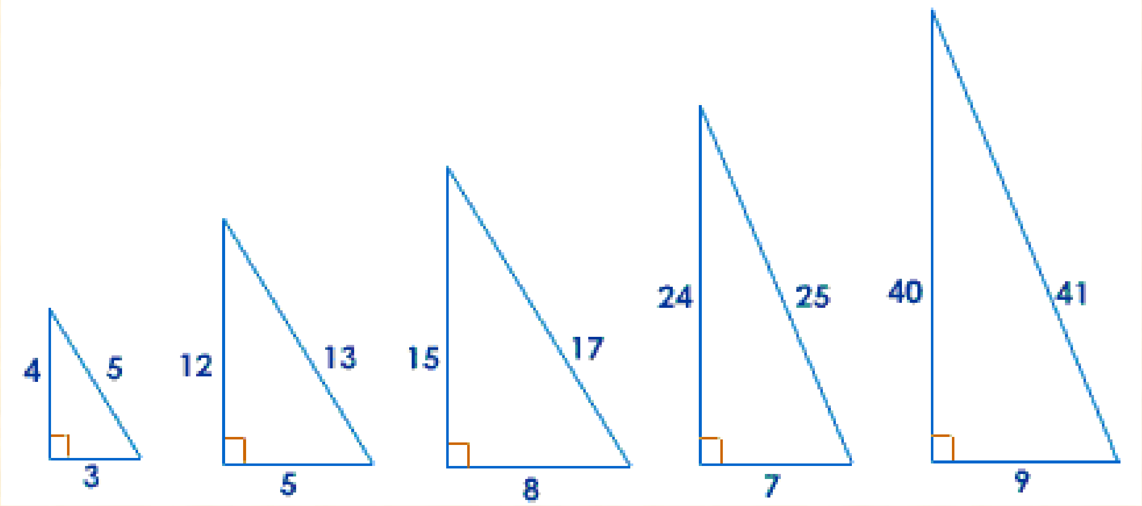
Τα νέα της Επιστήμης 1 month ago

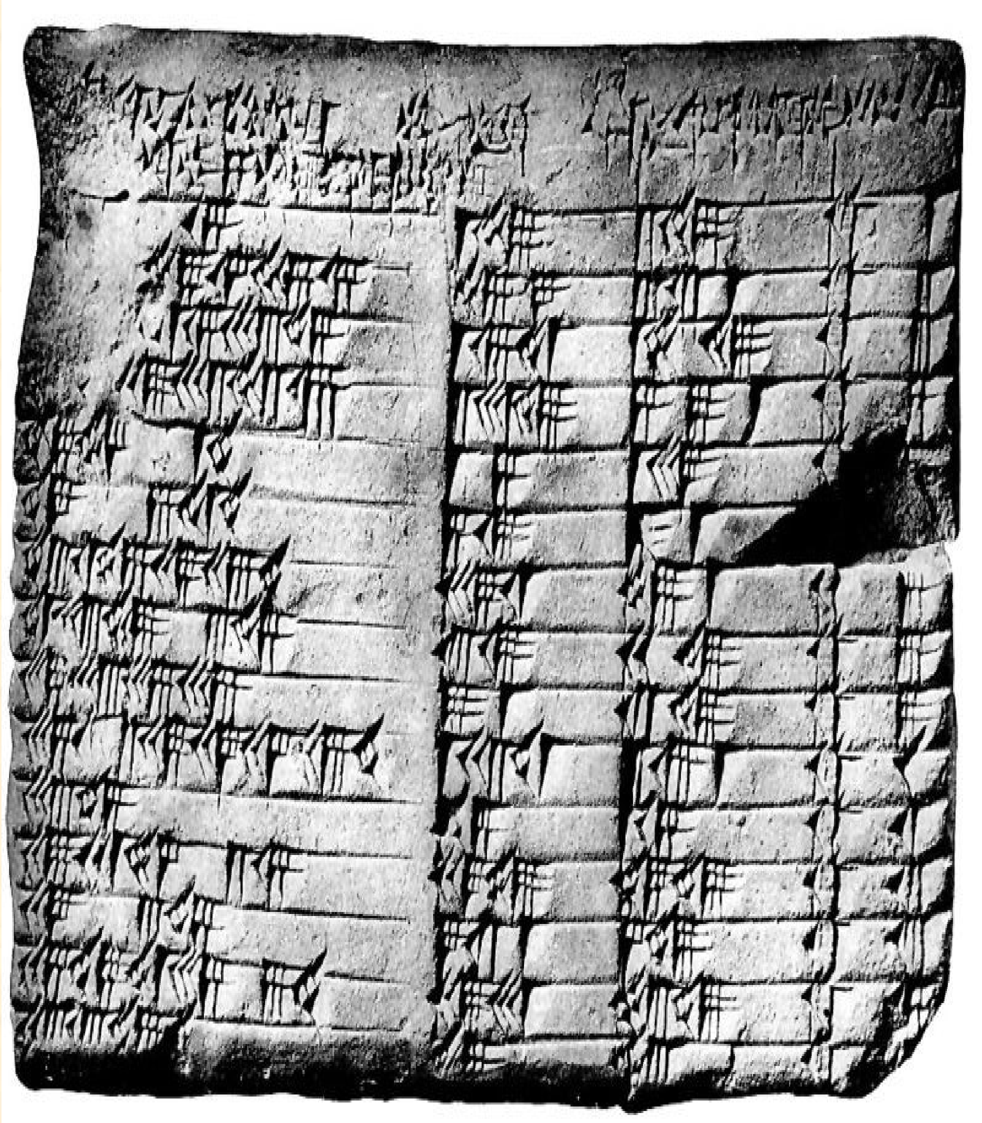
Μία αρχαία ταμπλέτα Βαβυλωνίων ξαναγράφει την ιστορία των μαθηματικών και δείχνει ότι δεν ανέπτυξαν πρώτοι οι Έλληνες την τριγωνομετρία




3
5
4


a
c
b
a² + b² = c²


4
5
3
12
13
5
15
17
8
24
25
7
40
41
9



y	$\left(\frac{x}{y}\right)^2$	x	d	#
120	0.9834028	119	169	1
3456	0.9491586	3367	4825	2
4800	0.9188021	4601	6649	3
13,500	0.8862479	12,709	18,541	4
72	0.8150077	65	97	5
360	0.7851929	319	481	6
2700	0.7199837	2291	3541	7
960	0.6845877	799	1249	8
600	0.6426694	481	769	9
6480	0.5861226	4961	8161	10
60	0.5625	45	75	11
2400	0.4894168	1679	2929	12
240	0.4500174	161	289	13
2700	0.4302388	1771	3229	14
90	0.3871605	56	106	15

y	$\left(\frac{x}{y}\right)^2$	x	d	#
120	0.9834028	119	169	1
3456	0.9491586	3367	4825	2
4800	0.9188021	4601	6649	3
13,500	0.8862479	12,709	18,541	4
72	0.8150077	65	97	5
360	0.7851929	319	481	6
2700	0.7199837	2291	3541	7
960	0.6845877	799	1249	8
600	0.6426694	481	769	9
6480	0.5861226	4961	8161	10
60	0.5625	45	75	11
2400	0.4894168	1679	2929	12
240	0.4500174	161	289	13
2700	0.4302388	1771	3229	14
90	0.3871605	56	106	15

$$120^2 = 14400$$

$$+$$

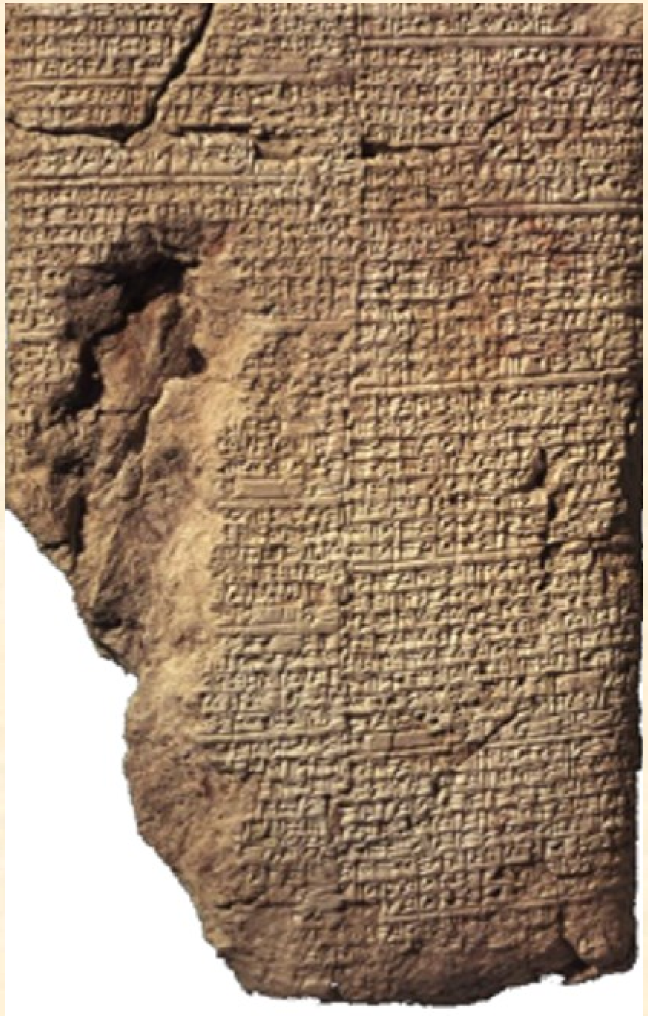
$$119^2 = 14161$$

$$169^2 = 28561$$

The Tākiltum-square of the Diagonal [From Which 1 is] Torn Out, so that the Short Side Comes Up	*Square-side of the Width*	*Square-side of the Diagonal*	*Its Name*
[1 59] 00 15	1 59	2 49	1st
[1 56 56] 58 14 56 (*sic*, for 50 06) 15	56 07	3 12 01 (*sic*, for 1 20 25)	2nd
[1 55 07] 41 15 33 45	1 16 41	1 50 49	3rd
[1] 53 10 29 32 52 16	3 31 49	5 09 01	4th
[1] 48 54 01 40	1 05	1 37	5th
[1] 47 06 41 40	5 19	8 01	6th
[1] 43 11 56 28 26 40	38 11	59 01	7th
[1] 41 33 45 14 3 45	13 19	20 49	8th
[1] 38 33 36 36	9 (*sic*, for 8) 01	12 49	9th
[1] 35 10 02 28 27 24 26 40	1 22 41	2 16 01	10th
[1] 33 45	45	1 15	11th
[1] 29 21 54 2 15	27 59	48 49	12th
[1] 27 00 03 45	7 12 01 (*sic*, for 2 41)	4 49	13th
[1] 25 48 51 35 6 40	29 31	53 49	14th
[1] 23 13 46 40	28	53 (*sic*, for 1 46)	15th

Είδη μαθηματικών κειμένων

Προβλήματα



Προβλήματα με «πέτρες»

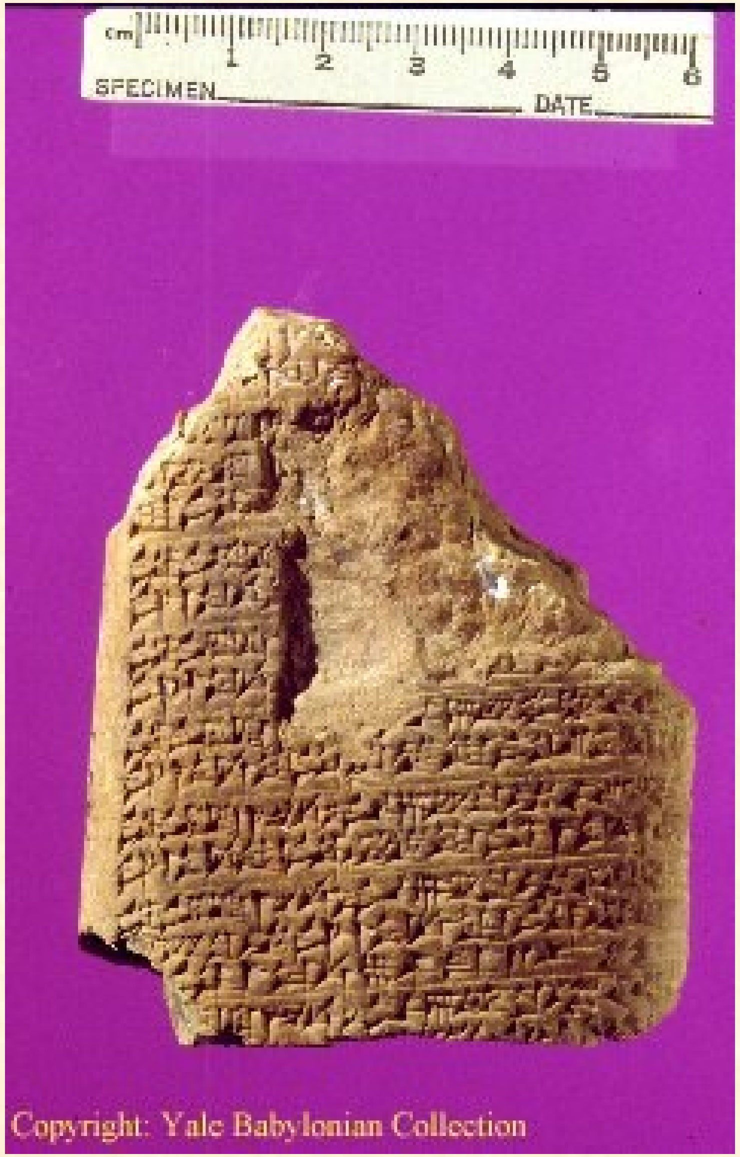
«Βρήκα μια πέτρα αλλά δεν τη ζύγισα. Πρόσθεσα το ένα έβδομό της και σε αυτό το ένα ενδέκατό του. Ζύγισα: 1 mana. Ποιο ήταν το αρχικό βάρος;»

Λύση:

Το νέο βάρος είναι το αρχικό και το 1/7 του. Τότε το νέο βάρος μαζί με το 1/11 του κάνουν 1 mana (= 60 gin).

Άρα το νέο βάρος είναι (60*11)/12 = 55 gin.

Επομένως το παλιό βάρος είναι (55*7)/8 = 48 1/8 gin.



Προβλήματα με «κανάλια»

«Θέλω να διανοίξω ένα κανάλι μήκους 5 su, πλάτους 3 kus, και βάθους 3 kus. Κάθε εργάτης μπορεί να διανοίγει την ημέρα συνολικό όγκο 10 gin. Αν το ημερομίσθιό του είναι 6 se ασήμι, να βρεθεί η επιφάνεια που θα καταλάβει το κανάλι από το έδαφος, ο όγκος του, ο αριθμός των εργατών που χρειάζονται για να ολοκληρωθεί το έργο σε μια ημέρα και το συνολικό κόστος.»

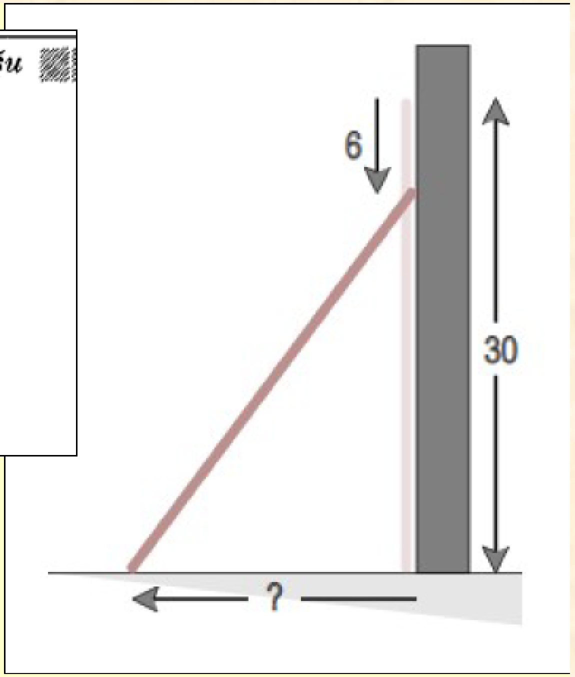
Λύση: (δίνονται μόνο οι απαντήσεις)

Προβλήματα με «σπόρους»

Ένα χωράφι παράγει 2/3 «κιλού σπόρων» ανά «μονάδα εμβαδού» ενώ το άλλο χωράφι παράγει 1/2 «κιλό σπόρων» ανά «μονάδα εμβαδού». Τα εμβαδά των δύο χωραφιών είναι 1800. Κάποια χρονιά το πρώτο χωράφι παρήγαγε 500 κιλά περισσότερους σπό- ρους από το άλλο. Ποια είναι τα εμβαδά?

Προβλήματα με «δοκούς»

9 7 gišpa-lu-um 30 gi i-na i[…]-bi-šu
8 e-li-nu 6 ur-dam i-na ša-a[p-la-n]u-[um en-nam is-sí-a-am]
9 za-e 30 KIL-KIL 15 ta-mar 6 i-n[a] 30 ba-[zi 24 ta-mar]
10 24 KIL-KIL 9,36 ta-mar 9,36 i-na [15 ba-zi]
11 5,24 ta-mar 5,24 en-nam [íb-si₈] [18 íb-si₈ 18]
12 i-na qá-qá-ri is-sí-a-am šum-ma 18 i-n[a qá-]qá-ri-im
13 e-li-nu-um en-nam ur-dam 18 KIL-KIL 5,24 ta-mar
14 5,24 i-na 15 ba-zi 9,36 ta-mar 9,36
15 en-nam íb-si₈ 24 íb-si₈ 24 i-na 30 ba-zi
16 6 ta-mar ur-dam ki-a-am ne-pé-šum



Πρόβλημα 9

Δοκός. 0;30 (ένα καλάμι). …
Επάνω, κατέβηκε 0;6, κάτω, πόσο απομακρύνθηκε;
Εσύ. Τετραγώνισε [το] 0;30: Δες, 0;15. Αφαίρεσε 0;6 από 0;30: Δες, 0;24.
Τετραγώνισε [το] 0;24: Δες, 0;9,36. Αφαίρεσε 0;9,36 από 0;15: Δες,
0;5,24. Ποια είναι η τετραγωνική ρίζα του 0;5,24; 0;18 είναι η τετραγωνική ρίζα. 0;18
απομακρύνθηκε στο έδαφος. Εάν (απομακρύνθηκε) 0;18 στο έδαφος
επάνω, πόσο κατέβηκε; Τετραγώνισε [το] 0;18: Δες, 0;5,24.
Αφαίρεσε 0;5,24 από 0;15: Δες, 0;9,36. Του 0;9,36 ποια είναι
η τετραγωνική ρίζα; 0;24 είναι η τετραγωνική ρίζα. Αφαίρεσε 0;24 από 0;30:
Δες, 0;6 κατέβηκε. Αυτή είναι η διαδικασία.

Γνωρίζουν οι Βαβυλώνιοι το Πυθαγόρειο θεώρημα;

Το πρόβλημα αρχίζει αναφέροντας την κατηγορία στην οποία ανήκει. Πρόκειται για την κατηγορία «Δοκός», δηλαδή «Δοκός κεκλιμένος σε τοίχο». Το υπόλοιπο μέρος της πρώτης αράδας είναι κατεστραμμένο, επομένως ο τοίχος δεν αναφέρεται πουθενά στο σωζόμενο κείμενο, είναι βέβαιο όμως ότι πρόκειται για πρόβλημα αυτής της κατηγορίας. Ο δοκός έχει μήκος 0;30 (nindan), τιμή της οποίας το απόλυτο μέγεθος πρέπει να ληφθεί $0 \cdot 60^0 + 30 \cdot 60^{-1}$, δηλαδή μισό nindan, ήτοι περίπου 3 μέτρα.

Η διαδικασία επίλυσης είναι αλγοριθμική. Περιλαμβάνει διαδοχικά βήματα, το καθένα από τα οποία είναι ένας απλός υπολογισμός, που χρησιμοποιεί το αποτέλεσμα του προηγούμενου βήματος. Στο τέλος κάθε βήματος αναφέρεται το αποτέλεσμα του αντίστοιχου υπολογισμού. Τα βήματα και οι αντίστοιχοι υπολογισμοί είναι οι εξής:

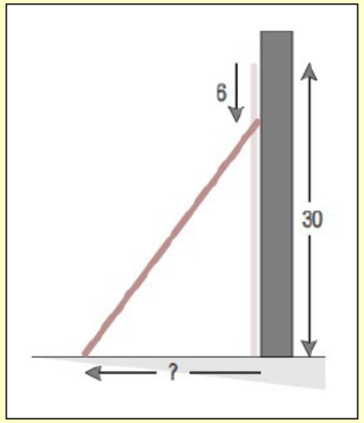
Βήμα 1: $0;30 \cdot 0;30 \to 0;15$

Βήμα 2: $0;30 - 0;6 \to 0;24$

Βήμα 3: $0;24 \cdot 0;24 \to 0;9{,}36$

Βήμα 4: $0;15 - 0;9{,}36 \to 0;5{,}24$

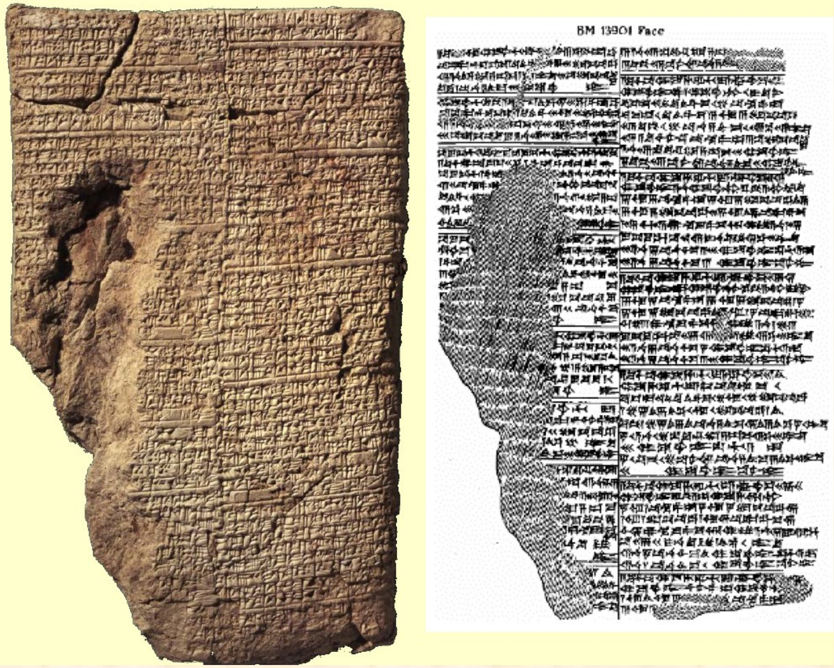
Βήμα 5: $\sqrt{0;5{,}24} \to 0;18$



BM 85196, No. 9

	Υπολογισμός
Βήμα 1	Τετραγωνίζεις [το] 0;30: αποτέλεσμα 0;15
Βήμα 2	Αφαιρείς 0;6 από 0;30: αποτέλεσμα 0;24
Βήμα 3	Τετραγωνίζεις [το] 0;24: αποτέλεσμα 0;9,36
Βήμα 4	Αφαιρείς 0;9,36 από 0;15: αποτέλεσμα 0;5,24
Βήμα 5	Βρίσκεις την τετραγωνική ρίζα του 0;5,24: αποτέλεσμα 0;18

Τι αναφέρει η θεωρία περί «βαβυλωνιακής άλγεβρας»;



Η βαβυλωνιακή πινακίδα BM 13901

Το κείμενο

1.	a.šà$^{l[am]}$ *ù mi-it-ḫar-ti ak-m[ur-m]a* 45.e 1 *wa-ṣi-tam*
2.	*ta-ša-ka-an ba-ma-at* 1 *te-ḫe-pe* [3]0 *ù* 30 *tu-uš-ta-kal*
3.	15 *a-na* 45 *tu-ṣa-ab-ma* 1-⌊e] 1 íb.si$_8$ 30 *ša tu-uš-ta-ki-lu*
4.	*lìb-ba* 1 *ta-na-sà-aḫ-ma* 30 *mi-it-ḫar-tum*

Ελεύθερη μετάφραση (πρόβλημα 1)

Πρόσθεσα την επιφάνεια και την πλευρά του τετραγώνου μου και ήταν 0;45. <Πόση είναι η πλευρά;>
Εσύ. Θέσε 1, την προεξοχή. Αφαίρεσε (από το 1) το μισό του 1. (Δες, 0;30.) Πολλαπλασίασε το 0;30 με το 0;30. (Δες, 0;15.) Πρόσθεσε 0;15 και 0;45. (Δες, 1.) 1 είναι το τετράγωνο του 1. Αφαίρεσε το 0;30 που πολλαπλασίασες από το 1. Η πλευρά του τετραγώνου είναι 0;30.

Ζητείται να βρεθεί η πλευρά ενός τετραγώνου, όταν γνωρίζουμε ότι το άθροισμα του εμβαδού του τετραγώνου και μιας πλευράς του ισούται με 0;45. [Ο αριθμός 0;45 είναι στο εξηκονταδικό σύστημα ένας διψήφιος αριθμός. Στην προκειμένη περίπτωση αντιστοιχεί στον αριθμό $0 \cdot 60^0 + 45 \cdot 60^{-1}$, δηλ. στον αριθμό ¾.] Η επιλυτική διαδικασία εκτυλίσσεται σε έξι βήματα και οι υπολογισμοί είναι οι εξής:

0	Θέσε 1	$1;0$
1	Το μισό του 1	$1;0 \div 2 \rightarrow 0;30$
2	Αφαίρεσε από το 1 το μισό του	$1 - 0;30 \rightarrow 0;30$
3	Πολλαπλασίασε 0;30 με 0;30	$0;30 \times 0;30 \rightarrow 0;15$
4	Πρόσθεσε 0;15 και 0;45	$0;15 + 0;45 \rightarrow 1;0$
5	Βρες τη ρίζα του $1;0$	$\sqrt{1;0} \rightarrow 1;0$
6	Αφαίρεσε 0;30 από $1;0$	$1;0 - 0;30 \rightarrow 0;30$

Οι δύο προτεινόμενες ερμηνείες

Η συνήθης ερμηνεία είναι η αλγεβρική. Σύμφωνα με αυτή, το πρόβλημα περιγράφει τη δευτεροβάθμια εξίσωση $x^2 + x = \frac{3}{4}$. Ο αλγόριθμος της λύσης περιγράφει τις πράξεις για την εύρεση της (θετικής) ρίζας αυτής της εξίσωσης σύμφωνα με τον γνωστό τύπο

$x = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}} - \frac{1}{2}$, δλδ $x = \sqrt{(0;30)^2 + 0;45} - 0;30$.

Ήτοι: [0] Παίρνουμε τον συντελεστή του x: 1 (δλδ 1; 0)

[1] $1;0 \div 2 \rightarrow 0;30$

[2] $1;0 - 0;30 \rightarrow 0;30$

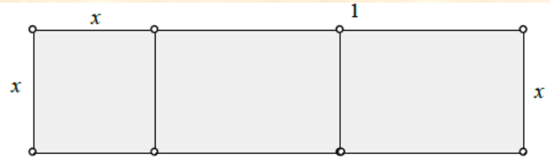
[3] $0;30 \times 0;30 \rightarrow 0;15$

[4] $0;45 + 0;15 \rightarrow 1;0$

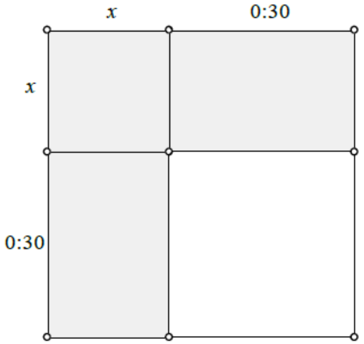
[5] $\sqrt{1;0} \rightarrow 1;0$

[6] $1;0 - 0;30 \rightarrow 0;30$

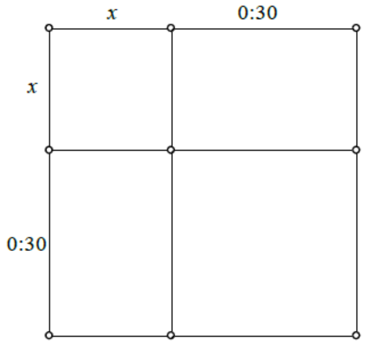
Με σύγχρονη γλώσσα: Η εξίσωση είναι $x^2 + bx = c$ ($b = 1;0, c = 0;45$). Οι ρίζες είναι $\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$. Στην προκειμένη περίπτωση η θετική ρίζα είναι $\sqrt{(0;30)^2 + 0;45} - 0;30$, και για να την υπολογίσουμε πρέπει να κάνουμε ακριβώς τις πράξεις που περιγράφονται στον παραπάνω αλγόριθμο.



Το τετράγωνο x^2 και το ορθογώνιο $1x$ έχουν άθροισμα 0:45, δηλ. $x^2 + 1x = 0{:}45$



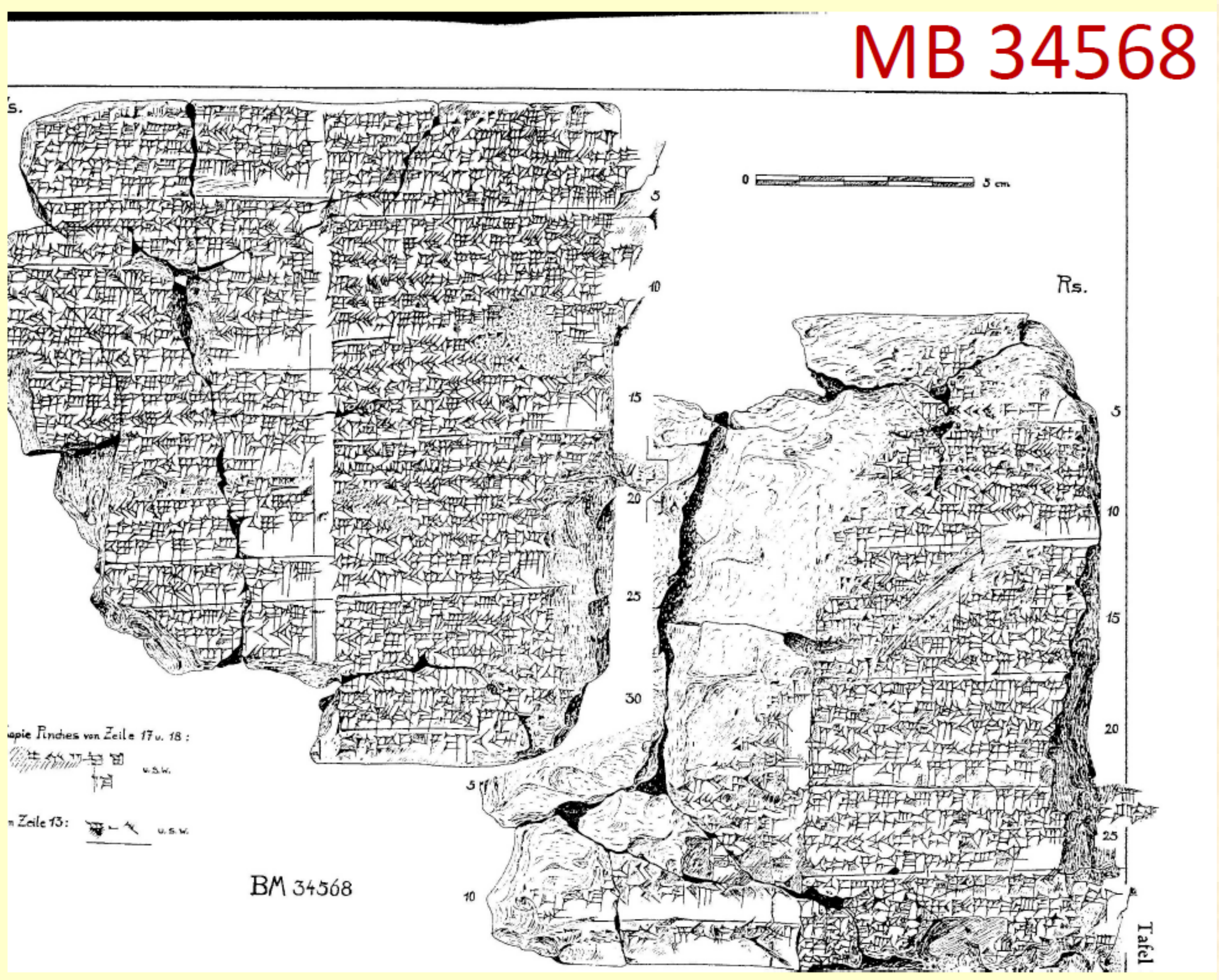
Αποσπούμε το μισό της προεξοχής 1, δηλαδή χωρίζουμε το ορθογώνιο $1x$ σε δύο ίσα ορθογώνια $0{:}30x$ και $0{:}30x$, και τοποθετούμε τα δύο αυτά ορθογώνια το ένα δεξιά του τετραγώνου x^2 και το άλλο από κάτω.
Συμπληρώνουμε το μεγάλο τετράγωνο.
Το γραμμοσκιασμένο μέρος του τετραγώνου είναι 0:45. Το λευκό τετράγωνο στο κάτω δεξιό μέρος είναι $0{:}30 \times 0{:}30 = 0{:}15$. Ολόκληρο το τετράγωνο είναι $0{:}45 + 0{:}14 = 1$



Η πλευρά του τετραγώνου 1 είναι $\sqrt{1} = 1$.
Άρα, αφαιρώντας από την πλευρά 1 το τμήμα 0:30 θα βρούμε το $x = 1 - 0{:}30 = 0{:}30$.

Πινακίδα BM 34568, πρόβλημα 9

Πινακίδα του Βρετανικού Μουσείου. Χρονολογείται στην περίοδο των Σελευκιδών, ήτοι στον 3ο π.Χ. αιώνα. Δημοσιεύτηκε από τον Otto Neugebauer στον τρίτο τόμο του ΜΚΤ. Μελετήθηκε επίσης από τον Jens Høyrup («Algebra and Naive Geometry. An Investigation of Some Basic Aspects of Old Babylonian Mathematical Thought I», *Altorientalische Forschungen* 17.1 (1990), 27–69).



Μήκος και πλάτος μαζί κάνουν 14, η επιφάνεια είναι 48.	$x + y = 14, xy = 48$
Τα μεγέθη δεν είναι γνωστά.	$?x, ?y$
14 φορές το 14, (κάνει) 3,16.	$14 \cdot 14 = 196$
48 φορές το 4, (κάνει) 3,12.	$48 \cdot 4 = 192$
Αφαίρεσε το 3,12 από το 3,16, απομένει 4.	$196 - 192 = 4$
Πόσο φορές πόσο κάνει 4; 2 φορές το 2, κάνει 4.	$2 \cdot 2 = 4$
Αφαίρεσε το 2 από το 14, το υπόλοιπο είναι 12.	$14 - 2 = 12$
12 φορές το 0,30, (κάνει) 6. 6 είναι το πλάτος.	$12 \div 2 = 6,\ y = 6$
Στο 2 πρόσθεσε 6, γίνεται 8. 8 είναι το μήκος.	$2 + 6 = 8, x = 8$

Ισχυρή αλγεβρική ερμηνεία

Το κείμενο περιγράφει την επίλυση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης $t^2 + 14t + 48 = 0$.

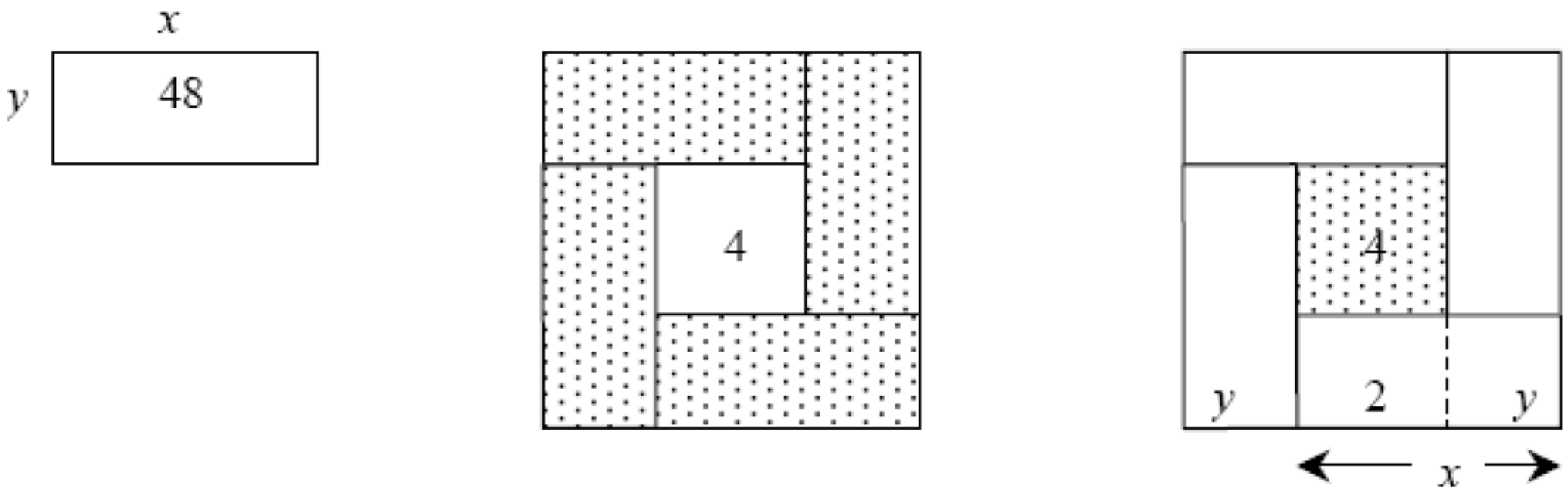
Πράγματι:

$$t = \frac{14 - \sqrt{14^2 - 4 \cdot 48}}{2}.$$

Στις πράξεις που περιέχει ο τύπος περιγράφονται οι πράξεις που αναφέρονται στο κείμενο.

Αν ερμηνεύσουμε αλγεβρικά τον αλγόριθμο, το πρόβλημα συνίσταται στην επίλυση του συστήματος $x + y = 14$, $xy = 48$. Έχοντας υπ' όψιν την ταυτότητα $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$, κάνουμε διαδοχικά τους ακόλουθους υπολογισμούς: $14^2 = 3{:}16 = 196$, $4 \times 48 = 3{:}12 = 192$, $14^2 - 4 \times 48 = 3{:}16 - 3{:}12 = 4$, $\sqrt{14^2 - 4 \times 48} = \sqrt{4} = 2$, δηλαδή $x - y = 2$. Έχοντας, τώρα, $x + y = 14$ και $x - y = 2$, προκύπτει $2y = 14 - 2 = 12$, άρα $y = ½ \times 12 = 6$, και αφού $x - y = 2$, άρα $x = y + 2 = 6 + 2 = 8$.

Ερμηνεία μέσω cut-and-paste γεωμετρίας.



However incomplete our present knowledge of Babylonian mathematics may be, so much is established beyond any doubt: we are dealing with a level of mathematical development which can in many aspects be compared with the mathematics, say, of the early Renaissance...'

Neugebauer (1951)

At this level, no argument impels us to speak of the authors of the Old Babylonian mathematical texts as 'mathematicians' (nor, certainly, as numerologists). We should rather see them as 'teachers of computation'

Høyrup (2002)