

ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΑΘΗΝΩΝ - ΙΑΤΡΙΚΗ ΣΧΟΛΗ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ

«ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΝΕΥΡΟΑΝΑΤΟΜΙΑ»

«Βιοστατιστική, Μεθοδολογία και Συγγραφή Επιστημονικής Μελέτης»,

Ενότητα 4: Μη-παραμετρικές δοκιμασίες

Δρ. Ευσταθία Παπαγεωργίου,
Αναπληρώτρια Καθηγήτρια
Τμήμα Ιατρικών Εργαστηρίων

Έλεγχος ανεξαρτησίας (συσχέτισης) 2 κατηγορικών μεταβλητών


- Παράδειγμα
 - «εξαρτάται το βρογχικό άσθμα από το κάπνισμα των γονέων; »
 - «επηρεάζει η έντονη φυσική δραστηριότητα την κατηγορία σωματικού βάρους;»
 - «οι υπερτασικοί ασθενείς διαφέρουν ανά φύλο;»

Έλεγχος ανεξαρτησίας 2 ποιοτικών χαρακτηριστικών

Το κριτήριο χ^2

Το στατιστικό κριτήριο που χρησιμοποιείται είναι το χ^2

- Είναι ένα μέτρο απόστασης δύο «καταστάσεων»


$$\chi^2 = \sum \frac{(\Pi - A)^2}{A}$$

Π =παρατηρηθείσες συχνότητες, A =αναμενόμενες συχνότητες

Η «φιλοσοφία» του κριτηρίου

Δειγματοληπτικά στοιχεία
(πραγματικά δεδομένα)

Το κριτήριο χ^2 «μετρά»
την απόσταση των δύο
πινάκων

Θεωρητικά στοιχεία που
θα είχαμε «αν δεν υπάρχει
εξάρτηση (H_0)»

X / Y	A1 (π.χ. ασθενείς)	A2 (π.χ. υγιείς)	Σύνολο
B1 (παράγοντας παρών)	a	β	R1
B2 (παράγοντας απών)	γ	δ	R2
Σύνολο	C1	C2	n



X' / Y'	A1 (π.χ. ασθενείς)	A2 (π.χ. υγιείς)	Σύνολο
B1 (παράγοντας παρών)	A'	B'	R1
B2 (παράγοντας απών)	Γ'	Δ'	R2
Σύνολο	C1	C2	n

Το κριτήριο χ^2

Με βάση τη θεωρία το κριτήριο χ^2 είναι το ακόλουθο:

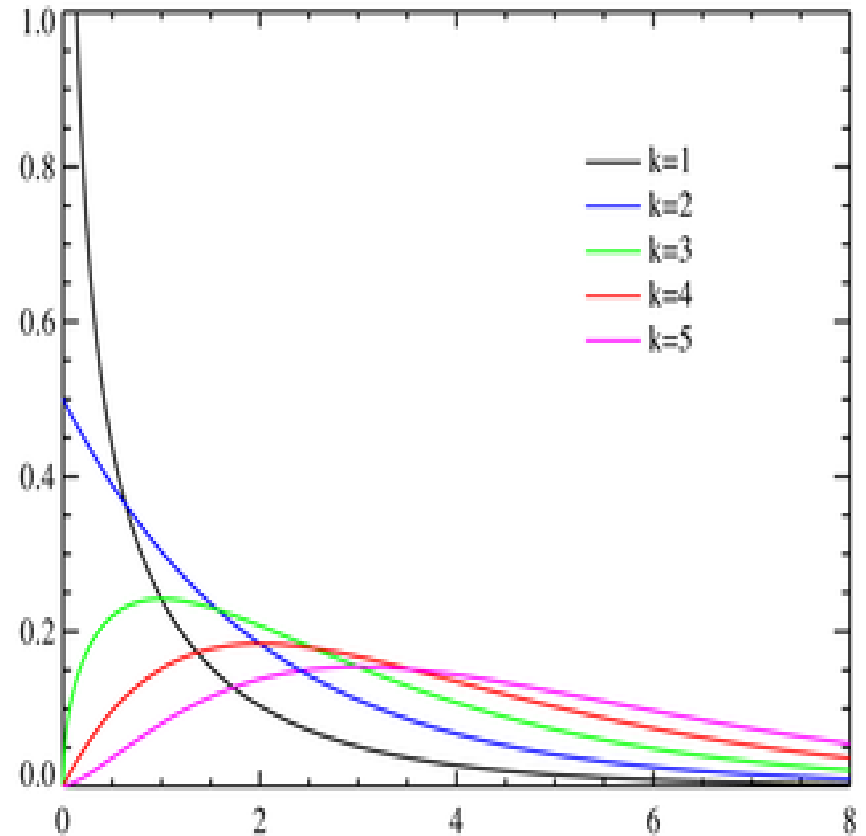
$$\chi^2 = \frac{(a - A')^2}{A'} + \frac{(\beta - B')^2}{B'} + \frac{(\gamma - \Gamma')^2}{\Gamma'} + \frac{(\delta - \Delta')^2}{\Delta'}$$

Έλεγχος ανεξαρτησίας 2 ποιοτικών χαρακτηριστικών

- Όσο πιο μεγάλες τιμές λαμβάνει το κριτήριο χ^2 (άρα $p \ll$) τόσο πιο κοντά είμαστε στο να απορρίψουμε την H_0 , **δηλαδή υπάρχει συσχέτιση.**
- Όσο πιο μικρές τιμές (≈ 0) λαμβάνει το κριτήριο χ^2 (άρα $p \gg$) τόσο πιο κοντά είμαστε στο να ΜΗΝ απορρίψουμε την H_0 , **δηλαδή δεν υπάρχει συσχέτιση.**

Η κατανομή χ^2

- Ασύμμετρη.
- Θετικά ορισμένη.
- Η μορφή της εξαρτάται από τους βαθμούς ελευθερίας $V.E = (k-1)(\lambda - 1)$ όπου k, λ ο αριθμός των γραμμών και των στηλών του πίνακα.
- Με βάση τους βαθμούς ελευθερίας και την χρήση ειδικών πινάκων υπολογίζουμε την κρίσιμη τιμή του ελέγχου ξ .



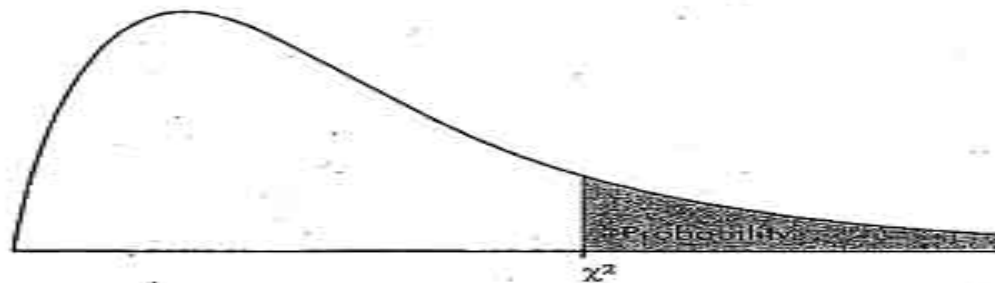


TABLE C: χ^2 CRITICAL VALUES

df	Tail probability <i>p</i>										
	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001
1	1.32	1.64	2.07	2.71	3.84	5.02	5.41	6.63	7.88	9.14	10.83
2	2.77	3.22	3.79	4.61	5.99	7.38	7.82	9.21	10.60	11.98	13.82
3	4.11	4.64	5.32	6.25	7.81	9.35	9.84	11.34	12.84	14.32	16.27
4	5.39	5.99	6.74	7.78	9.49	11.14	11.67	13.28	14.86	16.42	18.47
5	6.63	7.29	8.12	9.24	11.07	12.83	13.39	15.09	16.75	18.39	20.51
6	7.84	8.56	9.45	10.64	12.59	14.45	15.03	16.81	18.55	20.25	22.46
7	9.04	9.80	10.75	12.02	14.07	16.01	16.62	18.48	20.28	22.04	24.32
8	10.22	11.03	12.03	13.36	15.51	17.53	18.17	20.09	21.95	23.77	26.12
9	11.39	12.24	13.29	14.68	16.92	19.02	19.68	21.67	23.59	25.46	27.88
10	12.55	13.44	14.53	15.99	18.31	20.48	21.16	23.21	25.19	27.11	29.59
11	13.70	14.63	15.77	17.28	19.68	21.92	22.62	24.72	26.76	28.73	31.26
12	14.85	15.81	16.99	18.55	21.03	23.34	24.05	26.22	28.30	30.32	32.91
13	15.98	16.98	18.20	19.81	22.36	24.74	25.47	27.69	29.82	31.88	34.53
14	17.12	18.15	19.41	21.06	23.68	26.12	26.87	29.14	31.32	33.43	36.12
15	18.25	19.31	20.60	22.31	25.00	27.49	28.26	30.58	32.80	34.95	37.70
16	19.37	20.47	21.79	23.54	26.30	28.85	29.63	32.00	34.27	36.46	39.25
17	20.49	21.61	22.98	24.77	27.59	30.19	31.00	33.41	35.72	37.95	40.79
18	21.60	22.76	24.16	25.99	28.87	31.53	32.35	34.81	37.16	39.42	42.31
19	22.72	23.90	25.33	27.20	30.14	32.85	33.69	36.19	38.58	40.88	43.82
20	23.83	25.04	26.50	28.41	31.41	34.17	35.02	37.57	40.00	42.34	45.31
21	24.93	26.17	27.66	29.62	32.67	35.48	36.34	38.93	41.40	43.78	46.80
22	26.04	27.30	28.82	30.81	33.92	36.78	37.66	40.29	42.80	45.20	48.27
23	27.14	28.43	29.98	32.01	35.17	38.08	38.97	41.64	44.18	46.62	49.73
24	28.24	29.55	31.13	33.20	36.42	39.36	40.27	42.98	45.56	48.03	51.18
25	29.34	30.68	32.28	34.38	37.65	40.65	41.57	44.31	46.93	49.44	52.62
26	30.43	31.79	33.43	35.56	38.89	41.92	42.86	45.64	48.29	50.83	54.05
27	31.53	32.91	34.57	36.74	40.11	43.19	44.14	46.96	49.64	52.22	55.48
28	32.62	34.03	35.71	37.92	41.34	44.46	45.42	48.28	50.99	53.59	56.89
29	33.71	35.14	36.85	39.09	42.56	45.72	46.69	49.59	52.34	54.97	58.30
30	34.80	36.25	37.99	40.26	43.77	46.98	47.96	50.89	53.67	56.33	59.70
40	45.62	47.27	49.24	51.81	55.76	59.34	60.44	63.69	66.77	69.70	73.40
50	56.33	58.16	60.35	63.17	67.50	71.42	72.61	76.15	79.49	82.66	86.66
60	66.98	68.97	71.34	74.40	79.08	83.30	84.58	88.38	91.95	95.34	99.61
80	88.13	90.41	93.11	96.58	105.99	106.66	108.1	112.3	116.3	120.1	124.8
100	109.1	111.7	114.7	118.5	124.3	129.6	131.1	135.8	140.2	144.3	149.4

Προϋποθέσεις εφαρμογής του κριτηρίου χ^2

- Τυχαίο δείγμα και ανεξαρτησία των παρατηρήσεων
- Κανένα κελί με μηδενική τιμή
- Όλες οι αναμενόμενες τιμές των κελιών 2×2 πινάκων συνάφειας > 5
- Το 80% των κελιών πινάκων $r \times c$ να έχουν αναμενόμενες τιμές > 5

Παράδειγμα

Σε 500 μαθητές δημοτικού σχολείου μελετήθηκε η σχέση της υγείας του στόματος τους με τη χλωρίωση του νερού στην περιοχή διαμονής τους. Η κατανομή των 500 μαθητών ανάλογα με την υγεία του στόματος και τη χλωρίωση του νερού ήταν:

Χλωρίωση νερού	Υγεία στόματος		
	Κακή	Μέτρια	Καλή
Ανεπαρκής	80	120	75
Επαρκής	40	80	105
Σύνολο	120	200	180

Σχετίζεται η υγεία του στόματος των μαθητών με τη χλωρίωση του νερού;

Η μηδενική υπόθεση στην δοκιμασία X^2 αφορά στην ανεξαρτησία των μεταβλητών.

Αρχικά θα υπολογίσουμε τα θεωρητικά μεγέθη δηλ. τα «Expected», τα οποία συμβολίζονται με E στον κάτωθι τύπο. Με O συμβολίζονται τα παρατηρούμενα δηλ. τα «Observed».

$$X^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$$

Εν συνεχεία με τον ανωτέρω τύπο υπολογίζουμε την τιμή του κριτηρίου X^2 (χι-τετράγωνο) και την συγκρίνουμε με την τιμή της κατανομής X^2 , προκειμένου να αποφανθούμε.

$$R = \{ X^2 > X^2_{(s-1)(k-1); \alpha} \}$$

Όπως φαίνεται στο παρακάτω παράθυρο «Frequency Table» τα θεωρητικά μεγέθη εμφανίζονται κάτω από τα παρατηρούμενα:

Χλωρίωση * Υγεία Στόματος Crosstabulation						
			Υγεία Στόματος			Total
			1	2	3	
Χλωρίωση	1	Count	80	120	75	275
		Expected Count	66,0	110,0	99,0	275,0
	2	Count	40	80	105	225
		Expected Count	54,0	90,0	81,0	225,0
Total		Count	120	200	180	500
		Expected Count	120,0	200,0	180,0	500,0

Παρατηρούμε ότι η τιμή του χ^2 κριτηρίου είναι 21.55, οι βαθμοί ελευθερίας 4 ενώ η τιμή του P-Value 0.0002 το οποίο μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι με βεβαιότητα 99% απορρίπτουμε την H_0 αφού η τιμή του είναι μικρότερη από το επίπεδο σημαντικότητας α ($0,0002 < 0,01$). Συνεπώς, η υγεία του στόματος των μαθητών δεν είναι ανεξάρτητη της χλωρίωσης του νερού που πίνουν.

Chi-Square Tests			
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	21,549 ^a	2	,000
Likelihood Ratio	21,661	2	,000
Linear-by-Linear Association	19,886	1	,000
N of Valid Cases	500		

Σε αυτό το σημείο η άσκηση με την χρήση του στατιστικού λογισμικού λύθηκε. Αν θελήσουμε όμως παραπάνω πληροφορίες για τις ποσοστιαίες αναλογίες των παρατηρούμενων τιμών ή για τον υπολογισμό των θεωρητικών τιμών κάνουμε τα εξής επιπλέον βήματα:

Παρατηρούμε ότι η τιμή του κριτηρίου Χ-τετράγωνο είναι 21.549, οι βαθμοί ελευθερίας 2 και η τιμή του p-value ίση με μηδέν το οποίο μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι δεν μπορούμε να δεχτούμε την μηδενική υπόθεση. Συνεπώς η υγεία του στόματος των μαθητών δεν είναι ανεξάρτητη της χλωρίωσης του νερού που πίνουν.

Chi-Square Tests			
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	21,549 ^a	2	,000
Likelihood Ratio	21,661	2	,000
Linear-by-Linear Association	19,886	1	,000
N of Valid Cases	500		

between rows and columns, which you can run by choosing Chi-Square Test on the list of Tabular Options.

Frequency Table

	kaki	kalh	metria	Row Total
row_1	80	75	120	275
	8,00%	7,50%	12,00%	27,50%
row_2	40	105	80	225
	4,00%	10,50%	8,00%	22,50%
row_3	120	180	200	500
	12,00%	18,00%	20,00%	50,00%
column total	240	360	400	1000
	24,00%	36,00%	40,00%	100,00%

Chi-Square Test

Συμπεράσματα

Έλεγχος ανεξαρτησίας 2 ποιοτικών χαρακτηριστικών

- Ο έλεγχος χ^2 **αναδεικνύει** πιθανή εξάρτηση μεταξύ 2 κατηγορικών μεταβλητών.
- Ο έλεγχος χ^2 **ΔΕΝ αναδεικνύει** γραμμική σχέση μεταξύ 2 κατηγορικών μεταβλητών.
- Ο έλεγχος χ^2 **ΔΕΝ αναδεικνύει** επιμέρους διαφορές στις κατηγορίες των κατηγορικών μεταβλητών.

Βιβλιογραφία 1/6

Ελληνική:

- Σταυρινός Βασίλης Γ., Παναγιωτάκος Δημοσθένης Β. Βιοστατιστική, Εκδόσεις Γ. Δαρδάνος - Κ. Δαρδάνος Ο.Ε.
- Τριχόπουλου Δ., Τζώνου Α., Κατσουγιάννη Κ., Βιοστατιστική, Εκδόσεις Παρισιάνου, 1993
- Τσίμπου Κ., Γεωργιακώδη Φ., Περιγραφική και Διερευνητική Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων, Τόμος Α. Εκδόσεις Σταμούλη, 1999
- Τσίμπου Κ., Γεωργιακώδη Φ., Περιγραφική και Διερευνητική Στατιστική Ανάλυση Δεδομένων, Τόμος Β. Εκδόσεις Σταμούλη, 1999.
- Petrie Avina, Sabin Caroline, Ιατρική Στατιστική με μια ματιά, Εκδόσεις Παρισιάνου, 2008

Βιβλιογραφία 2/6

Ακολουθεί **Ξενόγλωσση** Βιβλιογραφία.

Με έντονα γράμματα (Bold) επισημαίνονται τα συγγράματα τα οποία συνάδουν με την παρούσα παρουσίαση και βοηθούν σε μια εισαγωγική μελέτη ενώ τα υπόλοιπα παρατίθενται είτε για όσους ενδιαφέρονται για περαιτέρω μελέτη ή εμφάνθυνση είτε ως εξειδικευμένα στατιστικά βιβλία.

Βιβλιογραφία 3/6

- **D.G. Altman (1992): Practical statistics for medical research. Chapman and Hall.**
- D. F. Andrews and A. M. Herzberg (1985): Data - A Collection of Problems from many Fields for the Student and Research Worker. Wiley, New York.
- Ralf Bender, Stefan Lange (2001): Adjusting for multiple testing— when and how? *Journal of Clinical Epidemiology* 54(4), 343–349.
- **M. Bland (1995): An Introduction to Medical Statistics. Second Edition. Oxford University Press.**
- J.M. Bland and D.G. Altman (1986): Statistical methods for assessing agreement between two methods of clinical measurement. *Lancet*, 1:307-310.
- M J. Campbell and D. Machin (1993): *Medical Statistics – A Commonsense Approach*. John Wiley & Sons, New York.

Βιβλιογραφία 4/6

- B. Dawson and R.G. Trapp (2004): Basic & Clinical Biostatistics. Fourth Edition. McGraw-Hill.
- A.R. Feinstein, D.M. Sosin and C.K. Wells (1985): The Will Rogers phenomenon. Stage migration and new diagnostic techniques as a source of misleading statistics for survival in cancer. The New England Journal of Medicine, 312(25), 1604-1608.
- L.D. Fisher and G. van Belle (1993): Biostatistics - Methodology for the Health Sciences. Wiley, New York.
- S. Holm (1979): A Simple Sequentially Rejective Multiple Test Procedure. Scandinavian Journal of Statistics, 6, 65-70.
- J.C. Hsu (1996): Multiple Comparisons. Theory and methods. Chapman and Hall.

Βιβλιογραφία 5/6

- **M.H. Katz (1999): Multivariable Analysis. A Practical Guide for Clinicians. Cambridge University Press.**
- D. Kendrick, K. Fielding, E. Bentley, R. Kerslake, P. Miller, and M. Pringle. Radiography of the lumbar spine in primary care patients with low back pain: randomised controlled trial. *British Medical Journal*, 322:400-405, 2001.
- S. Landau and B.S. Everitt (2004): *A Handbook of Statistical Analyses using SPSS*. Chapman & Hall/CRC.
- **H. Motulsky (1995): Intuitive Biostatistics. Oxford University Press.**
- J. Pallant (2005): *SPSS survival manual*. 2nd edition. Open University Press.
- M.F. Schilling, A.E. Watkins, and W. Watkins. Is human height bimodal? *The American Statistician*, 56:223-229, 2002.

Βιβλιογραφία 6/6

- **M. Schumacher und G. Schulgen (2002): Methodik klinischer Studien. Methodische Grundlagen der Planung, Durchführung und Auswertung. Springer-Verlag (German).**
- J.P. Shaffer (1986): Modified Sequentially Rejective Multiple Test Procedures. *Journal of the American Statistical Association*, 81(395), 826-831.
- G.W. Snedecor and W.G. Cochran (1989): *Statistical methods*. 8th edition. Iowa State University Press.
- Y.-K. Tu, Z.L. Nelson-Moon, and M.S. Gilthorpe. Misuses of correlation and regression analyses in orthodontic research: The problem of mathematical coupling. *American Journal of Orthodontics & Dentofacial Orthopedics*, 130:62-68, 2006.
- Y.-K. Tu and M.S. Gilthorpe. Revisiting the relation between change and initial value: A review and evaluation. *Statistics in Medicine*, 26:443-457, 2007.

Τέλος Ενότητας

Σημειώματα

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση.



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.