

ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΙ ΘΕΩΡΙΑΣ ΣΥΝΟΛΩΝ
22-6-2012.

Άσκηση 1. Έστω $A = \{a, b\}$. Ποιές από τις ακόλουθες προτάσεις αληθεύουν και γιατί;

$$\{A\} \subset \mathcal{P}(A), A \in \mathcal{P}(A), A \subseteq \mathcal{P}(A).$$

(1 μον.)

Άσκηση 2. Έστω $A = \{5\}$ και $B = \{b, c\}$. Πόσες διαφορετικές σχέσεις υπάρχουν από το A στο B ; Πόσες από αυτές είναι συναρτήσεις από το A στο B ; Πόσες από τις συναρτήσεις είναι επί και πόσες 1-1; Πόσες από τις συναρτήσεις έχουν αντίστροφες (σχέσεις) που είναι συναρτήσεις;

(1 μον.)

Άσκηση 3. Έστω $A = \{1, 2, 3\}$. Ορίστε μια σχέση ισοδυναμίας στο A και βρείτε τη διαμέριση που αυτή επάγει στο A .

(1 μον.)

Άσκηση 4. Αποδείξτε ότι το $(0,1)$ είναι ισοπληθικό με το $[0,1]$.

(1,5 μον.)

Άσκηση 5. Θεωρούμε τους ακόλουθους προτασιακούς τύπους:

$$(p \& (\sim p)) \rightarrow q, (p \& q) \leftrightarrow (p \vee q).$$

Συνεπάγεται λογικά ο πρώτος το δεύτερο; Ο δεύτερος τον πρώτο;

(2 μον.)

Άσκηση 6. Χρησιμοποιώντας νόμους της προτασιακής λογικής, απλοποιείστε τον προτασιακό τύπο $(\sim (p \vee q)) \vee ((\sim p) \& q)$.

(1,5 μον.)

Άσκηση 7. Χρησιμοποιώντας κανόνες φυσικής παραγωγής, δείξτε με δύο τρόπους ότι η ακόλουθη επιχειρηματική μορφή είναι έγκυρη:

$$\frac{p \vee (q \rightarrow r)}{p \vee q} \\ \hline p \vee r$$

(2 μον.)