

Το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής στην ψυχολογία της μάθησης

Στέλλα Βοσνιάδου, Ξένια Βαμβακούση και Ειρήνη Σκοπελίτη

Τμήμα Μεθοδολογίας, Ιστορίας και Θεωρίας της Επιστήμης

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

svosniad@phs.uoa.gr

xenva@phs.uoa.gr

eskopel@phs.uoa.gr

Εισαγωγή

Η κριτική που ασκήθηκε στην λογικό-θετικιστική αντίληψη των επιστημονικών θεωριών (την Αποδεκτή Άποψη – Received View) κυρίως από τους Kuhn (1962) και Feyerabend (1962) έφερε στο προσκήνιο του φιλοσοφικού προβληματισμού τα θέματα της εννοιολογικής αλλαγής και της «ασυμβατότητας νόηματος» που ενδεχομένως χαρακτηρίζουν τις αλλαγές θεωρίες στην ιστορία της επιστήμης. Ο όρος εννοιολογική αλλαγή χρησιμοποιήθηκε για να αναδείξει την ιδέα ότι οι επιστημονικοί όροι νοηματοδοτούνται στα πλαίσια μιας θεωρίας και η σημασία τους αλλάζει, ως συνέπεια της αλλαγής της θεωρίας. Υποστηρίχθηκε, κυρίως από τον Kuhn, ότι όταν το θεωρητικό πλαίσιο στο οποίο υπάγεται ένας όρος αλλάζει, η αλλαγή στο νόημά του τον καθιστά «ασύμμετρο» ως προς τον ομώνυμο όρο του προγενέστερου θεωρητικού πλαισίου. Η έννοια της «ασυμμετρίας» έγινε αντικείμενο σφοδρής φιλοσοφικής κριτικής κάτι που τελικά ανάγκασε τον Kuhn να αναθεωρήσει τις αρχικές του θέσεις και να αντικαταστήσει την έννοια της «ολικής ασυμμετρίας» με αυτήν της «τοπική ασυμμετρίας».

Η ιδέα ότι όχι μόνο οι επιστημονικοί όροι αλλά ότι οι έννοιες γενικότερα νοηματοδοτούνται στα πλαίσια μια θεωρίας και ότι η σημασία τους αλλάζει ως συνέπεια της αλλαγής θεωρίας πέρασε από το χώρο της φιλοσοφίας της επιστήμης και της ιστορίας της επιστήμης στο χώρο της ψυχολογίας και της εκπαίδευσης μετά από το έργο κυρίως δύο ερευνητών – του Posner και των συνεργατών του στο αντικείμενο της διδακτικής των φυσικών επιστημών (Posner, Strike, Hewson, Gertzog, 1982), και της Susan Carey και των συνεργατών της στο αντικείμενο της ψυχολογίας της γνωστικής ανάπτυξης.

Ιδιαίτερα η Carey (1985, 1991; και Carey & Spelke, 1994) συνέβαλε καθοριστικά στη μεταφορά της ιδέας της εννοιολογικής αλλαγής στο χώρο της ψυχολογίας. Η Carey (1991) υιοθέτησε την ιδέα της «τοπικής ασυμμετρίας», έτσι ώστε να αποφύγει τις κριτικές που είχε επισύρει η «ολική ασυμμετρία» (Kitcher, 1983). Προσδιόρισε διάφορα είδη «ριζικής» εννοιολογικής αλλαγής και παρείχε εμπειρικά δεδομένα που τεκμηρίωναν ότι τέτοια είδη αλλαγών πράγματι συμβαίνουν στη διάρκεια της γνωστικής ανάπτυξης. Σύμφωνα με την Carey (1991), η

εννοιολογική αλλαγή περιλαμβάνει τη δημιουργία νέων οντολογικών κατηγοριών ή την υπαγωγή μιας έννοιας σε μια διαφορετική οντολογική κατηγορία, όπως για παράδειγμα συμβαίνει όταν η έννοια «γη» μεταφέρεται από την κατηγορία των «φυσικών σωμάτων» στην κατηγορία των «αστρονομικών σωμάτων» (Vosniadou & Skopeliti, 2005). Επιπλέον, η εννοιολογική αλλαγή μπορεί να περιλαμβάνει τη διαφοροποίηση ή τη συγχώνευση εννοιών –παράδειγμα για την πρώτη περίπτωση είναι η διαφοροποίηση ανάμεσα στη θερμότητα και τη θερμοκρασία ή το βάρος και την πυκνότητα (Carey, 1991; Carey & Spelke, 1994; Wisner & Carey, 1983; Wisner & Smith, υπό έκδοση).

Στο άρθρο αυτό προσφέρουμε μια ερμηνεία του προβλήματος της εννοιολογικής αλλαγής υπό το πρίσμα της «θεωρίας πλαισίου». Στόχος μια είναι να περιγράψουμε και να εξηγήσουμε τις εννοιολογικές αλλαγές που συμβαίνουν όταν οι μαθητές έρχονται αντιμέτωποι με αντιδιδασθητικές έννοιες των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών (Vosniadou, 2006; Vosniadou & Verschaffel, 2004). Το ενδιαφέρον μας εστιάζεται στις εννοιολογικές αλλαγές που επιφέρει η συστηματική διδασκαλία μάλλον, παρά σε αυτές που συμβαίνουν αυτογενώς στη διάρκεια της ανάπτυξης. Υποστηρίζουμε ότι πολλές επιστημονικές έννοιες είναι δύσκολες για τους μαθητές διότι είναι ενταγμένες σε επιστημονικές θεωρίες οι οποίες παραβιάζουν θεμελιώδεις αρχές των αφελών θεωριών στις οποίες υπάγονται οι αντίστοιχες έννοιες του «κοινού νου». Ισχυριζόμαστε ότι η κατανόηση πολλών επιστημονικών εννοιών προϋποθέτει ριζικές εννοιολογικές αλλαγές, που περιλαμβάνουν αλλαγές στις οντολογικές κατηγορίες.

Στον πυρήνα της θεωρητικής μας προσέγγισης βρίσκεται η παραδοχή ότι οι αρχικές εξηγήσεις των παιδιών για τα φυσικά φαινόμενα δεν βασίζονται σε ασύνδετες μεταξύ τους παρατηρήσεις, αλλά σχηματίζουν ένα συνεκτικό σώμα, μια *θεωρία πλαισίου*. Η αλλαγή της θεωρίας πλαισίου είναι δύσκολη διότι είναι ένα σύστημα με συνοχή, βασίζεται στην εμπειρία και συνεχώς επιβεβαιώνεται από αυτήν. Από την άλλη μεριά, οι εξηγήσεις για τα φυσικά φαινόμενα που είναι αυτή τη στιγμή αποδεκτές από την επιστημονική κοινότητα είναι προϊόν μιας μακράς ιστορικής ανάπτυξης της επιστήμης που σημαδεύεται από ριζικές αλλαγές θεωρίας, οι οποίες έχουν μεταβάλλει σημαντικά τις αναπαραστάσεις μας για το φυσικό κόσμο.

Πρόσφατα το ενδιαφέρον μας στράφηκε και προς το χώρο των μαθηματικών. Παρά το γεγονός ότι η επιστήμη των μαθηματικών έχει πολλές διαφορές από τις φυσικές επιστήμες, θεωρούμε ότι η προσέγγιση της εννοιολογικής αλλαγής μπορεί να εφαρμοστεί στην περίπτωση της μάθησης μαθηματικών εννοιών (βλ. Vosniadou & Verschaffel, 2004; Verschaffel & Vosniadou, 2004)

Το πρώτο μέρος αυτού του άρθρου παρουσιάζει δύο παραδείγματα εννοιολογικής αλλαγής, ένα από το χώρο της παρατηρησιακής αστρονομίας και ένα από το χώρο των μαθηματικών. Στο δεύτερο μέρος παρουσιάζουμε μια πιο ενδελεχή ανάλυση της θεωρητικής μας θέσης και

αναδεικνύουμε τις διαφορές και τις ομοιότητές της με άλλες προσεγγίσεις στο ζήτημα της εννοιολογικής αλλαγής κατά τη μάθηση και την ανάπτυξη. Το άρθρο κλείνει με μια συζήτηση για τις εφαρμογές του συγκεκριμένου θεωρητικού πλαισίου στο σχεδιασμό της διδασκαλίας για τις φυσικές επιστήμες και τα μαθηματικά.

Ισχυριζόμαστε ότι το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής είναι ένας από τους βασικούς λόγους πίσω από την τόσο συχνά παρατηρούμενη αποτυχία των μαθητών να κατανοήσουν έννοιες της φυσικής και των μαθηματικών. Οι δυσκολίες στην κατανόηση δεν εντοπίζονται μόνο στους μικρότερους σε ηλικία ή τους πιο αδύναμους μαθητές, αλλά ακόμα και σε φοιτητές των καλύτερων πανεπιστημίων διεθνώς. Η απουσία κριτικής σκέψης, ο κατακερματισμός της γνώσης, το πρόβλημα της μεταφοράς της γνώσης σε νέα πλαίσια και οι παρανοήσεις περιορίζουν τη σκέψη και τις δεξιότητες επίλυσης προβλήματος πολλών μαθητών, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που οι νέες πληροφορίες που πρέπει να μάθουν έρχονται σε αντίθεση με τη δομή της υπάρχουσας, βασισμένης στην εμπειρία, γνώσης τους. Ισχυριζόμαστε επιπλέον ότι η αναποτελεσματικότητα των διδακτικών παρεμβάσεων στη φυσική και τα μαθηματικά μπορεί να αποδοθεί, σε ένα μεγάλο βαθμό, στο γεγονός ότι το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής δεν έχει ληφθεί μέχρι τώρα σοβαρά υπόψη.

Δυο παραδείγματα εννοιολογικής αλλαγής

Η έννοια της γης¹

Ένας σημαντικός αριθμός διαπολιτισμικών ερευνών υποστηρίζουν το συμπέρασμα ότι τα παιδιά στη διάρκεια της προσχολικής ηλικίας κατασκευάζουν μία αρχική έννοια για τη γη η οποία βασίζεται στις ερμηνείες των καθημερινών τους εμπειριών στο πλαίσιο της καθημερινής κουλτούρας. Σύμφωνα με αυτή την αρχική έννοια, η γη είναι ένα επίπεδο, σταθερό, ακίνητο φυσικό σώμα που έχει την ανάγκη υποστήριξης. Τα αντικείμενα που βρίσκονται πάνω στη γη υπακούουν στους νόμους της βαρύτητας που λειτουργεί από πάνω προς τα κάτω, και το διάστημα είναι οργανωμένο με ανάλογο τρόπο, στις διαστάσεις του πάνω και κάτω. Ο ουρανός και τα ουράνια σώματα είναι τοποθετημένα πάνω από την επίπεδη γη η οποία θεωρείται ότι βρίσκεται σε ένα γεωκεντρικό αστρονομικό σύστημα (βλ. Brewer, υπό έκδοση, Vosniadou & Brewer, 1992, 1994, Nussbaum, 1979, 1985).

Όπως φαίνεται στον Πίνακα 1, η επιστημονικά αποδεκτή έννοια της γης, στην οποία εκτίθενται τα παιδιά τουλάχιστον στις αρχές του Δημοτικού σχολείου, πρακτικά παραβιάζει όλες τις προϋποθέσεις που εφαρμόζονται στην αρχική έννοια της γης. Σύμφωνα με την επιστημονικά αποδεκτή έννοια, η γη είναι ένα πλανήτη –ένα σφαιρικό, αστρονομικό σώμα που δεν έχει την ανάγκη υποστήριξης- που περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της και περιφέρεται γύρω από τον

¹ Ο όρος «έννοια» σε αυτή την περίπτωση χρησιμοποιείται για να δηλώσει τόσο τις έννοιες όπως τις διαμορφώνει ο καθένας μας εξατομικευμένα όσο και τις κοινωνικά και πολιτισμικά αποδεκτές επιστημονικές έννοιες.

ήλιο σε ένα ηλιοκεντρικό αστρονομικό σύστημα. Οι άνθρωποι ζουν σε όλη την επιφάνεια της σφαιρικής γης και η βαρύτητα λειτουργεί προς το κέντρο της γης. Η κατανόηση της επιστημονικά αποδεκτής έννοιας της γης απαιτεί μία επανακατηγοριοποίηση της γης σε μία νέα οντολογική κατηγορία –από την κατηγορία των φυσικών σωμάτων στην κατηγορία των αστρονομικών σωμάτων. Θεωρούμε ότι αυτή η επανακατηγοριοποίηση είναι ένα είδος ριζικής εννοιολογικής αλλαγής.

(Πίνακας 1 περίπου εδώ)

Εννοιολογική αλλαγή

Η υπόθεση ότι για την κατανόηση της επιστημονικής έννοιας της γης απαιτείται εννοιολογική αλλαγή, διερευνήθηκε πειραματικά σε μία εμπειρική μελέτη των Vosniadou και Skopeliti (2005). Σε αυτή την μελέτη 62 παιδιά, μαθητές της 1^{ης} και της 5^{ης} τάξης δημοτικού σχολείου, είδαν 10 κάρτες που επάνω τους ήταν γραμμένες οι λέξεις «ήλιος, φεγγάρι, αστερί, γη, πλανήτης, σπίτι, γάτα, πέτρα, δέντρο, και γάτα» και τους τέθηκαν τρεις ερωτήσεις κατηγοριοποίησης. Τα αποτελέσματα της έρευνας, που παρουσιάζονται με λεπτομέρειες στον Πίνακα 2, έδειξαν ότι η πλειονότητα των παιδιών μπορούσαν να διαχωρίσουν τα φυσικά από τα αστρονομικά σώματα και ότι υπήρχε μία αναπτυξιακή αλλαγή στον τρόπο κατηγοριοποίησης της γης.

(Πίνακας 2 περίπου εδώ)

Οι απαντήσεις των παιδιών, ιδιαιτέρως στην 3^η ερώτηση η οποία ζητάγε ξεκάθαρα από τα παιδιά να βάλουν σε μία ομάδα τα πράγματα που ταιριάζουν με τη γη και σε μία άλλη αυτά που δεν ταιριάζουν με τη γη, ήταν πολύ αποκαλυπτικές. Το 35% των μαθητών της 1^{ης} τάξης κατηγοριοποίησαν τη γη με τα φυσικά σώματα και το 42% με τα αστρονομικά σώματα. Αντίθετα, από τα παιδιά της 5^{ης} τάξης μόνο 1 παιδί κατηγοριοποίησε τη γη με τα φυσικά σώματα και το 90% των παιδιών κατηγοριοποίησαν τη γη με τα αστρονομικά σώματα. Επιπλέον, στα πλαίσια της ίδιας έρευνας, οι απαντήσεις των παιδιών σε ένα ερωτηματολόγιο για το σχήμα της γης που βασίστηκε σε αυτό που χρησιμοποίησαν οι Vosniadou και Brewer (1992) έδειξαν στατιστικά σημαντική συσχέτιση ανάμεσα στον τρόπο που κατηγοριοποίησαν τα παιδιά τη γη και στις ιδέες τους για το σχήμα της γης.

Οδηγηθήκαμε στο συμπέρασμα ότι τα αποτελέσματα υποστηρίζουν την υπόθεση ότι αναπτυξιακά υπάρχει αλλαγή στον τρόπο κατηγοριοποίησης της γης, από ένα φυσικό σε ένα αστρονομικό σώμα, και ότι η επανακατηγοριοποίηση της γης σε αστρονομικό σώμα πιθανότατα να προηγείται της πλήρους κατανόησης των επιστημονικών ιδεών για τη γη, που την περιγράφουν ως σφαιρικό πλανήτη που περιστρέφεται γύρω από τον εαυτό της και περιφέρεται γύρω από τον ήλιο.

Εσωτερική Ασυνέπεια και Συνθετικά Μοντέλα

Η επανακατηγοριοποίηση της γης ως αστρονομικό σώμα δεν μπορεί να συμβεί από τη μία στιγμή στην άλλη. Σειρά δια-θεματικών, αναπτυξιακών ερευνών (Blown & Bryce, 2006, Diakidoy, Vosniadou, & Hawks, 1997; Nussbaum, 1979; Nussbaum & Novak, 1976; Vosniadou & Brewer, 1992, 1994) καθώς και κάποιες μακρόχρονες μελέτες (Kikas, 1998; Maria, 1993, 1997a, 1997b) υποστηρίζουν την υπόθεση ότι η κατανόηση της επιστημονικής έννοιας της γης είναι μία αργή, σταδιακή διαδικασία που οδηγεί στην κατασκευή εναλλακτικών αντιλήψεων για τη γη και σε εσωτερικά ασυνεπείς απαντήσεις. Οι εναλλακτικές αναπαραστάσεις που κατασκεύασαν τα παιδιά στην έρευνα των Vosniadou και Brewer (1992) παρουσιάζονται στο Γράφημα 1. Αυτές εξηγούν το 90% του συνόλου των απαντήσεων των παιδιών της 3^{ης} και της 5^{ης} τάξης δημοτικού και το 65% του συνόλου των απαντήσεων των παιδιών της 1^{ης} τάξης. Το σύνολο των απαντήσεων των υπόλοιπων παιδιών κατηγοριοποιήθηκαν ως μικτές².

(Γράφημα 1 περίπου εδώ)

Οι απαντήσεις των παιδιών που παρουσίασαν εσωτερική συνέπεια διαμόρφωσαν μία σειρά εναλλακτικών μοντέλων του σχήματος της γης που κυμαίνονταν από την επίπεδη-τετράγωνη γη μέχρι την σφαιρική γη. Τα μικρότερα παιδιά ως επί το πλείστον αναπαριστούσαν τη γη σαν επίπεδη-τετράγωνη ή σαν επίπεδο δίσκο, φυσικό σώμα, στηριζόμενη σε χώμα, με τον ουρανό και τα ουράνια σώματα από πάνω της. Άλλα παιδιά κατασκεύασαν το ενδιαφέρον μοντέλο της διπλής γης με βάση το οποίο υπάρχουν δύο γαίες: μία επίπεδη στο πάνω μέρος της οποίας ζουν οι άνθρωποι και μία σφαιρική η οποία είναι ένας πλανήτης και βρίσκεται ψηλά στον ουρανό. Μία άλλη πολύ συχνή παρερμηνεία του σχήματος της γης είναι η αναπαράσταση της κοίλης σφαίρας. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο η γη είναι σφαιρική αλλά στο εσωτερικό της είναι επίπεδη. Οι άνθρωποι ζουν στο εσωτερικό της σφαιρικής γης στο επίπεδο τμήμα της. Εναλλακτικά, η γη παρουσιαζόταν σαν πεπλατυσμένη σφαίρα ή σαν ημισφαίριο, με τους ανθρώπους να ζουν στο επίπεδο τμήμα τους στο πάνω μέρος, και τον ουρανό να βρίσκεται από πάνω.

Αυτές οι εναλλακτικές αναπαραστάσεις της γης δεν είναι σπάνιες. Στην πραγματικότητα, μόλις 23 από τα 60 παιδιά που συμμετείχαν στην έρευνα των Vosniadou και Brewer (1992) κατασκεύασαν την επιστημονικά αποδεκτή αναπαράσταση της σφαιρικής γης. Αυτά τα ευρήματα επιβεβαιώθηκαν από διαπολιτισμικές έρευνες κάποιες εκ των οποίων διεξήχθησαν στο εργαστήριό μας (Diakidoy, Vosniadou, & Hawks, 1997, Samarapungavan, Vosniadou, & Brewer, 1996, Vosniadou, Skopeliti, & Ikospentaki, 2004, 2005) ενώ κάποιες άλλες διεξήχθησαν από ανεξάρτητους ερευνητές (Blown & Bryce, 2006, Hayes, Goodhew, Heit, & Gillan, 2003, Mali & Howe, 1979)³.

² Τα παιδιά που εντάχθηκαν στην κατηγορία των 'μικτών' μοντέλων έδωσαν απαντήσεις που είτε ήταν σύμφωνες με το επιστημονικό είτε με το αρχικό μοντέλο γης, όπως και τα παιδιά που εντάχθηκαν σε κάποια από τις κατηγορίες των εναλλακτικών μοντέλων, με τη διαφορά όμως ότι οι απαντήσεις τους δεν ήταν συστηματικές, αλλά αντίθετα ήταν αντιφατικές.

³ Σειρά ερευνών από τον Siegal και τον Nobes και τους συνεργάτες τους (Nobes, Martin, & Panagiotaki, 2005, Siegal, Butterworth, & Newcombe, 2004) άσκησαν κριτική στα ευρήματα αυτά. Για μία πιο αναλυτική αναφορά στα θεωρητικά και μεθοδολογικά

Η διαδικασία της εννοιολογικής αλλαγής

Δεδομένου ότι η σφαιρική αναπαράσταση της γης είναι τόσο διαδεδομένη στην καθημερινότητά μας, κάποιος θα μπορούσε να αναρωτηθεί γιατί είναι τόσο δύσκολο για τα παιδιά να την κατανοήσουν και γιατί κατασκευάζουν εναλλακτικές αναπαραστάσεις της γης σαν αυτές που περιγράψαμε πιο πάνω. Η εξήγηση που έχουμε δώσει έγκειται στο ότι θεωρούμε πώς η μετάβαση από την επίπεδη γη στην σφαιρική γη δεν είναι μια αλλαγή που αφορά σε μία πεποίθηση μόνο. Αντίθετα απαιτεί μία ριζική εννοιολογική αλλαγή. Αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι η αρχική έννοια της γης εντάσσεται σε ένα ευρύτερο θεωρητικό πλαίσιο αφελούς φυσικής, που διαμορφώνει ένα πολύπλοκο οικοδόμημα το οποίο στηρίζεται σε μία ολόκληρη σειρά παρατηρήσεων, πεποιθήσεων, και προϋποθέσεων τα οποία συνθέτουν μια σχετική συνεκτική και συστηματική, επεξηγηματική δομή (Vosniadou & Brewer, 1992, 1994, Vosniadou, 2007 α). Το Γράφημα 2 παρουσιάζει κάποιες από τις παρατηρήσεις, τις πεποιθήσεις και τις προϋποθέσεις τις υποτιθέμενης εννοιολογικής δομής που κατευθύνει την αρχική έννοια της γης.

(Γράφημα 2 περίπου εδώ)

Δύο υποθέσεις διατυπώνονται σε αυτό το σημείο οι οποίες θα συζητηθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στην επόμενη ενότητα. Η πρώτη υποθέτει ότι η έννοια της γης εντάσσεται σε μία εξειδικευμένη κατά πεδίο θεωρία φυσικής, π.χ. «αφελή» φυσική. Η δεύτερη υποθέτει ότι η διαδικασία της κατηγοριοποίησης είναι μια δυναμική διαδικασία η οποία διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη μάθηση (Bransford, Brown, & Cocking, 1999, Chi, υπό έκδοση, Chi & Koeske, 1983, Medin & Rips, 2005). Αν γνωρίζουμε ότι ένα αντικείμενο ανήκει σε μία δεδομένη κατηγορία, έχουμε τη δυνατότητα να αποδώσουμε ορισμένα χαρακτηριστικά της κατηγορία στο αντικείμενο τα οποία μπορούν είτε να διευκολύνουν τη διαδικασία της μάθησης είτε να την εμποδίσουν, σε περίπτωση που η κατηγορία στην οποία έχει ενταχθεί το αντικείμενο δεν είναι η κατάλληλη. Στην περίπτωση της γης, η κατηγοριοποίησή της με τα φυσικά σώματα επιτρέπει στα παιδιά να οδηγηθούν σε γενικεύσεις για το πώς θα ερμηνεύσουν τα παρατηρησιακά τους εμπειρικά δεδομένα και να βγάλουν συμπεράσματα σχετικά με χαρακτηριστικά της γης στα οποία δεν έχουν πρόσβαση (π.χ. αν στηρίζεται από κάπου, αν έχει τέλος). Αυτές οι γενικεύσεις δεν είναι αντικείμενο συνειδητού ελέγχου από τα παιδιά και μάλιστα μπορούν να αποτελέσουν προϋποθέσεις που θα εμποδίσουν τη διαδικασία μάθησης των φυσικών επιστημών.

Παρατηρώντας τα εναλλακτικά μοντέλα που κατασκευάζουν τα παιδιά καθώς και τις ασυνεπείς απαντήσεις τους, φαίνεται πως τα παιδιά χρησιμοποιούν μηχανισμούς εμπλουτισμού για τη μάθηση, προκειμένου να προσθέσουν τις νέες (επιστημονικές) πληροφορίες στις αρχικές τους

ζητήματα που έχουν προκύψει σχετικά με αυτές τις έρευνες βλ. Vosniadou, Skopeliti, & Ikospentaki (2004, 2005) καθώς και Brewer (υπό έκδοση).

ιδέες για τη γη. Ενώ οι μηχανισμοί εμπλουτισμού θα μπορούσαν να είναι οι πλέον κατάλληλοι σε ορισμένες περιπτώσεις, όταν οι νέες διδασκόμενες πληροφορίες είναι συνεπείς με τις υπάρχουσες γνώσεις, παρόλα αυτά δεν είναι ιδιαίτερος παραγωγικοί όταν οι νέες πληροφορίες αφορούν μία επιστημονική έννοια που εντάσσεται σε ένα θεωρητικό πλαίσιο ασύμφωνο -ασύμβατο θα μπορούσαμε να πούμε- με τις αρχικές ιδέες των παιδιών.

Όπως έχουμε μέχρι στιγμής υποστηρίξει, η επιστημονική θεώρηση για την έννοια της γης εντάσσεται σε ένα διαφορετικό επεξηγηματικό πλαίσιο -αυτό του αστρονομικού σώματος- ένα επεξηγηματικό πλαίσιο του οποίου οι προϋποθέσεις διαφέρουν από τις προϋποθέσεις τις αρχικής έννοιας της γη με βάση την οποία η γη κατηγοριοποιείται σαν ένα φυσικό σώμα και η οποία εντάσσεται στα πλαίσια της αφελούς φυσικής. Σε περιπτώσεις όπως αυτή, όταν οι νέες πληροφορίες έρχονται σε αντίθεση με τις υπάρχουσες γνώσεις, η χρήση προσθετικών, από κάτω προς τα πάνω, εμπλουτιστικών μηχανισμών μπορούν να οδηγήσουν σε μικρές αλλαγές και σε «θρυμματισμό» των γνώσεων προκαλώντας εσωτερικά ασυνεπή κομμάτια γνώσης, ή στην καλύτερη των περιπτώσεων να προκαλέσει την κατασκευή εναλλακτικών μοντέλων ή παρανοήσεων.

Ερμηνεύσαμε τα εναλλακτικά μοντέλα της γης ως «συνθετικά» μοντέλα γιατί φαίνονται ως αποτέλεσμα των προσπαθειών των παιδιών να συνθέσουν τις πληροφορίες που λαμβάνουν για την επιστημονική θεώρηση της έννοιας της γης, και πιο συγκεκριμένα την πληροφορία ότι η γη είναι σφαιρική, με τις θεωρήσεις που προκύπτουν από την αρχική έννοια της γης, δηλαδή ότι η γη είναι ένα σταθερό ακίνητο, υποβασταζόμενο φυσικό σώμα, με τη βαρύτητα να λειτουργεί σε ένα χώρο οργανωμένο με βάση το «επάνω» και το «κάτω». Αν παρατηρήσουμε προσεκτικά τα εναλλακτικά μοντέλα γης όπως φαίνονται στο Γράφημα 1, μπορούμε να δούμε ότι σε όλες τις περιπτώσεις τα παιδιά προσπαθούν να λύσουν το πρόβλημα του πώς είναι δυνατόν η γη να είναι σφαιρική αλλά την ίδια στιγμή να φαίνεται επίπεδη και πώς είναι δυνατόν οι άνθρωποι να ζουν σε μία σφαιρική γη χωρίς να πέφτουν.

Επιπλέον, η διαδικασία της εννοιολογικής αλλαγής φαίνεται να σχετίζεται με μία σταδιακή άρση των προϋποθέσεων που εντάσσονται στην θεωρία πλαισίου, επιτρέποντας έτσι τη δημιουργία πιο εκλεπτυσμένων μοντέλων γης, μέχρι την επίτευξη της εννοιολογικής αλλαγής. Παρόλο που τα εμπειρικά δεδομένα που στηρίζουν αυτή τη θέση έρχονται από δια-θεματικές έρευνες, το «πρότυπο» που ακολουθείται αναπτυξιακά είναι ξεκάθαρο (βλ. Brewer, υπό έκδοση). Τα λιγότερο εκλεπτυσμένα μοντέλα και οι απαντήσεις με τη λιγότερη εσωτερική συνοχή παρατηρούνται στις μικρότερες ηλικίες, ενώ τα πιο εκλεπτυσμένα μοντέλα και φυσικά το επιστημονικό μοντέλο εντοπίζονται στις απαντήσεις των μεγαλύτερων παιδιών. Έτσι, τα παιδιά αρχικά κατασκευάζουν το μοντέλο της επίπεδη τετράγωνης, υποβασταζόμενης και σταθερής γης, το οποίο πληρεί όλες τις προϋποθέσεις των φυσικών σωμάτων. Το μοντέλο της γης δίσκου αναδεικνύει μία πιθανή επίδραση

από το πολιτισμικό περιβάλλον που αντανακλάται στην πιθανή αλλαγή του σχήματος της γης από τετράγωνη σε κυκλική (αλλά σταθερά επίπεδη). Αυτό το μοντέλο θα μπορούσε να θεωρηθεί αρχικό μοντέλο ή θα μπορούσε αν είναι το αποτέλεσμα της έκθεσης στην επιστημονικά αποδεκτή πληροφορία για το σχήμα της γης. Το μοντέλο της διπλής γης είναι ένα ενδιαφέρον κατασκευάσματος που δείχνει πώς η επιστημονική πληροφορία μπορεί να ενσωματωθεί στην υπάρχουσα γνώση με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αλλοιώνει τη δομή της υπάρχουσας γνώσης με την οποία έρχεται σε αντίθεση.

Τα μοντέλα της κοίλης σφαίρας και του ημισφαιρίου θεωρούνται πιο εκλεπτυσμένα και κατασκευάζονται συνήθως από μεγαλύτερα παιδιά. Το μοντέλο της κοίλης σφαίρας προϋποθέτει τη γνώση ότι η γη είναι σφαιρική και δεν στηρίζεται από κάπου, περιορίζεται όμως από την προϋπόθεση της βαρύτητας που λειτουργεί από πάνω προς τα κάτω. Τα παιδιά που κατασκευάζουν αυτό το μοντέλο πιστεύουν ότι οι άνθρωποι ζουν σε μία επίπεδη επιφάνεια στο εσωτερικό της γης, διαφορετικά θα έπεφταν «κάτω» αν ζούσαν στην εξωτερική επιφάνεια της σφαιρικής γης. Παρομοίως, η προϋπόθεση της βαρύτητας που λειτουργεί από πάνω προς τα κάτω εμποδίζει τη μάθηση του σφαιρικού σχήματος της γης και για τα παιδιά που κατασκευάζουν το μοντέλο της πεπλατυσμένης σφαίρας ή της γης ημισφαιρίου, τα οποία πιστεύουν ότι οι άνθρωποι ζουν σε μία επίπεδη επιφάνεια στο πάνω μέρος της γης. Τα παιδιά αυτά αντιλαμβάνονται τη γη σαν ένα σφαιρικό, αιωρούμενο και πιθανόν περιστρεφόμενο αντικείμενο, αλλά παρόλα αυτά οργανώνουν το διάστημα στις διαστάσεις του πάνω και κάτω και θεωρούν ότι η βαρύτητα λειτουργεί από πάνω προς τα κάτω. Αυτές είναι κάποιες από τις πλέον σημαντικές προϋποθέσεις που κατευθύνουν την αφελή θεωρία πλαισίου των φυσικών επιστημών.

Σε αυτό το σημείο πρέπει να σημειωθεί ότι και τα παιδιά που εντάχθηκαν στην κατηγορία των μικτών μοντέλων χρησιμοποίησαν εμπλουτιστικούς μηχανισμούς μάθησης προκειμένου να προσθέσουν τις νέες πληροφορίες στις αρχικές τους ιδέες για την έννοια της γης. Η διαφορά με τα παιδιά που εντάχθηκαν σε κάποια κατηγορία συνθετικού μοντέλου είναι ότι τα παιδιά που τοποθετήθηκαν στην κατηγορία των μικτών μοντέλων είτε δεν είχαν συναίσθηση της εσωτερικής ασυνέπειας των απαντήσεών τους, είτε δεν μπορούσαν να βρουν κάποιο τρόπο για να αντιμετωπίσουν αυτή την ασυνέπεια κατασκευάζοντας κάποιο συνεπές συνθετικό μοντέλο. Τα συνθετικά μοντέλα είναι δημιουργικά κατασκευάσματα δεδομένου ότι παρέχουν λύσεις στο πρόβλημα της ασυμβατότητας και έχουν ερμηνευτική ισχύ. Για την αποφυγή της εσωτερικής ασυνέπειας η των συνθετικών μοντέλων ο διδασκόμενος πρέπει να αποκτήσει επίγνωση της ασυμφωνίας που υπάρχει ανάμεσα στην νέα εισερχόμενη πληροφορία και την υπάρχουσα γνώση του/της. Η μεταγνωσιακή επίγνωση και η προθετική⁴ μάθηση είναι απαραίτητα στοιχεία

⁴ Αποδίδουμε ως 'προθετική μάθηση' τον όρο *intentional learning*, ο οποίος περιγράφει τη μάθηση που γίνεται με σχεδιασμό και συνειδητή προσπάθεια από τη μεριά του υποκειμένου.

προκειμένου να επιτευχθεί η εννοιολογική αλλαγή. Οι διδασκόμενοι πρέπει επίσης να αποφεύγουν τους απλούς προσθετικούς μηχανισμούς μάθησης. Οι ενσυνείδητοι, προθετικοί, μηχανισμοί μάθησης, όπως είναι για παράδειγμα η σκόπιμη χρήση αναλογιών και η αντιστοίχιση κατά πεδίο, είναι πολύ πιο αποδοτικοί μηχανισμοί για την επίτευξη της ριζικής εννοιολογικής αλλαγής. Αυτά τα θέματα θα συζητηθούν με περισσότερες λεπτομέρειες στο τελευταίο μέρος του κεφαλαίου.

Η έννοια του αριθμού

Η αρχική έννοια του αριθμού στα παιδιά

Φαίνεται ότι τα παιδιά σχηματίζουν μια αρχική έννοια για τον αριθμό η οποία τους επιτρέπει να αντιμετωπίζουν με επιτυχία σχετικές καταστάσεις πολύ πριν εκτεθούν σε συστηματική διδασκαλία. Συνοψίζοντας τα σχετικά ευρήματα εμπειρικών ερευνών, η Gelman (1994) καταλήγει στο συμπέρασμα ότι τα μικρά παιδιά, στην ηλικία των 4-5 χρόνων είναι ικανά να «απαριθμούν βασισμένα σε αρχές απαρίθμησης, να επινοούν λύσεις σε νέα προβλήματα που σχετίζονται με την απαρίθμηση, να εντοπίζουν λάθη σε αριθμοσειρές, να επιλύουν απλά προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης με στρατηγικές που βασίζονται στην απαρίθμηση, τουλάχιστον για ένα περιορισμένο πεδίο αριθμών» (σελ. 68). Αυτές οι ικανότητες είναι εκδηλώσεις μια έννοιας του αριθμού που είναι κοντινή στη μαθηματική έννοια του φυσικού αριθμού.

Στις πρώτες τάξεις του σχολείου η διδασκαλία εστιάζει στους φυσικούς αριθμούς. Έτσι, η αρχική κατανόηση των παιδιών για τον αριθμό είναι συμβατή με τις πληροφορίες στις οποίες εκτίθενται μέσω της διδασκαλίας. Ως αποτέλεσμα, η αρχική έννοια για τον αριθμό επιβεβαιώνεται και ενισχύεται. Στα μισά της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, τα περισσότερα παιδιά έχουν οικοδομήσει μια πλούσια και παραγωγική έννοια για τον αριθμό, που βασίζεται στην απαρίθμηση και που συνοδεύεται από όλες τις βασικές παραδοχές που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό της αρχικής κατανόησης για τον αριθμό είναι ότι οι αριθμοί είναι διακριτοί, δηλ. ότι κάθε αριθμός έχει ένα μοναδικό επόμενο. Κάποιοι ερευνητές υποστηρίζουν ότι η ιδέα της διακριτότητας των αριθμών ενδέχεται να έχει νευροβιολογική βάση, με την έννοια ότι οι άνθρωποι είναι προδιατεθειμένοι να μαθαίνουν και να σκέφτονται με τους φυσικούς αριθμούς (Dehaene, 1998; Gelman, 2000). Ένα άλλο χαρακτηριστικό είναι ότι οι φυσικοί αριθμοί μπορούν να διαταχθούν με βάση τη θέση τους στην αριθμοσειρά, ενώ μεγαλύτεροι είναι οι αριθμοί με τα περισσότερα ψηφία. Η πρόσθεση και η αφαίρεση μπορούν να υποστηριχθούν από στρατηγικές που βασίζονται στο μέτρημα (e.g. Resnick, 1986). Η πράξη του πολλαπλασιασμού ερμηνεύεται ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση, ενώ η διαίρεση ερμηνεύεται ως μερισμός, όπου ο διαιρετέος είναι μεγαλύτερος από το διαιρέτη (Fischbein, Deri, Nello, & Marino, 1985). Και οι τέσσερις πράξεις έχουν προβλέψιμα αποτελέσματα, με την έννοια ότι η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός «μεγαλώνουν», ενώ η αφαίρεση και η διαίρεση «μικραίνουν» τους αριθμούς

(Fischbein,, Deri, Nello, & Marino, 1985; Moskal and Magone, 2000). Επιπλέον, κάθε αριθμός έχει μία μόνο μία συμβολική αναπαράσταση, δηλ. σε κάθε αριθμό αντιστοιχεί ένα μόνο αριθμητικό σύμβολο.

(Πίνακας 3 περίπου εδώ)

Η μαθηματική έννοια του ρητού αριθμού

Όλες οι παραδοχές που αναφέρθηκαν ως υποκείμενες της έννοιας του αριθμού στα παιδιά, έρχονται σε αντίθεση με την έννοια του ρητού αριθμού που τους παρουσιάζεται μέσω της συστηματικής διδασκαλίας. Οι ρητοί αριθμοί δεν βασίζονται στην αρίθμηση και είναι πυκνοί, σε αντίθεση με τους διακριτούς ρητούς –δηλαδή, κανένας ρητός αριθμός δεν έχει ένα μοναδικό επόμενο αριθμό στο σύνολο των ρητών, αλλά υπάρχουν άπειροι ρητοί ανάμεσα σε οποιουδήποτε δύο άνισους ρητούς αριθμούς. Οι στρατηγικές διάταξης των φυσικών δεν υποστηρίζουν τη διάταξη των ρητών (π.χ., το $1/4$ είναι μεγαλύτερο από το $1/5$). Επιπλέον, ένας ρητός με περισσότερα ψηφία δεν είναι απαραίτητα μεγαλύτερος από έναν με λιγότερα (π.χ. το 3,2 είναι μεγαλύτερο από το 3,197).

Οι πράξεις με ρητούς αριθμούς δεν έχουν προβλέψιμα αποτελέσματα, με την έννοια ότι και ο τέσσερις πράξεις μπορούν είτε να «μεγαλώνουν», είτε να «μικραίνουν» τους αριθμούς [π.χ. $4+(-2)$, $3 \times 1/2$, $2-(-7)$, $5:1/3$]. Ο πολλαπλασιασμός δεν μπορεί πάντα να ερμηνευθεί ως επαναλαμβανόμενη πρόσθεση (όπως, για παράδειγμα, στην περίπτωση $0,3 \times 1/2$) και είναι δύσκολο να κατανοήσει κανείς τη διαίρεση ως μερισμό, όταν ο διαιρετέος είναι μικρότερος από το διαιρέτη (π.χ. $2:8$), ή όταν ο διαιρέτης είναι μικρότερος από τη μονάδα (π.χ. $2:0.5$). Τέλος, οι ρητοί αριθμοί δεν έχουν μία μοναδική συμβολική αναπαράσταση, καθώς μπορούν να αναπαρασταθούν είτε σε κλασματική, είτε σε δεκαδική μορφή. Για παράδειγμα το «μισό» μπορεί να συμβολιστεί ως 0,5, αλλά και ως $1/2$. Η κατάσταση γίνεται ακόμα πιο πολύπλοκη, αν σκεφτεί κανείς ότι ο ίδιος αριθμός (το «μισό») μπορεί επιπλέον να συμβολιστεί με τα 0,50, 0,500, $2/4$, $4/8$ κ.λπ. Οι μαθητές λοιπόν έρχονται αντιμέτωποι με μια ακόμα δυσκολία, να κατανοήσουν ότι τα κλάσματα και οι δεκαδικοί είναι εναλλακτικές αναπαραστάσεις των ρητών αριθμών, και όχι διαφορετικοί αριθμοί, παρά τις διαφορές στο συμβολισμό, στις πράξεις, τη διάταξη, αλλά και τη χρήση.

Εννοιολογική αλλαγή

Υπάρχει πλήθος ευρημάτων από εμπειρικές μελέτες που δείχνουν ότι οι μαθητές σε όλες τις βαθμίδες εκπαίδευσης αντιμετωπίζουν δυσκολίες με την κατανόηση των ρητών, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις που αυτά που πρέπει να μάθουν δεν είναι συμβατά με αυτά που γνωρίζουν ήδη για τους φυσικούς αριθμούς. (Moss, 2005; Ni & Zhou, 2005). Για παράδειγμα, πολλοί μαθητές θεωρούν ότι οι αριθμοί με περισσότερα ψηφία είναι οπωσδήποτε μεγαλύτεροι (e.g. Moskal and

Magone, 2000), ότι «ο πολλαπλασιασμός μεγαλώνει» και «η διαίρεση μικραίνει» τους αριθμούς (Fischbein et al., 1985), ή ότι «όσο μεγαλύτεροι είναι οι όροι ενός κλάσματος, τόσο μεγαλύτερο είναι το κλάσμα» (e.g. Stafylifou & Vosniadou, 2004). Μαθητές στην πρωτοβάθμια, δευτεροβάθμια, ακόμα και φοιτητές της τριτοβάθμιας δεν συνειδητοποιούν ότι οι ρητοί και οι πραγματικοί αριθμοί είναι πυκνοί (e.g. Malara, 2001; Merenluoto & Lehtinen, 2002, 2004; Neumann, 1998; Tirosh, Fischbein, Graeber, & Wilson, 1999; Vamvakoussi & Vosniadou 2004, 2007, υπό προετοιμασία). Επιπλέον, έχει τεκμηριωθεί η δυσκολία τους να ερμηνεύσουν, να κατανοήσουν και να χειριστούν τις συμβολικές αναπαραστάσεις των ρητών, ιδιαίτερα όσον αφορά τα κλάσματα (Gelman, 1991; Moss, 2005; Stafylifou & Vosniadou, 2004). Οι μαθητές δεν κατανοούν πώς είναι δυνατόν διαφορετικά σύμβολα να αναπαριστούν τον ίδιο αριθμό. Έτσι, αντιμετωπίζουν τις διαφορετικές αναπαραστάσεις ως εάν να ήταν διαφορετικοί αριθμοί (Khoury & Zazkis, 1994; O'Connor, 2001; Vamvakoussi & Vosniadou, 2007).

Εσωτερική ασυνέπεια και συνθετικά μοντέλα

Στο εργαστήριό μας διερευνήσαμε κάποιες από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου με τους ρητούς αριθμούς, επικεντρώνοντας στην κατανόηση της διάκρισης διακριτότητας/πυκνότητας και τη σχέση της με τον τρόπο που οι μαθητές ερμηνεύουν το συμβολισμό των ρητών (Vamvakoussi & Vosniadou 2004, 2007, in preparation). Υποθέσαμε ότι η ιδέα της διακριτότητας, ως θεμελιώδης προϋπόθεση του αρχικού επεξηγηματικού πλαισίου των παιδιών για τον αριθμό, περιορίζει την κατανόηση της δομής των ρητών, προκαλώντας εσωτερική ασυνέπεια και παρανοήσεις που μπορούν να εξηγηθούν ως συνθετικά μοντέλα. Η υπόθεση αυτή είναι συμβατή με εμπειρικά δεδομένα από έρευνες με μαθητές (e.g., Malara, 2001; Merenluoto & Lehtinen, 2002, 2004; Neumann, 1998), αλλά και φοιτητές (e.g. Tirosh, Fischbein, Graeber, & Wilson, 1999).

Υποθέσαμε επίσης ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να κατανοήσουν ότι οι δεκαδικοί και τα κλάσματα είναι εναλλακτικές αναπαραστάσεις των ρητών, και όχι διαφορετικά είδη αριθμών. Η δυσκολία αυτή μπορεί να οφείλεται στο γεγονός ότι α) οι δεκαδικοί και τα κλάσματα νοηματοδοτούνται από τις καταστάσεις στις οποίες χρησιμοποιούνται, οι οποίες είναι συνήθως ποιοτικά διαφορετικές (Resnick, 1986), β) οι πράξεις και η διάταξη διαφέρουν σημαντικά ανάμεσα στους δεκαδικούς και τα κλάσματα, και γ) οι μαθητές ενδέχεται να κατηγοριοποιούν τους ρητούς με βάση τη συμβολική τους αναπαράσταση, η οποία μπορεί να θεωρηθεί επουσιώδης χαρακτηριστικό από έναν μαθηματικό, αλλά όχι από τους μαθητές που είναι «αρχάριοι» σε αυτόν τον τομέα (Markovitz & Sowder, 1991, Chi, Feltovich, & Glaser, 1981). Αυτό έχει επιπτώσεις για την κατανόηση της δομής των ρητών. Πιο συγκεκριμένα, υποθέσαμε ότι οι μαθητές θεωρούν ότι οι

φυσικοί, οι δεκαδικοί και τα κλάσματα είναι διαφορετικά και ασύνδετα μεταξύ τους σύνολα αριθμών.

Σύμφωνα με τα αποτελέσματά μας, η προϋπόθεση της διακριτότητας είναι ιδιαίτερα ισχυρή στους μικρότερους μαθητές (Α΄ Γυμνασίου), αλλά παραμένει ισχυρή και για τους μεγαλύτερους (Γ΄ Γυμνασίου, Β΄ Λυκείου), παρά τις εμφανείς αναπτυξιακές διαφορές. Πράγματι, οι μαθητές από όλες τις ηλικιακές ομάδες απαντούν συχνά ότι υπάρχει πεπερασμένο πλήθος αριθμών σε ένα δεδομένο διάστημα, ανεξάρτητα με το αν η ερώτηση τίθεται στα πλαίσια μιας συνέντευξης (Vamvakoussi & Vosniadou, 2004), σε ερωτηματολόγιο ανοιχτού (Vamvakoussi & Vosniadou, 2007) ή κλειστού (Vamvakoussi & Vosniadou, 2007, υπό προετοιμασία) τύπου. Στο Σχήμα 3 παρουσιάζεται μια κατηγοριοποίηση των 549 συμμετεχόντων στην τρίτη κατά σειρά έρευνά μας (Vamvakoussi & Vosniadou, υπό προετοιμασία), με κριτήριο το πλήθος των απαντήσεων του τύπου «υπάρχει πεπερασμένο πλήθος αριθμών» που έδωσαν σε σύνολο 10 ερωτήσεων του τύπου «Πόσοι αριθμοί υπάρχουν ανάμεσα στους X και Ψ;», όπου οι X, Ψ ήταν φυσικοί, δεκαδικοί ή κλάσματα. Οι μαθητές στην κατηγορία ΠΕΠ έδωσαν τουλάχιστον 7 απαντήσεις του τύπου υπάρχει πεπερασμένο πλήθος αριθμών, ενώ στην κατηγορία ΑΠ έδωσαν τουλάχιστον 7 απαντήσεις του τύπου «υπάρχουν άπειροι αριθμοί». Η κατηγορία ΠΕΠ/ΑΠ περιλαμβάνει όλους τους υπόλοιπους μαθητές. Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, οι μαθητές της Γ΄ Γυμνασίου έδωσαν κυρίως απαντήσεις του τύπου «πεπερασμένο πλήθος» και τοποθετήθηκαν στην πρώτη κατηγορία, ενώ οι μεγαλύτεροι μαθητές εμφανίζονται συχνότερα στις δυο άλλες κατηγορίες. Ωστόσο, περίπου 30% των μαθητών της Γ΄ Γυμνασίου και της Β΄ Λυκείου βρέθηκαν στην κατηγορία ΠΕΠ.

(Γράφημα 3 περίπου εδώ)

Επιπλέον, τα αποτελέσματά μας έδειξαν ότι η προϋπόθεση της διακριτότητας δεν αναιρείται «εν μία νυκτί», με την έννοια ότι οι μαθητές δεν απαντούν συστηματικά ότι υπάρχουν άπειροι αριθμοί σε οποιοδήποτε διάστημα, άπαξ και το αντιληφθούν για κάποιο συγκεκριμένο. Αντίθετα, φαίνεται να ακολουθείται μια αναπτυξιακή διαδρομή, η οποία μπορεί να περιγραφεί αδρά ως εξής: α) η προϋπόθεση της διακριτότητας αναιρείται πρώτα για τους φυσικούς αριθμούς, και στη συνέχεια για τους δεκαδικούς και τα κλάσματα, με τους δεκαδικούς συνήθως να προηγούνται και β) η απειρία των αριθμών σε ένα διάστημα αρχικά περιορίζεται σε αριθμούς της ίδιας συμβολικής αναπαράστασης με τα άκρα του διαστήματος, δηλ. οι μαθητές δεν δέχονται ότι υπάρχουν δεκαδικοί ανάμεσα σε κλάσματα και αντιστρόφως. Στηρίζοντας τους παραπάνω ισχυρισμούς παρουσιάζουμε μια πιο λεπτή κατηγοριοποίηση των συμμετεχόντων στον Πίνακα 4 και στεκόμαστε στις κατηγορίες που φαίνεται να αντιστοιχούν σε συνθετικά μοντέλα της δομής των ρητών. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 4, εμφανίζεται ένα αρχικό μοντέλο, στο οποίο οι μαθητές απαντούν ότι υπάρχει πεπερασμένο πλήθος αριθμών, ανεξάρτητα από τα άκρα του διαστήματος. Υπάρχει επίσης ένα μοντέλο, στο οποίο η απειρία των αριθμών σε ένα διάστημα εμφανίζεται μόνο στους φυσικούς,

και όχι στους δεκαδικούς ή στα κλάσματα. Στην κατηγορία ΠΕΠ/ΑΠ εμφανίζεται μια υποκατηγορία μαθητών, οι οποίοι απαντούν διαφορετικά για τα κλάσματα, σε σχέση με τους δεκαδικούς. Πιο συγκεκριμένα, οι μαθητές αυτοί απαντούν ότι υπάρχουν άπειροι αριθμοί ανάμεσα σε δεκαδικούς, αλλά πεπερασμένο πλήθος ανάμεσα σε κλάσματα, ή αντίστροφα. Συνήθως, η απειρία των αριθμών εμφανίζεται στους δεκαδικούς. Στα πλαίσια της κατηγορίας ΑΠ, μια ενδιαφέρουσα διάκριση υπάρχει ανάμεσα στα μοντέλα επιστημονικό και απειρία με περιορισμούς. Και στις δύο περιπτώσεις, οι μαθητές απαντούν ότι υπάρχουν άπειροι αριθμοί σε οποιοδήποτε διάστημα. Ωστόσο, ενώ οι μαθητές στο επιστημονικό μοντέλο δέχονται ότι οι ενδιάμεσοι αριθμοί μπορούν να έχουν διαφορετικές συμβολικές αναπαραστάσεις, οι μαθητές στο μοντέλο απειρία με περιορισμούς τοποθετούν κατά κύριο λόγο δεκαδικούς ανάμεσα στους δεκαδικούς και κλάσματα ανάμεσα στα κλάσματα.

(Πίνακας 4 περίπου εδώ)

Συνοψίζοντας, φαίνεται ότι τα παιδιά σχηματίζουν μια αρχική, πρότερη της συστηματικής εκπαίδευσης, κατανόηση για τον αριθμό, που διατηρεί χαρακτηριστικά της έννοιας του φυσικού αριθμού. Αυτή η αρχική έννοια του αριθμού δεν είναι συμβατή με την έννοια των ρητών, όπως αυτή παρουσιάζεται στους μαθητές μέσω της συστηματικής διδασκαλίας. Η κατανόηση των ρητών προϋποθέτει μια αναδιοργάνωση της αρχικής έννοιας των παιδιών για τον αριθμό, κάτι το οποίο δεν συμβαίνει εύκολα. Οι μαθητές πρέπει να συνειδητοποιήσουν ότι κάποιες παραδοχές που υπόκεινται της αρχικής έννοιας, όπως η διακριτότητα των αριθμών, ισχύουν μόνο σε συγκεκριμένα πλαίσια. Επιπλέον, αντιμετωπίζουν το απαιτητικό έργο της κατασκευής νοήματος για νέα σύμβολα –τη δεκαδική και την κλασματική αναπαράσταση των ρητών. Πέρα από τη δυσκολία της ερμηνείας του συμβολισμού αυτού καθεαυτού, οι μαθητές πρέπει να καταλάβουν ότι είναι δυνατόν διαφορετικά σύμβολα να αναφέρονται στο ίδιο μαθηματικό αντικείμενο, δηλ. ότι οι δεκαδικοί και τα κλάσματα είναι εναλλακτικές αναπαραστάσεις των ίδιων αριθμών, και όχι διαφορετικά είδη αριθμών.

Τα ευρήματά μας υποδεικνύουν ότι η νέα γνώση για τους ρητούς προστίθεται στις ήδη υπάρχουσες, αλλά ασύμβατες, νοητικές δομές μέσω προσθετικών, εμπλουτιστικών μηχανισμών μάθησης. Ως αποτέλεσμα, δημιουργείται εσωτερική ασυνέπεια και παρανοήσεις της έννοιας του ρητού, οι οποίες μπορούν να εξηγηθούν ως «συνθετικά μοντέλα». Παράδειγμα τέτοιου συνθετικού μοντέλου είναι η ιδέα ότι το σύνολο των ρητών αποτελείται από τρία διαφορετικά και ασύνδετα μεταξύ τους σύνολα: τους φυσικούς, τους δεκαδικούς και τα κλάσματα. Αυτή η ιδέα αντανάκλαται στην απροθυμία των μαθητών να δεχτούν ότι μπορεί να υπάρχουν δεκαδικοί ανάμεσα σε κλάσματα και αντίστροφα. Επιπλέον, όταν οι μαθητές αντιλαμβάνονται την απειρία των αριθμών σε ένα διάστημα με συγκεκριμένου τύπου άκρα –συνήθως φυσικούς-, δεν μεταφέρουν αυτή την κατανόηση αυτόματα σε οποιοδήποτε διάστημα. Ως αποτέλεσμα, παρατηρείται το φαινόμενο οι

μαθητές να αντιμετωπίζουν με διαφορετικό τρόπο τους φυσικούς, τους δεκαδικούς και τα κλάσματα, όσον αφορά τη δομή τους.

Περίληψη

Παρά τις μεγάλες διαφορές ανάμεσα στις δύο έννοιες που αναλύσαμε, οι οποίες υπάγονται σε πολύ διαφορετικά γνωστικά πεδία, υπάρχουν επίσης ορισμένες σημαντικές ομοιότητες. Και στις δύο περιπτώσεις, μια νέα έννοια, ανεξάρτητα από το αν προέρχεται από το χώρο της φυσικής ή των μαθηματικών, έρχεται σε αντίθεση με θεμελιώσεις παραδοχές στη βάση των οποίων έχει οργανωθεί η προϋπάρχουσα γνώση των παιδιών. Και στις δύο περιπτώσεις, τα εμπειρικά δεδομένα μας επιτρέπουν να συμπεράνουμε ότι τα μικρά παιδιά, πριν ακόμα εκτεθούν σε συστηματική διδασκαλία, κατασκευάζουν μια αρχική έννοια για τη γη, όπως και για τον αριθμό. Οι αρχικές αυτές έννοιες δομούνται με την αυθόρμητη απόκτηση γνώσεων, στη βάση της καθημερινής εμπειρίας, όπως αυτή βιώνεται στα πλαίσια του εκάστοτε κοινωνικο-πολιτισμικού περιβάλλοντος. Οι έννοιες ενθυλακώνονται σε αφελείς θεωρίες για τη φυσική ή τον αριθμό που σχηματίζουν μια περιορισμένης έκτασης, αλλά σχετικά συνεκτική, δομή. Οι νέες πληροφορίες που παρουσιάζονται μέσω της διδασκαλίας έρχονται σε αντίθεση με τις παραδοχές της προϋπάρχουσας θεωρίας πλαισίου. Καθώς οι μαθητές δεν έχουν συνήθως επίγνωση αυτής της ασυμβατότητας, αφομοιώνουν τις νέες πληροφορίες στην προϋπάρχουσα βάση γνώσης μέσω μηχανισμών μάθησης εμπλουτιστικού χαρακτήρα, κάτι που καταλήγει σε εσωτερική ασυνέπεια ή τη δημιουργία συνθετικών μοντέλων. Οι μηχανισμοί εμπλουτισμού είναι πολύ αποτελεσματικοί στις περισσότερες περιπτώσεις μάθησης, αλλά αποτυγχάνουν στις περιπτώσεις που απαιτούν εννοιολογική αλλαγή, εξαιτίας της ασυμβατότητας ανάμεσα στη δομή της βάσης γνώσης των μαθητών και τη δομή των επιστημονικών/μαθηματικών εννοιών που παρουσιάζονται μέσω της διδασκαλίας.

Η προσέγγιση της θεωρίας πλαισίου

Η προσέγγιση της θεωρίας πλαισίου έχει τις βάσεις της στην έρευνα του χώρου της γνωστικής/αναπτυξιακής ψυχολογίας και προτείνει μια ευρεία θεωρητική βάση για την κατανόηση των μηχανισμών της εννοιολογικής αλλαγής στη μάθηση. Υπάρχουν κάποιες βασικές παραδοχές που υπόκεινται αυτής της προσέγγισης, οι οποίες θα συζητηθούν εκτενέστερα στη συνέχεια. Συνοπτικά, υποστηρίζουμε ότι υπάρχουν αρκετά εμπειρικά δεδομένα από το χώρο της έρευνας στη γνωστική ανάπτυξη που στοιχειοθετούν την άποψη ότι οι έννοιες εντάσσονται σε εξειδικευμένες κατά πεδίο θεωρίες πλαισίου, οι οποίες συνιστούν επεξηγηματικά πλαίσια που διαφέρουν από τα επικρατώντα στις φυσικές επιστήμες και τα μαθηματικά. (βλ. Carey, 1991; Carey & Spelke, 1994; Hatano, 1994; Keil, 1994). Αυτές οι θεωρίες πλαισίου κατασκευάζονται από νωρίς και βασίζονται στην ερμηνεία των παιδιών για τις καθημερινές εμπειρίες τους στα πλαίσια του κοινωνικο-

πολιτισμικού τους περιβάλλοντος. Δεδομένου ότι οι άνθρωποι χρησιμοποιούν προσθετικούς μηχανισμούς μάθησης, με εμπλουτιστικό χαρακτήρα, για να αφομοιώσουν τις νέες πληροφορίες στις προϋπάρχουσες γνωσιακές δομές, η διαδικασία της μάθησης στις φυσικές επιστήμες και τα μαθηματικά είναι αργή, σταδιακή, χαρακτηρίζεται από αποσπασματικότητα και συνοδεύεται από εσωτερική ασυνέπεια και παρανοήσεις, οι οποίες μπορούν να ερμηνευθούν ως συνθετικά μοντέλα (Vosniadou & Brewer, 1992; 1994; Vosniadou, Baltas & Vamvakoussi, 2007).

Εξειδίκευση κατά πεδίο

Οι περισσότερες θεωρίες για τη μάθηση και την ανάπτυξη, όπως αυτές του Piaget και του Vygotsky, η θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών ή της κοινωνικό-πολιτισμικής προσέγγισης είναι θεωρίες «γενικού πεδίου». Αναφέρονται σε αρχές, στάδια, μηχανισμούς, στρατηγικές κ.λπ. που στοχεύουν στην περιγραφή όλων των όψεων της ανάπτυξης και της μάθησης. Αντίθετα, οι εξειδικευμένες κατά πεδίο προσεγγίσεις εστιάζουν στην περιγραφή και εξήγηση των αλλαγών στο περιεχόμενο και τη δομή της γνώσης που λαμβάνουν χώρα με τη μάθηση και την ανάπτυξη, καθώς και των μηχανισμών και των στρατηγικών που αντιστοιχούν ειδικά σε αυτές τις αλλαγές.

Η ιδέα ότι η ανθρώπινη νόηση διαθέτει εξειδικευμένους κατά πεδίο μηχανισμούς μάθησης στηρίζεται σε ένα πλήθος εμπειρικών δεδομένων από ανεξάρτητους χώρους έρευνας, όπως σε μελέτες για τη μάθηση στα ζώα (Gallistel, 1990) ή στη δουλειά του Chomsky στη γλωσσολογία (Chomsky, 1988). Κάποιοι γνωστικοί/αναπτυξιακοί ψυχολόγοι θεωρούν ότι η εξειδίκευση κατά πεδίο προκύπτει από την ύπαρξη αντίστοιχων *περιορισμών* στη μάθηση (Keil, 1981, 1990). Υποστηρίζεται ότι τέτοιοι περιορισμοί είναι απαραίτητοι προκειμένου να βάλουν όρια στην απροσδιοριστία της εμπειρίας (Goodman, 1972) και να καθοδηγήσουν, μεταξύ άλλων, την ανάπτυξη της γλώσσας (Markman, 1989), την κατανόηση του αριθμού (Gelman, 1990), ή την ανάπτυξη της γνώσης για τη φυσικά και ψυχολογικά φαινόμενα (Wellman & Gelman, 1998).

Η έρευνα στο χώρο της γνωστικής ανάπτυξης παρέχει υπολογίσιμα εμπειρικά δεδομένα που τεκμηριώνουν την άποψη ότι από πολύ νωρίς τα παιδιά, υπό την επίδραση του κοινωνικο-πολιτισμικού περιβάλλοντός τους, οργανώνουν την πολλαπλότητα των αισθητηριακών εμπειριών τους σε περιορισμένης έκτασης, αλλά σχετικά συνεκτικά, γνωστικά πεδία (Baillargeon, 1995; Carey & Spelke, 1994; Gelman, 1990). Κατά τα φαινόμενα, υπάρχουν τουλάχιστον τέσσερα διακριτά γνωστικά πεδία τα οποία μπορούν αδρά να χαρακτηριστούν ως «θεωρίες πλαισίου» η φυσική, η ψυχολογία, τα μαθηματικά και η γλώσσα.

Κάθε ένα από αυτά τα πεδία έχει τη δική του οντολογία –αναφέρεται σε διακριτά σύνολα οντοτήτων. Για παράδειγμα, η φυσική αναφέρεται σε άβια σώματα, η ψυχολογία σε έμψυχες οντότητες, τα μαθηματικά σε αριθμούς (ποσότητες) και η γλώσσα σε λέξεις. Επιπλέον, κάθε πεδίο διέπεται από τις δικές του αρχές και κανόνες. Οι φυσικές οντότητες ακολουθούν τους νόμους της

μηχανικής αιτιότητας, σε αντίθεση με τις ψυχολογικές οντότητες που διέπονται από τους νόμους της προθετικής αιτιότητας. Η γλώσσα και τα μαθηματικά υπακούν τους δικούς τους ιδιαίτερους κανόνες και αρχές οργάνωσης. Δεν θα ασχοληθούμε εδώ με άλλες σχετικές λεπτομέρειες⁵. Το σημαντικό είναι να φανεί ότι, σε όλες αυτές τις περιπτώσεις δεν έχουμε να κάνουμε με μια συλλογή ασύνδετων τμημάτων γνώσης, αλλά με συνεκτικά συστήματα, βασισμένα σε αρχές.

Σε κάθε ένα από αυτά τα πεδία υπάρχουν ορισμένα κριτήρια που καθορίζουν πώς αναγνωρίζονται οι οντότητες που ανήκουν στο πεδίο. Για παράδειγμα, φαίνεται ότι τα βρέφη χρησιμοποιούν το κριτήριο της αυτόβουλης κίνησης προκειμένου να διακρίνουν τις άβιες από τις έμβιες οντότητες. Από τη στιγμή που θα κατηγοριοποιηθεί ένα αντικείμενο ως φυσική ή ψυχολογική οντότητα, κληρονομεί όλες τις ιδιότητες των οντοτήτων που ανήκουν στο πεδίο. Από αυτή την άποψη, η κατηγοριοποίηση είναι ένας πολύ σημαντικός μηχανισμός μάθησης. Υποθέτουμε ότι οι έννοιες εντάσσονται σε θεωρίες πλαισίου (όπως η αφελής φυσική, ψυχολογία, τα μαθηματικά κ.λπ.) και ότι κληρονομούν όλες τις ιδιότητες που εκπορεύονται από αυτήν, οι οποίες λειτουργούν ως περιορισμοί. Επιπλέον, μια έννοια μπορεί να περιλαμβάνει πρόσθετες πληροφορίες που είναι χαρακτηριστικές της και καθορίζουν τη σχέση της με άλλες έννοιες. Οι πρόσθετες αυτές πληροφορίες οργανώνονται ως «ειδική θεωρία». Η εσωτερική δομή της αρχικής έννοιας της γης, όπως υποθέτουμε ότι οργανώνεται, περιγράφεται στο Σχήμα 2. Η δομή αυτή περιλαμβάνει πληροφορίες προερχόμενες τόσο από την παρατήρηση των φαινομένων, όσο και από το πολιτισμικό περιβάλλον, όπως για παράδειγμα ότι η γη είναι επίπεδη, έχει πέρασ, ότι ο ουρανός και τα ουράνια σώματα βρίσκονται από πάνω της κ.λπ. Δεν υποθέτουμε ότι αυτή η δομή είναι σταθερή, αλλά ότι εξελίσσεται και αναπτύσσεται καθώς αποκτάται γνώση, ενώ υποθέτουμε ότι αλλαγές μπορεί να συμβαίνουν τόσο στο επίπεδο της ειδικής, όσο και στο επίπεδο της θεωρίας πλαισίου.

Τέλος, υποθέτουμε ότι οι άνθρωποι έχουν ένα γνωστικό σύστημα που τους επιτρέπει να δημιουργούν αναλογικές νοητικές αναπαραστάσεις, οι οποίες διατηρούν την εσωτερική δομή της έννοιας και είναι δυνατόν να τις «τρέξουν» νοερά ώστε να παράξουν προβλέψεις και εξηγήσεις για τα φυσικά φαινόμενα (για περισσότερες λεπτομέρειες βλ. Nerserssian, υπό έκδοση). Για παράδειγμα, μπορούμε να δημιουργήσουμε ένα νοητικό μοντέλο της γης και να το χρησιμοποιήσουμε για να απαντήσουμε ερωτήσεις του τύπου «Τι θα συμβεί αν περπατούσες για πολλές μέρες πάνω στη γη; Υπάρχει ένα τέλος/μια άκρη στη γη; Θα μπορούσες να πέσεις από τη γη;». Οι απαντήσεις μας σε αυτές τις ερωτήσεις θα είναι διαφορετικές ανάλογα με το νοητικό μοντέλο μας για τη γη. Σε παλιότερες εργασίες μας (Vosniadou & Brewer, 1992; 1994 – βλ. επίσης και Brewer, υπό έκδοση) έχουμε δώσει πλήθος παραδειγμάτων που δείχνουν πέραν κάθε αμφιβολίας ότι ακόμα και στα πολύ μικρά παιδιά είναι ικανά να χρησιμοποιούν τη γη, τη σελήνη

⁵ Η ανάπτυξη της γλώσσας δεν φαίνεται να συνοδεύεται από αλλαγές θεωρίας, αλλά κάποιες από τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν όσοι μαθαίνουν μια ξένη γλώσσα ενδεχομένως είναι τέτοιας φύσης.

και τον ήλιο ως θεωρητικές οντότητες σε μοντέλα, τα οποία «τρέχουν» νοερά προκειμένου να κάνουν προβλέψεις και να δώσουν εξηγήσεις για φυσικά φαινόμενα, όπως η εναλλαγή μέρας/νύχτας.

Η εννοιολογική αλλαγή υπό το πρίσμα της θεωρίας πλαισίου

Υπάρχει ένα υπολογίσιμο σώμα εμπειρικών δεδομένων που δείχνουν ότι η γνωστική ανάπτυξη χαρακτηρίζεται από εννοιολογικές αλλαγές. Για παράδειγμα, στο χώρο της βιολογίας διαχρονικές αναπτυξιακές μελέτες δείχνουν η γνώση για τη βιολογία των τετράχρονων παιδιών είναι αρχικά ενσωματωμένη στο πεδίο της ψυχολογίας και διαφέρει ποιοτικά από τη γνώση των παιδιών ηλικίας 12 χρόνων (Carey, 1985; Carey, 1991; Keil, 1994; Hatano and Inagaki, 1997; Inagaki & Hatano, 2003; υπό έκδοση), χωρίς αυτό να σημαίνει ότι υπάρχει συμφωνία των ερευνητών ως προς τον τρόπο που προκύπτουν αυτές οι διαφορές κατά την ανάπτυξη. Οι αλλαγές θεωρίας στο χώρο της βιολογίας έχουν περιγραφεί σε τρεις βασικούς άξονες: Τη διάκριση ανάμεσα στα άβια/έμβια όντα και ανάμεσα στο σώμα και το νου, τους τρόπους με τους οποίους τα παιδιά παράγουν προβλέψεις και εξηγήσεις σχετικά με τη συμπεριφορά των βιολογικών οντοτήτων και, τέλος, το βασισμένο στην αιτιότητα εξηγητικό πλαίσιο που χρησιμοποιούν τα παιδιά –π.χ. την προθετική, τη βιταλιστική ή τη μηχανιστική αιτιότητα (Inagaki & Hatano, 2003).

Παρόμοιες αναδιοργανώσεις της εννοιολογικής γνώσης στην πρώιμη παιδική ηλικία εντοπίζονται, μεταξύ άλλων, στην έννοια του νου (Wellman, 1990), της ύλης (Smith, Carey, & Wisner, 1985; Wisner & Smith, υπό έκδοση), της δύναμης (Chi, 1992; Ioannides & Vosniadou, 2002), του αριθμού (Smith, Solomon & Carey, 2005) και της γης (Vosniadou & Brewer, 1992, 1994).

Εννοιολογική αλλαγή φαίνεται ότι μπορεί να προκληθεί είτε με τη χρήση «από κάτω προς τα πάνω», άδηλων, προσθετικών μηχανισμών, είτε με τη χρήση «από πάνω προς τα κάτω», συνειδητών μηχανισμών προθετικής μάθησης, με δεδομένη ασφαλώς τη συνεχή αλληλεπίδραση μεταξύ του υποκειμένου και του ευρύτερου κοινωνικο-πολιτισμικού πλαισίου. Παραδείγματα για τον πρώτο τύπο μηχανισμού είναι οι μηχανισμοί αφομοίωσης και συμμόρφωσης που πρότεινε ο Piaget, ο συλλογισμός με χρήση αναλογιών που βασίζονται στην ομοιότητα (Vosniadou, 1989), η εσωτερίκευση (Vygotsky, 1978), η ακόμα και η οικειοποίηση πολιτισμικών πρακτικών που προτείνουν οι θεωρητικοί της εν-πλαισιωμένης μάθησης (Rogoff, 1990). Παραδείγματα για το δεύτερο τύπο μηχανισμού είναι η σκόπιμη χρήση αναλογιών, η κατασκευή νοερών πειραμάτων, η διερεύνηση ειδικών περιπτώσεων, καθώς και η μετάφραση από τη «γλώσσα» της φυσικής στη γλώσσα των μαθηματικών (see Carey & Spelke, 1994; Nersessian, 1992; Vosniadou, 2007 β). Θα πρέπει επίσης να αναφερθούν διάφοροι τύποι μηχανισμών με κοινωνικό έρεισμα που μπορούν να διευκολύνουν την εννοιολογική αλλαγή, όπως η συνεργασία (Miyake, υπό έκδοση) και η συζήτηση στην τάξη (Hatano & Inagaki, 2003).

Τα έως τώρα εμπειρικά δεδομένα δείχνουν ότι οι εννοιολογικές αλλαγές που συμβαίνουν αυτογενώς κατά τη γνωστική ανάπτυξη είναι ως επί το πλείστον προϊόν μηχανισμών εμπλουτισμού, οι οποίοι δεν είναι υπό το συνειδητό έλεγχο του υποκειμένου. Αυτού του είδους οι μηχανισμοί μπορούν να προκαλέσουν ριζική εννοιολογική αλλαγή, αν υποθέσουμε ότι α) η βάση γνώσης έχει εσωτερική δομή θεωρίας και β) οι νέες πληροφορίες προέρχονται είτε μέσω ατομικής παρατήρησης, είτε μέσω του κοινωνικο-πολιτισμικού πλαισίου. Με άλλα λόγια, οι μηχανισμοί εμπλουτισμού μπορούν να προκαλέσουν εννοιολογική αλλαγή εφόσον τα παιδιά μεγαλώνουν σε ένα κοινωνικο-πολιτισμικό πλαίσιο με ανεπτυγμένη επιστήμη και εκτίθενται στις επιστημονικώς αποδεκτές έννοιες είτε όντας συμμετοχα στη ζωή μέσα στο συγκεκριμένο πλαίσιο, ή μέσω της συστηματικής διδασκαλίας των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών.

Για παράδειγμα, τα μικρά παιδιά κατηγοριοποιούν συνήθως τα φυτά ως άβια όντα. Ωστόσο, καθημερινές εμπειρίες για τα φυτά, όπως το πότισμά τους, το να τα βλέπουν να αναπτύσσονται ή να παρατηρούν ότι τα φυτά πεθαίνουν, μπορεί αργά και σταδιακά να οδηγήσει τα παιδιά στην κατανόηση ότι τα φυτά μοιάζουν από κάποιες απόψεις με τα ζώα, όπως στο ότι τρέφονται, αναπτύσσονται και πεθαίνουν. Αυτές οι ομοιότητες μπορεί να κάνουν τα παιδιά να κατηγοριοποιήσουν εκ νέου τα φυτά ως έμβια όντα, παρά το γεγονός ότι δεν κινούνται μόνα τους (Hatano, 1996; 2002). Αυτή η αλλαγή κατηγορίας μπορεί να περιγραφεί ως μεταπήδηση σε άλλο κλάδο (Thagard, 1988) ή ως αλλαγή σε οντολογική κατηγορία (Chi, 1992) και είναι μια σημαντική αναδιοργάνωση στην έννοια των έμβιων όντων (Carey, 1985) η οποία μπορεί να χαρακτηριστεί ως εννοιολογική αλλαγή. Παρόμοιες αλλαγές σε οντολογική κατηγορία μπορεί να προκληθούν αν δοθούν άμεσα στα παιδιά πληροφορίες για την ικανότητα των φυτών να κινούνται με ένα συγκεκριμένο στόχο –π.χ. προς την κατεύθυνση με το περισσότερο φως- (see Opfer & Siegler, 2004). Για την ακρίβεια, η κατανόηση ότι τα φυτά μπορούν να κινούνται βάση σκοπού (τελεολογία) φαίνεται να είναι πιο σημαντική για κατηγοριοποίησή τους ως έμβια όντα, σε σχέση με την κατανόηση ότι χρειάζονται τροφή.

Η χρήση των άδηλων, προσθετικών μηχανισμών μπορεί να προκαλέσει ακόμα και ριζική εννοιολογική αλλαγή. Ωστόσο, σε περιπτώσεις εκμάθησης επιστημονικών ή μαθηματικών εννοιών οι ίδιοι μηχανισμοί ενδέχεται να προκαλέσουν εσωτερική ασυνέπεια ή ακόμα τη δημιουργία συνθετικών μοντέλων. Αυτό συμβαίνει γιατί η διδασκαλία της φυσικής ή των μαθηματικών στο πλαίσιο του σχολείου απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν σε σύντομο χρονικό διάστημα αντιδιαλεκτικές έννοιες, η κατασκευή των οποίων απαιτήσε μια σειρά επιστημονικών επαναστάσεων. Επιπλέον, συχνά συμβαίνει ακατάλληλα αναλυτικά προγράμματα να εφαρμόζονται από εκπαιδευτικούς που δεν είναι ενήμεροι για το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής και δεν συνειδητοποιούν πλήρως τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές (βλ. Duit et al., υπό έκδοση). Υπό αυτές τις συνθήκες, η εννοιολογική αλλαγή γίνεται μια αργή διαδικασία, κατά την

οποία οι νέες, αντιδιαισθητικές, επιστημονικώς ορθές πληροφορίες αφομοιώνονται στην υπάρχουσα βάση γνώσης των μαθητών, δημιουργώντας εσωτερική ασυνέπεια και παρανοήσεις. Πολλές από αυτές τις παρανοήσεις είναι *συνθετικά μοντέλα*, που σχηματίζονται καθώς οι μαθητές αφομοιώνουν τις νέες πληροφορίες στην προϋπάρχουσα, ασύμβατη γνώση τους, χωρίς να έχουν μεταγνωσιακή επίγνωση (Vosniadou, 2003, 2007 α).

Πλήθος πειραμάτων στο εργαστήριό μας τεκμηριώνουν ότι οι διαδικασίες που περιγράψαμε πράγματι συμβαίνουν στη μάθηση της φυσικής. Για παράδειγμα, το Σχήμα 4 δείχνει τα συνθετικά μοντέλα για την επιστρωμάτωση και τη σύνθεση του εσωτερικού της γης, όπως αποκαλύπτονται στις ζωγραφιές και τις λεκτικές εξηγήσεις μαθητών της Α΄ Δημοτικού, Στ΄ Δημοτικού και Β΄ Λυκείου, καθώς και φοιτητές του Παιδαγωγικού Τμήματος (Ioannidou & Vosniadou, 2001). Η πλειοψηφία των μαθητών της Α΄ Δημοτικού πιστεύει ότι το εσωτερικό της γης αποτελείται από επίπεδα στρώματα στερεών υλικών (χώμα και πέτρες). Η επίπεδη διαστρωμάτωση εμφανίζεται ακόμα και στις περιπτώσεις εκείνες που το σχήμα της γης ζωγραφίζεται ως σφαιρικό. Όταν οι μαθητές διδάσκονται ότι στο εσωτερικό της γης υπάρχει το μάγμα, φαίνεται να πιστεύουν ότι αυτό βρίσκεται στο κάτω μέρος της σφαίρας, και όχι στο κέντρο της. Μόνο αργότερα εμφανίζεται στα σχέδιά τους η διαστρωμάτωση με το μάγμα τοποθετημένο στο κέντρο της σφαίρας. Ακόμα και οι μαθητές της Β΄ Λυκείου (όπως και η πλειοψηφία των φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος) πιστεύουν ότι το μάγμα βρίσκεται σε μεγάλο βάθος στο κέντρο της γης, και όχι σε σχετικά μικρή απόσταση από την επιφάνειά της κι έτσι δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις επιστημονικές εξηγήσεις σχετικά με τα ηφαίστεια και τους σεισμούς.

(Γράφημα 4 περίπου εδώ)

Σε άλλη εμπειρική μελέτη (Kyrtos & Vosniadou, 1997) διερευνήσαμε την ανάπτυξη της επιστημονικής έννοιας της φωτοσύνθεσης η οποία, όπως φαίνεται από ευρήματα ερευνών (Barker & Carr, 1989; Haslam & Treagust, 1987; Wandersee, 1983), είναι ιδιαίτερα δύσκολη για τα παιδιά. Από την άποψη της θεωρίας πλαισίου, αυτό συμβαίνει γιατί η επιστημονική εξήγηση σχετικά με την ανάπτυξη των φυτών εντάσσεται σε ένα επεξηγηματικό πλαίσιο εντελώς διαφορετικό από αυτό που έχουν κατασκευάσει τα παιδιά πριν ακόμα ξεκινήσουν το σχολείο. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 5, η πλειοψηφία των μαθητών της Α΄ Δημοτικού εντάσσει τα φυτά στη θεωρία πλαισίου για την ψυχολογία και εξηγεί την ανάπτυξη των φυτών κατ'αναλογία με την ανάπτυξη των ανθρώπων. Πιο συγκεκριμένα, τα παιδιά πιστεύουν ότι τα φυτά λαμβάνουν την τροφή τους (δηλ. νερό και άλλες θρεπτικές ουσίες) από το έδαφος, μέσω των ριζών τους και ότι αναπτύσσονται, καθώς η τροφή συσσωρεύεται στο εσωτερικό τους. Επίσης, δε θεωρούν ότι τα φυτά αναπνέουν. Προφανώς, αυτή είναι μια εντελώς διαφορετική θεώρηση σε σχέση με την επιστημονική εξήγηση της φωτοσύνθεσης. Καθώς τα παιδιά εκτίθενται σε πληροφορίες για τη φωτοσύνθεση μέσω τη διδασκαλίας, η αρχική τους εξήγηση χάνει τη συνοχή της, ενώ ενδέχεται να σχηματιστούν και

συνθετικά μοντέλα. Κάποια από αυτά παρουσιάζονται στον Πίνακα 6. Ένα συνθετικό μοντέλο είναι αντίστοιχο με αυτό της «διπλής γης». Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, η φωτοσύνθεση δεν σχετίζεται με την τροφή, αλλά με την αναπνοή των φυτών. Τα παιδιά διατηρούν την αρχική τους εξήγηση για τον τρόπο με τον οποίο τρέφονται και αναπτύσσονται τα φυτά. Επιπλέον, συνδέοντας τη φωτοσύνθεση με την αναπνοή, τα παιδιά εξηγούν ότι τα φυτά εισπνέουν το βρώμικο αέρα, τον καθαρίζουν και στη συνέχεια τον αποδίδουν καθαρό στο περιβάλλον. Ένα άλλο συνθετικό μοντέλο προκύπτει από την πρόσθεση μιας αφελούς ερμηνείας για τη φωτοσύνθεση επί της αρχικής εξήγησης. Σύμφωνα με αυτό το μοντέλο, τα φυτά λαμβάνουν τροφή και νερό από το έδαφος μέσω των ριζών τους, αλλά και από τον αέρα και το φως, μέσω των φύλλων τους. Ένα πιο εξελιγμένο μοντέλο εντοπίζεται σε μεγαλύτερα παιδιά, τα οποία κατανοούν ότι τα φυτά παρασκευάζουν μόνα τους την τροφή τους, αλλά θεωρούν ότι είναι μια διαδικασία ανάμιξης διαφόρων στοιχείων, και όχι μια χημική διαδικασία.

(Πίνακες 6 και 7 περίπου εδώ)

Εκπαιδευτικές εφαρμογές

Ένα πλήθος εμπειρικών δεδομένων έχει συσσωρευτεί τα τελευταία είκοσι περίπου χρόνια, που τεκμηριώνει το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής, ιδιαίτερα στη μάθηση των εννοιών των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών. Παρ' όλ' αυτά, τα σχετικά ευρήματα και αποτελέσματα δεν έχουν ακόμα επηρεάσει τις καθημερινές διδακτικές πρακτικές. Αυτό ισχύει τόσο για τη διδασκαλία της φυσικής (Duit, 2007, υπό έκδοση), όσο και των μαθηματικών (Greer, 2004, 2006; Resnick, 2006). Οι εκπαιδευτικοί συχνά πιστεύουν ότι οι μαθητές έρχονται στην τάξη με μικρή ή και καθόλου προϋπάρχουσα γνώση. Ή, θεωρούν ότι η νέα γνώση μπορεί πάντα να δομηθεί στη βάση της προϋπάρχουσας, μέσω μηχανισμών εμπλουτισμού. Δε συνειδητοποιούν ότι κάποιες φορές η προϋπάρχουσα γνώση μπορεί να σταθεί εμπόδιο στην περαιτέρω μάθηση.

Η διδασκαλία με στόχο την εννοιολογική αλλαγή προϋποθέτει ότι οι εκπαιδευτικοί λαμβάνουν υπόψη την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών τους και στοχεύουν όχι μόνο στον εμπλουτισμό της, αλλά και στην αναδιοργάνωσή της, έτσι ώστε τελικά να προκύψουν νέες εννοιολογικές δομές. Αυτό απαιτεί το σχεδιασμό κατάλληλων αναλυτικών προγραμμάτων και τη δημιουργία μαθητών με κίνητρα για μάθηση εφόρου ζωής, οι οποίοι να έχουν την απαραίτητη μεταγνωσιακή επίγνωση και τις στρατηγικές μάθησης που απαιτούνται, προκειμένου να επενδύουν σε βαθιά και ουσιαστική κατανόηση (βλ. και Vosniadou, Ioannides, Dimitrakopoulou & Papademetriou, 2001).

Στο χώρο της εκπαίδευσης των φυσικών επιστημών, η διδασκαλία με στόχο την εννοιολογική αλλαγή έχει συσχετιστεί με την «κλασική προσέγγιση» του Posner και των συνεργατών του που περιγράψαμε νωρίτερα, η οποία βασίζεται στην πρόκληση γνωστικής σύγκρουσης. Η πρακτική

αυτή έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα: Στηρίζεται στην υπόθεση ότι η εννοιολογική αλλαγή περιλαμβάνει μια ορθολογική διαδικασία αντικατάστασης εννοιών και μπορεί να συμβεί σε μικρό χρονικό διάστημα, παρόμοια με την στιγμιαία αναδιοργάνωση που περιγράφουν οι ψυχολόγοι της Μορφής. Σύμφωνα όμως με όσα έχουμε υποστηρίξει σε αυτό το άρθρο, θεωρούμε ότι η διαδικασία της εννοιολογικής αλλαγής είναι αργή και σταδιακή, γιατί απαιτεί την επεξεργασία ενός πλήθους τμημάτων γνώσης, τα οποία συνδέονται μεταξύ τους. Η πρόκληση της γνωστικής σύγκρουσης μπορεί να είναι ωφέλιμη μόνο εφόσον χρησιμοποιείται με μέτρο και στο ευρύτερο πλαίσιο που θέτουν προσεκτικά σχεδιασμένα αναλυτικά προγράμματα και διδακτικές παρεμβάσεις.

Μπορούμε να ακολουθήσουμε διάφορες κατευθύνσεις στην ανάπτυξη εκπαιδευτικών προσεγγίσεων που διευκολύνουν την εννοιολογική αλλαγή. Μια από αυτές είναι να στοχεύσουμε στη μείωση του χάσματος ανάμεσα στις αρχικές θεωρίες πλαισίου των παιδιών και στη νέα επιστημονική ή μαθηματική γνώση που πρόκειται να διδαχθεί. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί αν σχεδιαστούν αναλυτικά προγράμματα πρέπει με μακροχρόνια προοπτική, ώστε να λαμβάνονται υπόψη εκ των προτέρων μελλοντικές επεκτάσεις ή αλλαγές στο νόημα των εννοιών, να εντοπίζονται τα σημεία στα οποία θα χρειαστεί εννοιολογική αλλαγή και να αναζητούνται εγκαίρως τρόποι για να γεφυρωθεί το χάσμα (Greer, 2006; Greer & Verschaffel, 2007). Αυτή η προσέγγιση έρχεται σε αντίθεση με τις συνήθειες πρακτικές, οι οποίες αγνοούν το ζήτημα της εννοιολογικής αλλαγής και βασίζονται στην υπόρρητη πεποίθηση ότι η διαδικασία της μάθησης εξελίσσεται «πάνω σε έναν άξονα αρχίζοντας από το πιο απλό και πηγαίνοντας προς το πιο σύνθετο» (Greer, 2006, σσ.178). Ως αποτέλεσμα, σχεδιάζονται αναλυτικά προγράμματα που εισάγουν πρώτα τις «απλές» και στη συνέχεια τις πιο «σύνθετες» έννοιες. Όπως παρατηρούν οι Vosniadou & Vamvakoussi (2006), συνήθως οι έννοιες που θεωρούνται πιο «απλές» είναι ακριβώς εκείνες που είναι πιο κοντά στη διαισθητική κατανόηση των παιδιών. Έτσι, οι αρχικές θεωρίες των παιδιών επιβεβαιώνονται και ισχυροποιούνται μέσω της εκπαίδευσης, κάτι που καταλήγει σε γνωστική ανελαστικότητα, η οποία δυσχεραίνει την περαιτέρω μάθηση.

Μια διαφορετική οπτική πρόσφεραν πρόσφατα ερευνητές από το χώρο της μαθηματικής εκπαίδευσης, οι οποίοι προτείνουν ότι κάποιες δύσκολες έννοιες θα πρέπει να εισάγονται νωρίτερα μέσω των αναλυτικών προγραμμάτων. Για παράδειγμα, οι Carragher, Schliemann, & Brizuela (2001) προτείνουν ότι, αντί να διδάσκουμε πρώτα την αριθμητική και πολύ αργότερα την άλγεβρα, οι δυο τρόποι σκέψης που τους αντιστοιχούν θα έπρεπε να συνδέονται πιο νωρίς. Υπάρχουν επίσης ενδιαφέρουσες προτάσεις για τη διδασκαλία των ρητών αριθμών με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνονται κατανοητοί ακόμα και από πολύ μικρά παιδιά (Nunes, 2007). Θεωρούμε ότι πρόκειται για αξιολογικές προτάσεις, που όμως πρέπει να στηριχτούν από αξιόπιστα ερευνητικά δεδομένα.

Ωστόσο, ανεξάρτητα από το βαθμό στον οποίο μπορεί να αποκτηθεί με επιτυχία η νέα γνώση μέσω αβίαστων, άδηλων μηχανισμών εμπλουτισμού οι οποίοι χτίζουν πάνω στην προϋπάρχουσα

γνώση, πιστεύουμε ότι είναι σημαντικό να υποστηριχθούν οι μαθητές ώστε να μάθουν να ενεργοποιούν ενσυνείδητα μηχανισμούς αναδιοργάνωσης της γνώσης, όπως ο συλλογισμός με βάση μοντέλα, ηελημένη χρήση αναλογιών και συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών πεδίων γνώσης. Είναι επίσης σημαντικό να υποστηριχθούν οι μαθητές στην ανάπτυξη μεταεγνωσιολογικής επίγνωσης, επιστημολογικής εκλέπτυνσης και δεξιοτήτων προθετικής μάθησης, που θα τους επιτρέπουν να εμπλέκονται ενεργά στη μάθηση με μακροπρόθεσμους στόχους (Sinatra & Pintrich, 2003; Vosniadou, 2003).

Συμφωνούμε με τους Hatano and Inagaki (2003) ότι αυτό το είδος διδασκαλίας απαιτεί να λαμβάνονται υπόψη και να αξιοποιούνται κοινωνικο-πολιτισμικές παράμετροι..

Ένας τρόπος με τον οποίο οι εκπαιδευτικοί μπορούν να δημιουργήσουν ένα κοινωνικο-πολιτισμικό περιβάλλον τάξης που να προάγει τη συλλογική κατανόηση είναι ένθαρρύνοντας τους μαθητές να συμμετέχουν σε διάλογο, που μπορεί να είναι και συζήτηση με τη συμμετοχή όλης της τάξης. Τέτοιες συζητήσεις είναι αποτελεσματικές γιατί δημιουργούν τις προϋποθέσεις ώστε οι μαθητές να αναγνωρίσουν την αναγκαιότητα της αναθεώρησης των αντιλήψεών τους σε βάθος, αντί να αρκεστούν σε τοπικές, περιορισμένες «επιδιορθώσεις» (Chinn & Brewer, 1993). Επιπλέον τους παρακινούν ώστε να επενδύσουν το χρόνο και τη σημαντική προσπάθεια που απαιτούνται για τη συνειδητή και σκόπιμη εννοιολογική αλλαγή (βλ. επίσης και Miyake, 1986, υπό έκδοση). Ο Hatano και η συνεργάτιδά του Kayoko Inagaki πραγματοποίησαν μια σειρά εκπαιδευτικών ερευνών με στόχο να δείξουν με ποιο τρόπο μπορούν να συνδυαστούν οι ατομικοί γνωστικοί μηχανισμοί με τους κοινωνικο-πολιτισμικούς περιορισμούς, ώστε να στηρίξουν την εννοιολογική αλλαγή στα πλαίσια της τυπικής εκπαίδευσης (Hatano, 1996; Hatano & Inagaki, 1991; Inagaki, Hatano & Moritas, 1998). Στις περισσότερες από αυτές τις μελέτες χρησιμοποιήθηκε μια μέθοδος γνωστή στα πλαίσια της διδακτικής των φυσικών επιστημών στην Ιαπωνία. Πρόκειται για μια μέθοδο που επινόησε ο Itakura (1962) και βασίζεται στο δίπολο Υπόθεση-Πείραμα. Ο Hatano και οι συνεργάτες τους χρησιμοποίησαν εκτενώς τη μέθοδο αυτή, που φαίνεται να είναι αποτελεσματική για την επίτευξη της μεταγνωσιακής επίγνωσης και των δεξιοτήτων προθετικής μάθησης που απαιτούνται από τους μαθητές, προκειμένου να επιτύχουν την εννοιολογική αλλαγή (βλ. επίσης και Miyake, 1986, υπό έκδοση).

Μέχρι τώρα πρέπει να έχει γίνει σαφές ότι η εννοιολογική αλλαγή απαιτεί σημαντική προσπάθεια, τόσο από την πλευρά του εκπαιδευτικού, όσο και από την πλευρά του μαθητή. Η προσπάθεια αυτή θα επενδυθεί μόνο εφόσον είναι τόσο αναγκαία, όσο και εκτιμητέα. Με άλλα λόγια, προκειμένου οι εκπαιδευτικοί να σχεδιάσουν κατάλληλες και ουσιαστικές δραστηριότητες και οι μαθητές να εμπλακούν ενεργά σε αυτές, θα πρέπει το ευρύτερο εκπαιδευτικό σύστημα να αναγνωρίζει αυτού του είδους τις προσπάθειες και να είναι σε θέση να τις αξιολογήσει.

Συμπεράσματα

Υποστηρίξαμε ότι ορισμένες έννοιες που άπτονται των φυσικών επιστημών και των μαθηματικών είναι δύσκολες για τους μαθητές γιατί υπάγονται σε εξηγητικά πλαίσια πολύ διαφορετικά από τις αρχικές θεωρίες πλαισίου των παιδιών. Αυτές οι θεωρίες πλαισίου δεν είναι μια συλλογή αποσπασματικών παρατηρήσεων, αλλά σχετικά συνεκτικά συστήματα με εξηγητική ισχύ, τα οποία βασίζονται στην καθημερινή εμπειρία και επιβεβαιώνονται συστηματικά από αυτήν. Οι μαθητές δεν έχουν επίγνωση αυτών των διαφορών και ενσωματώνουν τις νέες πληροφορίες που προέρχονται από τη διδασκαλία στις υπάρχουσες γνωσιακές δομές, με αποτέλεσμα να καταστρέφεται η συνοχή τους και να δημιουργείται εσωτερική ασυνέπεια και παρανοήσεις, πολλές από τις οποίες είναι συνθετικά μοντέλα.

Προκειμένου να διευκολυνθεί η εννοιολογική αλλαγή μέσω διδασκαλίας, πρέπει να σχεδιαστούν αναλυτικά προγράμματα και περιβάλλοντα μάθησης, τα οποία να στοχεύουν στην άμβλυνση των διαφορών μεταξύ της προϋπάρχουσας γνώσης και την νέας πληροφορίας, έτσι ώστε οι μηχανισμοί εμπλουτισμού που χρησιμοποιούν αβίαστα οι μαθητές να είναι αποτελεσματικοί. Επιπλέον, πρέπει επίσης να φροντίσουμε ώστε οι μαθητές να αναπτύξουν μεταγνωσιακή επίγνωση, επιστημολογική εκλέπτυνση, δεξιότητες διατύπωσης και αξιολόγησης υποθέσεων, και «από πάνω προς τα κάτω», συνειδητούς, σκόπιμους μηχανισμούς προθετικής μάθησης, που θα τους βοηθήσουν να αναγνωρίσουν το πρόβλημα της εννοιολογικής αλλαγής και να το αντιμετωπίσουν κατά τον καλύτερο δυνατό τρόπο. Με άλλα λόγια, η εννοιολογική αλλαγή στα πλαίσια της εκπαίδευσης απαιτεί την αναδιοργάνωση όχι μόνο των «αφελών» θεωριών των μαθητών, αλλά και του τρόπου που σκέφτονται και με τον οποίο αντιλαμβάνονται τη μάθηση. Προκειμένου να συμβεί αυτό, απαιτείται τόσο σημαντική γνωστική προσπάθεια, όσο και κοινωνικο-πολιτισμική στήριξη.

Βιβλιογραφία

- Baillargeon, R., (1995). A model of physical reasoning in infancy. In *Advances in infancy research*, vol. 9. Ablex.
- Barker, M. & Carr, M. (1989). Teaching and Learning about Photosynthesis. *International Journal of Science Education*, 11(1), pp. 48-56.
- Blown, E.J., & Bryce, T.G.K. (2006). Knowledge Restructuring in the Development of Children's Cosmologies. *International Journal of Science Education*, 28(12), 1411–1462.
- Bransford, J., (1979). *Human cognition: Learning, understanding, and remembering*. Belmont, CA: Wadsworth.
- Bransford, J.D., Brown, A., & Cocking, R., (Eds.). (1999). *How people learn: Mind, brain, experience and school*. Washington, DC: National Academy Press.
- Brewer, W.F., (υπό έκδοση). Naïve Theories of Observational Astronomy: Review, Analysis and Theoretical Implications. Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Carraher, D., Schliemann, A., & Brizuela, B. (2001). Can young students operate on unknowns? In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol.1, pp. 130-140). Utrecht: Utrecht University.
- Carey, S. (1985). *Conceptual change in childhood*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Carey, S. 1991. Knowledge acquisition: Enrichment or conceptual change? In S. Carey & R. Gelman (Eds.), *The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Carey, S. & Spelke, E. (1994). Domain-specific knowledge and conceptual change. In L. A. Hirschfeld and S. A. Gelman (Eds), *Mapping the Mind: Domain Specificity in Cognition and Culture*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Chi, M. T. H. (1992). Conceptual change within and across ontological categories: Examples from learning and discovery in science. In R. Giere (Ed.), *Cognitive Models of Science: Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, (pp. 129-186). University of Minnesota Press: Minneapolis, MN.
- Chi, M. T. H., (υπό έκδοση). Three Kinds of Conceptual Change: Belief Revision, Mental Model Transformation, and Ontological Shift. Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., & Glaser, R. (1981). Categorization and representation in physics problems by experts and novices. *Cognitive Science*, 5, pp. 121-152.

- Chi, M.T.H. & Koeske, R.D. (1983). Network Representation of a Child's Dinosaur Knowledge. *Developmental Psychology* 19(1), 29-39.
- Chinn, C. A., & Brewer, W. F. (1993). The role of anomalous data in knowledge acquisition: A theoretical framework and implications for science instruction. *Review of Educational Research*, 63, 1-49.
- Chomsky, N. (1988). *Language and problems of knowledge*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Dehaene, S. (1998). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Harmondsworth, Middlesex, England: The Penguin Press (First published by Oxford University Press, 1997).
- Diakidoy, I.A., Vosniadou, S., & Hawks J. (1997). Conceptual change in Astronomy: Models of the earth and of the Day/night cycle in American-Indian children. *European Journal of Psychology of Education*, XII, 159-184.
- Duit, R., (2007). Science Education Research Internationally: Conceptions, Research Methods, Domains of Research. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 3(1), 3-15.
- Duit, R., Treagust, D., & Widodo, A. (υπό έκδοση) Teaching Science for Conceptual Change – Theory and Practice. Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Feyerabend, P. K., (1962). Explanation, reduction, and empiricism. In H. Feigl & G. Maxwell (Eds.), *Minnesota studies in the philosophy of science (Vol. 3): Scientific explanation, space and time*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Fischbein, E., Deri, M., Nello, M., & Marino, M. (1985). The role of implicit models in solving problems in multiplication and division. *Journal for Research in Mathematics Education*, 16, 3–17.
- Gallistel, R. (1990). *The Organization of Learning*. Cambridge, Ma.: MIT Press.
- Gelman, R. (1990). First principles organize attention to and learning about relevant data: Number and animate-inanimate distinction as examples. *Cognitive Science*, 14, pp. 79-106.
- Gelman, R. (1991). Epigenetic foundations of knowledge structures: Initial and transcendent constructions. In S. Carey and R. Gelman (Eds.), *The epigenesis of mind: Essays on biology and cognition* (pp.293-322). Hilldale, NJ: Erlbaum.
- Gelman, R. (1994). Constructivism and supporting environments. In D. Tirosh (Ed.), *Implicit and explicit knowledge: An educational approach* (pp. 55-82). New York: Ablex.
- Gelman, R. (2000). The epigenesis of mathematical thinking. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 21, pp. 27–37.
- Goodman, N. (1972). Seven strictures on similarity. In N. Goodman (Ed.), *Problems and projects* (pp. 341--352). New York: Bobbs-Merrill.

- Greer, B. (2004). The growth of mathematics through conceptual restructuring. In S. Vosniadou & L. Verschaffel, *The Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching, Special Issue of Learning and Instruction*, 14(5), 541-548.
- Greer, B. (2006). Designing for conceptual change. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds), *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp. 175–178). Prague: PME.
- Greer, B., & Verschaffel, L. (2007). Nurturing conceptual change in mathematics education. In S. Vosniadou, A. Baltas, & X. Vamvakoussi (Eds.), *Reframing the conceptual change approach in learning and instruction* (pp. 319-328). Oxford: Elsevier.
- Haslam, F. & Treagust, D.F., (1987). Diagnosing secondary students' misconceptions of photosynthesis and respiration in plants using a two-tier multiple choice instrument. *Journal of Biological Education*, 21(3), pp. 203-211.
- Hatano, G. (Guest Editor), (1994). Introduction: Conceptual Change – Japanese Perspectives. *Special Issue of Human Development*, 37(4), pp. 189-197.
- Hatano, G., (1996). A conception of knowledge acquisition and its implications for mathematics education, In Steffe, L. P. & Nesher, P., (Eds.) *Theories of Mathematical Learning*, Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, NJ.
- Hatano, G. (2002). [Review of the book *The theory and practice of cultural-historical psychology*]. *Mind, Culture, and Activity: An International Journal*, 9, 238–240.
- Hatano, G., & Inagaki, K. (1991). Sharing cognition through collective comprehension activity. In L. B. Resnick, J.M. Levine & S. D. Teasley (Eds.), *Socially shared cognition* (pp. 331–348). Washington, DC: American Psychological Association.
- Hatano, G. & Inagaki, K. (1997) Qualitative changes in intuitive biology. *European Journal of Psychology of Education*, Vol. XII, 111-130.
- Hatano, G. & Inagaki, K. (2003). When is conceptual change intended? A cognitive-sociocultural view. In G.M. Sinatra & P.R. Pintrich (eds.). *Intentional conceptual change*, pp. 407-427, Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hayes, B. K., Goodhew, A., Heit, E., & Gillan, J. (2003). The role of diverse instruction in conceptual change. *Journal of Experimental Child Psychology*, 86, 253-276.
- Inagaki, K. & Hatano, G. (2003). Conceptual and linguistic factors in inductive projection: How do young children recognize commonalities between animals and plants? In D. Gentner & S. Goldin-Meadow (Eds.), *Language in Mind* (pp. 313-333). Cambridge, MA: MIT Press.
- Inagaki, K., Hatano, G. and Moritas, E. (1998). Construction of mathematical knowledge through whole class discussion, *Learning and Instruction*, 8, 503–526.

- Ioannides, C., & Vosniadou, S. (2002). The changing meanings of force. *Cognitive Science Quarterly*, 2(1), 5-62.
- Ιωαννίδου, Ι. & Βοσνιάδου, Σ. (2001). Η Ανάπτυξη των Γνώσεων για τη Διαστρωμάτωση και Σύσταση του Εσωτερικού της Γης – Επιπτώσεις στη Διδασκαλία. *Παιδαγωγική Επιθεώρηση*, 31, 107-149.
- Itakura, K. (1962). Instruction and learning of concept force in static based on Kasetsu-Jikken-Jugyo (Hypothesis – Experiment – Instruction): A new method of science teaching. *Bulletin of National Institute for Educational Research*, 52. (in Japanese)
- Keil, F. C. (1981). Constraints on knowledge and cognitive development, *Psychological Review* 88, pp. 197-227.
- Keil, F. C. (1990). Constraints on constraints: Surveying the epigenetic landscape. *Cognitive Science*, 14, pp. 135-168.
- Keil, F. C., (1994). *Concepts, Kinds, and Cognitive Development* Cambridge, MA: MIT Press.
- Khoury, H. A., & Zazkis, R. (1994). On fractions and non-standard representations: Preservice teachers' concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 27, 191–204.
- Kikas, E. (1998). The impact of teaching on students' definitions and explanations of astronomical phenomena. *Learning and Instruction*, 8(5), 439–454.
- Kitcher, P. (1983). *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford, Oxford University Press.
- Kuhn, T. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: Chicago Press.
- Kyrkos, Ch., & Vosniadou, S., (1997). *Mental models of plant nutrition: A study of conceptual change in childhood*. Poster presented at the seventh European Conference for Research on Learning and Instruction, Athens, Greece.
- Malara, N. (2001). From fractions to rational numbers in their structure: Outlines for an innovative didactical strategy and the question of density. In: J. Novotná (Ed.), *Proceedings of the 2nd Conference of the European Society for Research Mathematics Education II* (pp. 35–46). Praga: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická Faculta.
- Mali, G. B. & Howe, A. (1979). Development of Earth and gravity concepts among Nepali children. *Science Education*, 63(5), pp. 685-691.
- Markman, E. M. (1989). *Categorization and Naming in Children: Problems of Induction*. MIT Press.
- Markovitz, Z., & Sowder, J. (1991). Students' understanding of the relationship between fractions and decimals. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 13(1), 3–11.
- Maria, K. (1993). *The Development of Earth Concepts*. Paper presented at the Third International Seminar on Misconceptions and Educational Strategies in Science and Mathematics, Ithaca, NY.

- Maria, K. (1997a). A case study of conceptual change in a young child. *Elementary School Journal*, 98, 67-88.
- Maria, K. (1997b). *Conceptual change in a young girl: A longitudinal case study*. Paper presented at the annual meeting of the National Reading Conference, Scottsdale, AZ.
- Medin, D.L. & Rips, L.J. (2005) Concepts and categories: memory, meaning, and metaphysics. In Holyoak, K.J. & Morrison, R.G. (Eds) *Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 37–72). Cambridge: Cambridge University Press.
- Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2002). Conceptual change in mathematics: Understanding the real numbers. In: M. Limon, & L. Mason (Eds), *Reconsidering conceptual change: Issues in theory and practice* (pp. 233–258). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Merenluoto, K., & Lehtinen, E. (2004). Number concept and conceptual change: Outlines for new teaching strategies. *Learning and Instruction*, 14, 519–534.
- Miyake, N. (1986). Constructive Interaction and the Iterative Process of Understanding. *Cognitive Science*, 10, 151-177.
- Miyake, N. (υπό δημοσίευση). Conceptual Change through Collaboration. Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Moskal, B. M., & Magone, M. E. (2000). Making sense of what students know: Examining the referents, relationships and modes students displayed in response to a decimal task. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 313–335.
- Moss, D., (2005). Magnetic fields in A stars. In J. Zverko, J. Ziznovsky, S.J. Adelman, & W.W. Weiss, (Eds.) *Proceedings of the International Astronomical Union Symposium No. 224* (pp. 245-252). Cambridge University Press
- Nersessian, N. (1992). How do scientists think? Capturing the dynamics of conceptual change in science. In R. N. Giere (Ed.), *Minnesota studies in philosophy of science: Vol. 15. Cognitive models of science*. Minneapolis: University of Minnesota Press.
- Nersessian, N. J., (υπό δημοσίευση). Mental Modelling, Situated Reasoning, and Conceptual Change. Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.
- Neumann, R. (1998). Students' ideas on the density of fractions. In: H. G. Weigand, A. Peter-Koop, N. Neil, K. Reiss, G. Torner, & B. Wollring (Eds), *Proceedings of the annual meeting of the Gesellschaft für Didaktik der Mathematik* (pp. 97–104). Retrieved March 21, 2005 from <http://webdoc.sub.gwdg.de/ebook/e/gdm/1998/>
- Ni, Y., & Zhou, Y-D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27–52.

- Nobes, G., Martin, A.E., & Panagiotaki, G., (2005). The development of scientific knowledge of the Earth. *British Journal of Developmental Psychology*, 23, pp. 47-66.
- Nunes, T. (2007). *Understanding Rational Numbers*, Invited Talk at the 12th European Conference for Research on Learning and Instruction, Budapest, Hungary.
- Nussbaum, J. (1979). Children's conception of the earth as a cosmic body: A cross-age study. *Scientific Education*, 63, pp. 83-
- Nussbaum, J. (1985). The earth as a cosmic body. In R. Driver, E. Guesne & A. Tiberghien (Eds.), *Children's Ideas in Science*. Open University Press, Milton Keynes.
- Nussbaum, J., & Novak, J. D. (1976). An assessment of children's concepts of the earth utilizing structured interviews. *Science Education*, 60, 535–550.
- O'Connor, M. C. (2001). "Can any fraction be turned into a decimal?" A case study of a mathematical group discussion. *Educational Studies in Mathematics*, 46, 143–185.
- Opfer, J. E., & Siegler, R. S. (2004). Revisiting preschoolers' *living things* concept: A microgenetic analysis of conceptual change in basic biology. *Cognitive Psychology*, 49, 301-332.
- Posner, G. J., Strike, K. A., Hewson, P. W., & Gertzog, W. A. (1982). Accommodation of a scientific conception: towards a theory of conceptual change. *Science Education*, 66, pp. 211–227.
- Resnick, L.B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perimutter (Ed.), *Perspectives on intellectual development: The Minnesota Symposia on child Psychology* (Vol.19, pp.159-194). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Resnick, L.B. (2006). The dilemma of mathematical intuition in learning. In J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká, & N. Stehlíková (Eds), *Proceedings of the 30th conference of the international group for the psychology of mathematics education* (Vol. 1, pp.173-175). Prague: PME.
- Rogoff, B., (1990). *Apprenticeship in thinking: Cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.
- Samarapungavan, A., Vosniadou, S., & Brewer, W.F. (1996). Mental models of the earth, sun, and moon: Indian children's cosmologies. *Cognitive Development*, 11, 491-521.
- Siegal, M., Butterworth, G., & Newcombe, P.A. (2004). Culture and children's cosmology, *Developmental Science*, 7(3), pp. 308-324.
- Sinatra, G. M., and Pintrich, P. R., (Eds.), (2003). *Intentional conceptual change*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Skopeliti, I., & Vosniadou, S. (2006, July). The Influence of Refutational Texts on Children's Ideas about the Earth. In R. Sun & N. Miyake (Eds.) *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Cognitive Science Society* (pp. 2608), Vancouver, Canada.

- Skopeliti, I. & Vosniadou, S. (2007). The Influence of Refutational & Categorical Information on Children's Scientific Understanding. In S. H. Broughton (Chair) *Exploring the Nature of the Refutation Text Effect in Conceptual Change, Symposium conducted at the 12th European Conference for Research on Learning and Instruction, Budapest, Hungary*
- Smith, C., Carey, S., & Wiser, M. (1985). On differentiation: A case study of the development of the concepts of size, weight, and density. *Cognition*, 21, 177-237.
- Smith, C. L., Solomon, G. E. A., & Carey, S. (2005). Never getting to zero: Elementary school students' understanding of the infinite divisibility of number and matter. *Cognitive Psychology*, 51, 101-140.
- Stafylidou, S., & Vosniadou, S. (2004). Students' understanding of the numerical value of fractions: A conceptual change approach. *Learning and Instruction*, 14, 503-518.
- Thagard, P. (1988). *Computational Philosophies of Science*. A Bradford Book. MIT Press, Cambridge, Massachusetts.
- Tirosh, D., Fischbein, E., Graeber, A. O., & Wilson, J. W. (1999). *Prospective elementary teachers' conceptions of rational numbers*. Retrieved May 05, 2005 from <http://jwilson.coe.uga.edu/Texts.Folder/Tirosh/Pros.El.Tchrs.html>
- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2004). Understanding the structure of the set of rational numbers: A conceptual change approach. *Learning and Instruction*, 14, 453-467.
- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (2007). How many numbers are there in a rational numbers interval? Constraints, synthetic models and the effect of the number line. In S. Vosniadou, A. Baltas, & X. Vamvakoussi (Eds.), *Reframing the conceptual change approach in learning and instruction* (pp.265-282). Oxford: Elsevier.
- Vamvakoussi, X., & Vosniadou, S. (υπό προετοιμασία).
- Verschaffel, L., & Vosniadou, S. (Eds.). (2004). The conceptual change approach to mathematics learning and teaching. *Learning and Instruction*, 14, 445-548.
- Vosniadou, S., (1989). Analogical Reasoning and Knowledge Acquisition: A Developmental Perspective. In S. Vosniadou & A. Ortony (Eds.), *Similarity and analogical reasoning*, (pp. 413-422). New York: Cambridge University Press.
- Vosniadou, S. (2000). Conceptual Change Research and the Teaching of Science. In H. Behrendt, H. Dahnck, R. Duit, W. Graber, M. Komorek, A. Kross & P. Reiska (Eds.), *Research in Science Education: Past, Present and Future*. Kluwer Academic Publishers, 177-188.
- Vosniadou, S. (2003). Exploring the relationships between conceptual change and intentional learning. In G. M. Sinatra & P. R. Pintrich (Eds.), *Intentional conceptual change* (pp. 377-406). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

- Vosniadou, S. (2006). The Conceptual Change Approach in the Learning and Teaching of Mathematics: An introduction. In Novotná, J., Moraová, H., Krátká, M. & Stehliková, N. (Eds.), *Proceedings, 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 1*, pp. 155-159. Prague: PME.
- Vosniadou, S., (2007 α). The conceptual change approach and its re-framing. In S. Vosniadou, A., Baltas, , & X., Vamvakoussi, (Eds.). *Reframing the conceptual change approach in learning and instruction*. Oxford: Elsevier.
- Vosniadou, S., (2007 β). Conceptual Change and Education. *Human Development*, 50(1), pp. 47-54
- Vosniadou, S., Baltas, A., & Vamvakoussi, X. (Eds.). *Reframing the conceptual change approach in learning and instruction*. Oxford: Elsevier.
- Vosniadou, S. & Brewer, W.F., (1992). Mental models of the earth: A study of conceptual change in childhood. *Cognitive Psychology*, 24, pp. 535-585.
- Vosniadou, S. & Brewer, W.F. (1994). Mental models of the day/night cycle. *Cognitive Science*, 18, pp. 123-183.
- Vosniadou, S., Ioannides, C., Dimitrakopoulou, A., & Papademetriou, E. (2001). Designing learning environments to promote conceptual change in science. *Learning and Instruction*, 11, pp. 381–419.
- Vosniadou, S. & Skopeliti, I. (2005). Developmental Shifts in Children’s Categorization of the Earth, In B. G. Bara, L.Barsalou, & M. Bucciarelli (Eds.) *Proceedings of the XXVII Annual Conference of the Cognitive Science Society*, pp. 2325-2330.
- Vosniadou, S., Skopeliti, I., & Ikospentaki, K., (2004). Modes of knowing and ways of reasoning in elementary astronomy, *Cognitive Development*, 19, pp. 203-222.
- Vosniadou, S., Skopeliti, I., & Ikospentaki, K., (2005). Reconsidering the Role of Artifacts in Reasoning: Children’s Understanding of the Globe as a Model of the Earth, *Learning and Instruction*, 15, pp. 333-351.
- Vosniadou, S., & Vamvakoussi, X. (2006). Examining mathematics learning from a conceptual change point of view: Implications for the design of learning environments. In L. Verschaffel, F. Dochy, M. Boekaerts and S.Vosniadou (Eds.), *Instructional psychology: Past, present and future trends - Fifteen essays in honour of Erik De Corte* (pp. 55-72). Oxford: Elsevier.
- Vosniadou, S. & Verschaffel, L., (2004). Extending the Conceptual Change Approach to Mathematics Learning and Teaching. In L. Verschaffel and S. Vosniadou (Guest Editors), *Conceptual Change in Mathematics Learning and Teaching, Special Issue of Learning and Instruction*, 14(5), pp. 445-451.
- Vygotsky, L.S., (1978). *Mind and society: The development of higher mental processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

- Wandersee, J.H. (1983). Students' misconceptions about photosynthesis: A cross-age study. In H. Helm & J.D. Novak (Eds.) *Proceedings of the International Seminar: Misconceptions in Science and Mathematics*, (pp. 441-446), Cornell University, Ithaca, N:Y.
- Wellman, H. M. (1990). *The child's theory of mind*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Wellman, H.M., & Gelman, S.A. (1998). Knowledge acquisition in foundational domains. In D. Kuhn & R. Siegler (Eds.), *Cognition, perception and language. Volume 2 of the Handbook of child psychology*, 5th edn. (pp. 523–573). New York: Wiley.
- Wiser, M. & Carey, S. (1983). When heat and temperature were one. In D. Gentner & A. Stevens (Eds.), *Mental models* (pp. 267–297). Hillsdale, NH: Erlbaum.
- Wiser, M. & Smith, C. L. (υπό έκδοση). Learning and Teaching about Matter in Grades K-8: When should the atomic-molecular theory be introduced? Στο S. Vosniadou (Ed.) *International Handbook of Research on Conceptual Change*. Routledge.

Πίνακας 1: Η έννοια της Γης

Αφελής Αντίληψη	Επιστημονική Αντίληψη
<ul style="list-style-type: none">• Η γη είναι επίπεδη• Στηρίζεται σε χώμα, νερό, κ.τ.λ.• Δεν κινείται• Ο ουρανός και τα ουράνια σώματα είναι από πάνω της• Γεωκεντρικό σύστημα	<ul style="list-style-type: none">• Η γη είναι σφαιρική• Αιωρείται στο διάστημα• Περιστρέφεται και περιφέρεται• Ο Ουρανός και τα ουράνια σώματα είναι γύρω της• Ηλιοκεντρικό σύστημα
↑	↑
Γη ως φυσικό σώμα	Γη ως ουράνιο σώμα

Πίνακας 2: Ποσοστά Απαντήσεων ανά Τάξη στις Ερωτήσεις Κατηγοριοποίησης

Ερωτήσεις	Είδος Απάντησης	Α' Τάξη N=43	Ε' Τάξη N=19
1. Θέλω να βάλεις σε ομάδες τα πράγματα που νομίζεις ότι ταιριάζουν μεταξύ τους.	1α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – δύο ομάδες – Η γη με τα ουράνια (3)	21%	47%
	1β. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – περισσότερες από δύο ομάδες – Η γη με τα ουράνια (3)	13%	32%
	2α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – δύο ομάδες – Η γη με τα φυσικά (2)	6%	-
	2β. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – περισσότερες από δύο ομάδες – Η γη με τα φυσικά (2)	14%	5%
	3. Δεν διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα (1)	44%	16%
	4. Δεν ξέρω (0)	2%	-
2. Μπορείς να μου κάνεις μόνο δύο ομάδες με τα αντικείμενα αυτά;	1α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – Η γη με τα ουράνια (3)	27%	79%
	2α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – Η γη με τα φυσικά (2)	11%	5%
	3. Δεν διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα (1)	36%	16%
	4. Δεν ξέρω (0)	16%	-
3. Μπορείς να βάλεις σε μια ομάδα τα πράγματα που ταιριάζουν με τη γη και μια άλλη αυτά που δεν ταιριάζουν;	1α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – Η γη με τα ουράνια (3)	42%	90%
	2α. Διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα – Η γη με τα φυσικά (2)	35%	10%
	3. Δεν διαχωρίζει ουράνια από φυσικά σώματα (1)	23%	-

Πίνακας 3. Η έννοια του αριθμού

<i>Η έννοια του αριθμού στα παιδιά</i> (πριν εκτεθούν σε συστηματική διδασκαλία για τους ρητούς)	<i>Η μαθηματική έννοια του ρητού αριθμού</i>
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι αριθμοί είναι μετρητές διακριτών ποσοτήτων 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι αριθμοί δεν μετράνε οπωσδήποτε διακριτές ποσότητες
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι αριθμοί είναι διακριτοί: Κάθε αριθμός έχει ένα μοναδικό επόμενο ▪ Υπάρχει ελάχιστος αριθμός (0 ή 1) 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι αριθμοί είναι πυκνοί: Ανάμεσα σε οποιουσδήποτε δύο διαφορετικούς ρητούς υπάρχουν άπειροι αριθμοί. ▪ Δεν υπάρχει ελάχιστος αριθμός
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οι αριθμοί μπορούν να διαταχθούν με βάση της θέσης τους στη σειρά των αριθμών ▪ Περισσότερα ψηφία σημαίνει μεγαλύτερος αριθμός 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Η διάταξη δεν μπορεί να στηριχθεί σε στρατηγικές που ισχύουν για τους φυσικούς ▪ Περισσότερα ψηφία δεν σημαίνει απαραίτητα μεγαλύτερος αριθμός π.χ. $3,2 > 3,197$
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Η πρόσθεση και ο πολλαπλασιασμός «μεγαλώνουν τους αριθμούς» ▪ Η αφαίρεση και η διαίρεση «μικραίνουν τους αριθμούς» 	<p>Το αποτέλεσμα των πράξεων εξαρτάται από τους αριθμούς που συμμετέχουν π.χ.</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Προσθέτοντας έναν αρνητικό αριθμό ή πολλαπλασιάζοντας με αριθμό μικρότερο της μονάδας καταλήγουμε σε μικρότερο αποτέλεσμα
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Κάθε αριθμός έχει μοναδική συμβολική αναπαράσταση 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Οποιοσδήποτε αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί είτε ως δεκαδικός, είτε ως κλάσμα. Επιπλέον, οποιοσδήποτε αριθμός μπορεί να αναπαρασταθεί με διάφορους τρόπους ως δεκαδικός και ως κλάσμα

Πίνακας 4. Συνθετικά μοντέλα για διαστήματα με ρητά άκρα

Κατηγορία	Μοντέλα	Α΄ Γυμνασίου (N=181)	Γ΄ Γυμνασίου (N=166)	Β΄ Λυκείου (N=202)	Σύνολο
ΠΕΠ (N=185)	Πάντα πεπερασμένο πλήθος - Αρχικό μοντέλο	19 (25.0%)	21 (42.9%)	15 (25.0%)	55 (29.7%)
	Πάντα ή κυρίως πεπερασμένο πλήθος για δεκαδικούς και κλάσματα	20 (26.3%)	10 (20.4%)	11 (18.3%)	41 (22.2%)
	Άπειρο για φυσικούς, κυρίως πεπερασμένο για δεκαδικούς και κλάσματα	16 (21.1%)	5 (10.2%)	15 (25.0%)	36 (19.5%)
	Μικτό (1)	21 (27.6%)	13 (26.5%)	19 (31.7%)	53 (28.6%)
	Σύνολο στην Κατηγορία ΠΕΠ	76	49	60	185
ΠΕΠ/ΑΠ (N=160)	Άπειρο για τους φυσικούς, κυρίως πεπερασμένο για δεκαδικούς και κλάσματα	2 (2.9%)	2 (4.8%)	5 (10.0%)	9 (5.6%)
	Κυρίως άπειρο για δεκαδικούς, κυρίως πεπερασμένο για κλάσματα	23 (33.8%)	6 (14.3%)	10 (20%)	39 (24.4%)
	Κυρίως πεπερασμένο για δεκαδικούς, κυρίως άπειρο για κλάσματα	8 (11.8%)	3 (7.1%)	10 (20%)	21 (13.1%)
	Μικτό (2)	35 (51.5%)	31 (73.8%)	25 (50.0%)	91 (56.9%)
	Σύνολο στην Κατηγορία ΠΕΠ/ΑΠ	68	42	50	160
ΑΠ (N=204)	Κυρίως άπειρο για δεκαδικούς, κυρίως πεπερασμένο για κλάσματα	1 (2.7%)	3 (4%)	4 (4.3%)	8 (3.9%)
	Κυρίως πεπερασμένο για δεκαδικούς, κυρίως άπειρο για κλάσματα	0 (0%)	0 (0%)	2 (2.2%)	2 (1%)
	Πάντα άπειρο –Άπειρία με περιορισμούς	3 (8.1%)	5 (6.7%)	12 (13.0%)	20 (9.8%)
	Πάντα άπειρο- Επιστημονικό μοντέλο	5 (13.5%)	33 (44.0%)	38 (41.3%)	76 (37.3%)
	Μικτό (3)	28 (75.7%)	34 (45.3%)	36 (39.1%)	98 (48%)
	Σύνολο στην Κατηγορία ΑΠ	37	75	92	204

Πίνακας 5. Συνθετικά μοντέλα για τη φωτοσύνθεση

1. Αρχική Εξήγηση	Τα φυτά τρέφονται από το χώμα μέσω των ριζών τους. Η τροφή συγκεντρώνεται μέσα στο φυτό και το βοηθάει να αναπτυχθεί. Τα φυτά δεν αναπνέουν.
2. Η φωτοσύνθεση ως αναπνοή, διαχωρισμένη από τη διαδικασία λήψης τροφής	Η φωτοσύνθεση αφορά στην αναπνοή χωρίς να επηρεάζει την αρχική εξήγηση που σχετίζεται με τη λήψη τροφής. Τα φυτά εισπνέουν μολυσμένο αέρα, τον καθαρίζουν, και εκπνέουν καθαρό αέρα.
3. Η φωτοσύνθεση ως διαδικασία λήψης τροφής	Τα φυτά τρέφονται από το χώμα και το νερό μέσω των ριζών τους. Επίσης, τρέφονται από τον αέρα και το φως μέσω των φύλλων τους (O, CO ₂).
4. Η φωτοσύνθεση ως επαναλαμβανόμενη διαδικασία λήψης τροφής	Τα φυτά τρέφονται από το χώμα και την ατμόσφαιρα και επιπλέον χρησιμοποιούν το νερό και O ή CO ₂ για να δημιουργήσουν τροφή στα φύλλα τους μέσω της διαδικασίας της φωτοσύνθεσης (μίξη όχι χημική αντίδραση)

Πίνακας 6. Εξηγήσεις για την ανάπτυξη των φυτών

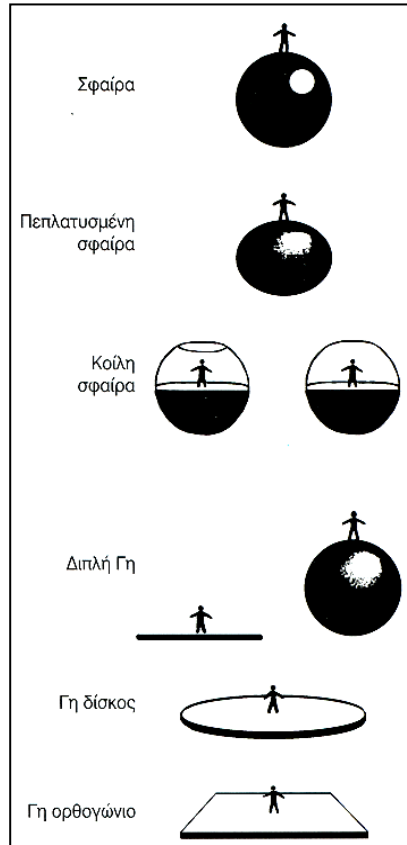
Ανάπτυξη φυτών (Φωτοσύνθεση)	
Αρχική εξήγηση	Επιστημονική εξήγηση
Τα φυτά τρέφονται από το χώμα (νερό ή άλλες θρεπτικές ουσίες) μέσω των ριζών τους	Τα φυτά δημιουργούν μόνα τους την τροφή τους μέσω της διαδικασίας της φωτοσύνθεσης
Τα φυτά αναπτύσσονται καθώς η τροφή συγκεντρώνεται σε μικρές ποσότητες στο εσωτερικό τους	Η φωτοσύνθεση είναι μία χημική διαδικασία κατά την οποία χρησιμοποιείται η ηλιακή ενέργεια προκειμένου να μετατρέψει νερό+ CO ₂ σε οργανικά στοιχεία όπως γλυκόζη. Επιπλέον, δημιουργείται το οξυγόνο και είτε αποθηκεύεται στο φυτό είτε απελευθερώνεται στην ατμόσφαιρα
Τα φυτά δεν αναπνέουν	Τα φυτά παίρνουν CO ₂ από την ατμόσφαιρα και το χρησιμοποιούν κατά τη διαδικασία της φωτοσύνθεσης. Υπό αυτή την έννοια η «αναπνοή» στα φυτά σχετίζεται με την ανάπτυξη τους



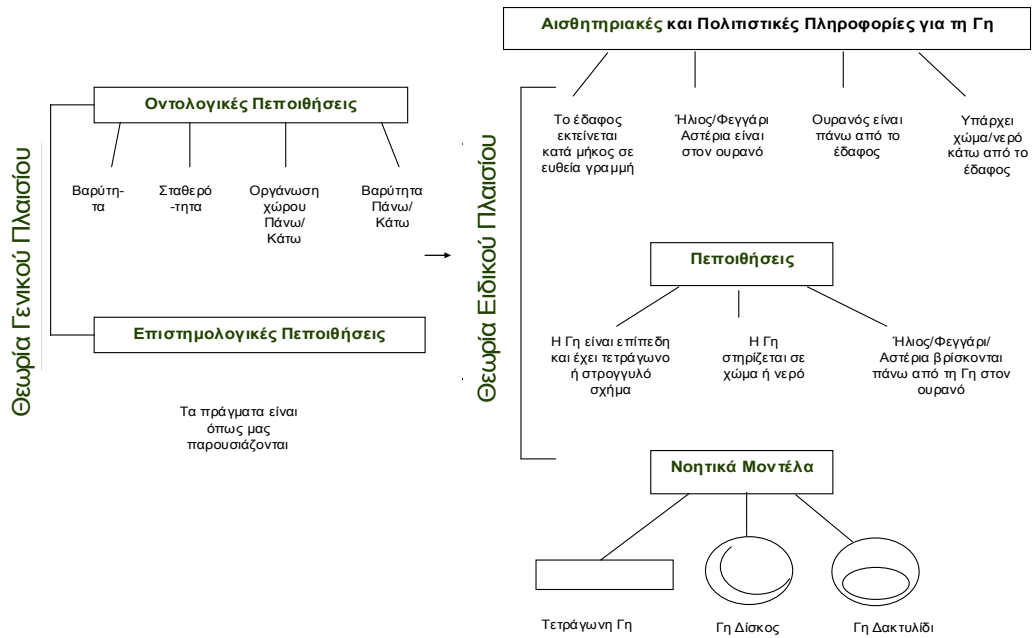
Συνθετικά Μοντέλα



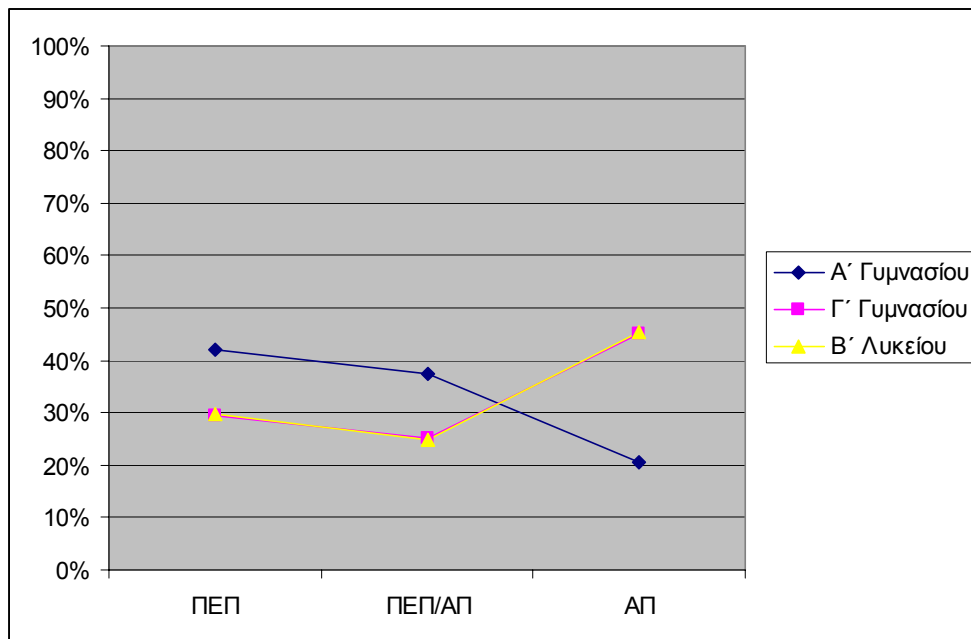
Γράφημα 1: Νοητικά Μοντέλα της Γης







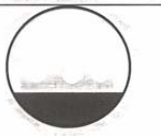

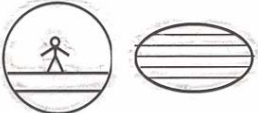
Γράφημα 2: Υποθετικές Εννοιολογικές Δομές που Καθοδηγούν τη Δημιουργία Αρχικών Νοητικών Μοντέλων της Γης από τα Παιδιά



Γράφημα 3. Ποσοστά των μαθητών ανά τάξη στις κατηγορίες ΠΕΠ, ΠΕΠ/ΑΠ, ΑΠ



Γράφημα 4. Συχνότητες μοντέλων για τη διαστρωμάτωση και σύστασης του εσωτερικού της γης ανά τάξη.

		1 ^η τάξη	6 ^η τάξη	11 ^η τάξη
Στερεά σύνθετα υλικά σε σφαιρική διαστρωμάτωση και διάπυρα υλικά σε ευρύτερη γύρω από το κέντρο περιοχή.		0	1	1
Στερεά σύνθετα υλικά σε σφαιρική διαστρωμάτωση και διάπυρα υλικά στο κέντρο της γης.		2	12	15
Στερεά απλά ή σύνθετα υλικά σε σφαιρική διαστρωμάτωση		2	3	6
Στερεά σύνθετα υλικά σε επίπεδη διαστρωμάτωση. Διάπυρα υλικά σε διάφορα σημεία μέσα στη γη.		0	0	0
Στερεά απλά ή σύνθετα υλικά σε μικτή διαστρωμάτωση και διάπυρα υλικά στο κάτω μέρος της γης		2	0	2
Στερεά απλά υλικά σε ασαφή διαστρωμάτωση		4	0	0
Στερεά απλά υλικά σε επίπεδη διαστρωμάτωση		14	14	3
ΣΥΝΟΛΟ		24	24	24