

ΜΕΡΟΣ ΙΙ (Μερη Ι, ΙΙ, ΙΙΙ)

1) Η WKB προσέγγιση μέσω της Riccati:  
 θεωρούμε την  $\epsilon^2 y'' = Q(x)y$ . Θετάρει  $y(x) = e^{\frac{1}{\epsilon} \int_a^x v dx}$

(α) Δείξτε ότι η  $v$  ικανοποιεί την

$$(1) \quad v^2 + \epsilon v_x = Q(x)$$

(β) Αγνοώντας αρχικά τον  $\epsilon$ -όρο  $v = \pm \sqrt{Q(x)}$ ,

και κατά συνέπεια αντικαθιστώντας εκ νέου στην (1)

$$v \approx \pm (Q(x) - \epsilon v_x)^{1/2}$$

προσέγγιση.

#

2) Δείξτε ότι η WKB προσέγγιση για την  $\epsilon^2 y'' = Q(x)y$

$$y_{WKB}(x) = c_1 Q^{-1/4}(x) \exp\left[\frac{1}{\epsilon} \int_a^x \sqrt{Q} dt\right] + c_2 Q^{-1/4}(x) \exp\left[-\frac{1}{\epsilon} \int_a^x \sqrt{Q} dt\right]$$

είναι ακριβώς αν και μόνο αν  $Q(x) = (cx+d)^{-4}$ ,  $c, d$

σταθερές. (Vπόδειξη:  $\epsilon=1$ , χρησιμοποιήστε  $c_1 Q^{-1/4} \exp\left[\int \sqrt{Q} dt\right]$ ,  $c_2 Q^{-1/4} \exp\left[-\int \sqrt{Q} dt\right]$  χωριστά).

#

3) Κάνετε χρήση της μεθόδου της σταθίμης φάσης

βρείτε των πρώτων όρο όπως  $x \rightarrow \infty$  την

$$\int_0^1 \cos(xt^4) \tan t dt.$$

#