**Άσκηση Μπεϊζιανής θεωρίας-Το πρόβλημα της σπάνιας ασθένειας**

Η πιθανότητα να έχει κάποιος την ασθένεια είναι 1/100. Φορμαλιστικά θέτουμε **Ρ(α)=1/100** [Ρ=πιθανότητα, α=ασθένεια, α΄=όχι ασθένεια]

Η πιθανότητα να μην έχει κάποιος την ασθένεια, είναι 1-Ρ(α), δηλαδή **99/100=Ρ(α΄)**

Η πιθανότητα να βγει θετικό το τεστ, δεδομένης της ασθένειας είναι Ρ(θ | α) [θ=θετικό τεστ] και αυτή ισοδυναμεί με 0.9 ή 90%. Αντίστοιχα η πιθανότητα να βγει θετικό το τεστ ενώ δεν έχει κανείς την ασθένεια είναι 1 – **Ρ(θ | α΄)=0.1** ή 10%

Αυτό που ψάχνουμε λοιπόν με τη βοήθεια της μπεϊζιανής θεωρίας, είναι η πιθανότητα να είναι κανείς άρρωστος, να έχει την ασθένεια, δεδομένου του θετικού τεστ. Αυτό δίνεται από τον τύπο:

**Ρ(α | θ)= (Ρ(θ | α) \* Ρ(α))/Ρ(θ)**

Αυτό που μένει λοιπόν είναι να βρεθεί η πιθανότητα να βγει το τεστ θετικό σε κάθε περίπτωση δηλαδή και στην ύπαρξη ασθένειας και στην ανυπαρξία της. Άρα:

**Ρ(θ)= 0.9\* 1/100 + 0.1\* 99/100= 0.009+0.099=0.108**

Το παραπάνω αποτέλεσμα προέκυψε από το γεγονός πως για να βρούμε την πιθανότητα το τεστ να βγαίνει πάντα θετικό θα πρέπει να υπολογίσουμε την πιθανότητα να είναι θετικό δεδομένης ασθένειας επί την πιθανότητα πραγματικής ασθένεια (Ρ(θ | α) \* Ρ(α)) συν την πιθανότητα να βγει το τεστ θετικό παρά την ανυπαρξία ασθένειας επί τα μη πραγματικά δείγματα δηλαδή Ρ(θ | α΄) \* Ρ(α΄). Άρα μέσω του μπεϊζιανού τύπου προκύπτει το ακόλουθο:

**Ρ(α | θ)=(0.9 \* (1/100))/0.108=9/108**