## Πόρισμα

Αν $\{X_n, n \geq 0\}$ αδιαχώριστη και θετικά επαναληπτική Μ.Α.Δ.Χ. τότε $\exists$ στάσιμη κατανομή $\pi = [\pi_i]_{i \in S}$ με $\pi_i = \frac{1}{m_i}$ με

$$m_i = E[T_i \mid X_0 = i]$$

## Σημείωση

Αν έχω αδιαχώριστη Μ.Α.Δ.Χ. και λύνοντας το σύστημα των εξισώσεων ισορροπίας με την εξίσωση κανονικοποίησης προκύπτει στάσιμη κατανομή $\pi = [\pi_i]_{i \in S}$, τότε

(i) η αλυσίδα θα είναι θετικά επαναληπτική.

(ii) $\exists$ μοναδική στάσιμη κατανομή (αφού $\pi_k = \frac{1}{m_k}$)

(iii) $\pi_i > 0$ $\forall i \in S$ αφού όλες οι καταστάσεις είναι θετικά επαναληπτικές.

(iv) Αν $\lambda$ είναι στάσιμο μέτρο με $\sum_{i \in S} \lambda_i < \infty$, τότε θα είναι πολλαπλάσιο της στάσιμης κατανομής αφού $\pi = [\pi_i]_{i \in S}$ με $\frac{\lambda_i}{\sum_{j \in S} \lambda_j} = \pi_i$ είναι στάσιμη κατανομή και είναι μοναδική.

## Ορισμός (περιοδική / απεριοδική)

Έστω $\{X_n, n \geq 0\}$ ΜΑΔΧ με χ.κ. $S$ και $j \in S$.

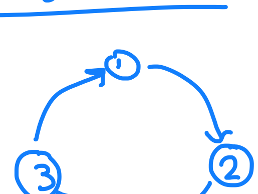
Η $j$ ονομάζεται <u>περιοδική</u> με περίοδο $d$ αν

$$\text{mcd}\{n : p_{jj}^{(n)} > 0\} = d > 1.$$

Η $j$ ονομάζεται <u>απεριοδική</u> αν $\text{mcd}\{n : p_{jj}^{(n)} > 0\} = 1$.

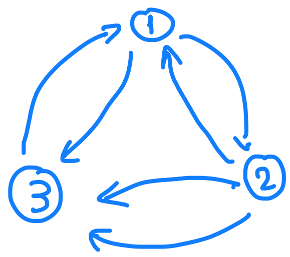
## Παραδείγματα

1)



Όλες οι καταστάσεις είναι περιοδικές με $d = 3$

2)




όλες οι καταστάσεις είναι απεριοδικές αφού μπορώ να επιστρέψω σε 2 βήματα, ή σε 3 βήματα, ή σε 4 βήματα ... .

<u>Θεώρημα</u>

(i) Η περιοδικότητα και η απεριοδικότητα είναι ιδιότητες κλάσης επικοινωνίας.

(ii) Αν $p_{ii} > 0 \Rightarrow i$ απεριοδική.

(iii) $i$ απεριοδική ανν $\exists\, n_0 : p_{ii}^{(n)} > 0 \ \forall n \geq n_0$.