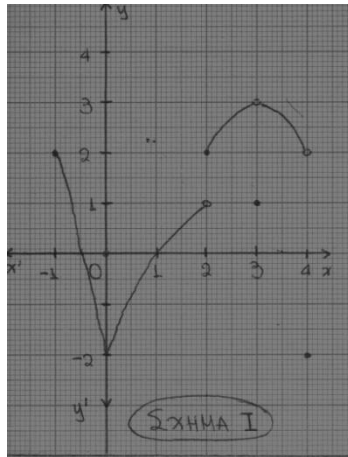


4^η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ: ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ – ΟΡΙΑ - ΣΥΝΕΧΕΙΑ

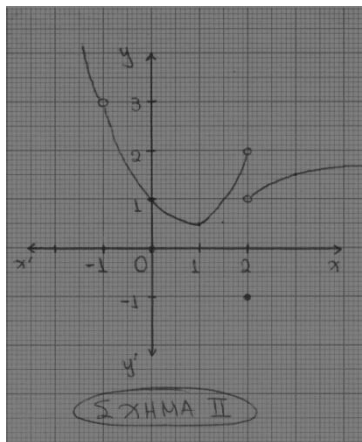
1. Στα παρακάτω σχήματα δίνονται οι γραφικές παραστάσεις τριών συναρτήσεων. Να υπολογιστούν τα όρια που ζητούνται σε κάθε περίπτωση, εφόσον υπάρχουν.



$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$$

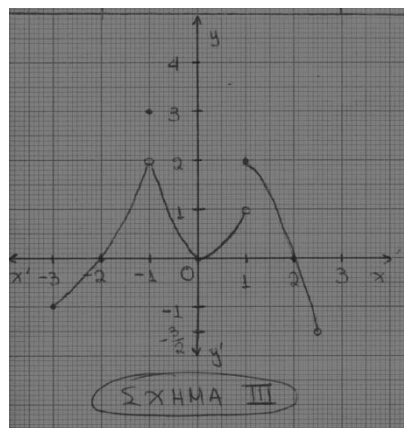
$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$



$$\lim_{x \rightarrow -2} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$$

2. Να υπολογιστούν τα όρια

i. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 7x + 12}$	ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 1}$	iii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$
iv. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 25x}{x^2 - 7x + 10}$	v. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x^2 - 1}$	vi. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2}$
vii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 - x - 3}{x^2 - 1}$	viii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x^2 - x + 4}{x^2 - 3x + 2}$	ix. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 5x + 4}$

3. Να υπολογιστούν τα όρια

i. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x^2 - 2x}$	ii. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 - 4}$	iii. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{3x-5}}{x-3}$
iv. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{4 - \sqrt{9+x}}{1 - \sqrt{8-x}}$	v. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{1 - \sqrt{x}}$	vi. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{\sqrt{x^2 + 5} - 3}$

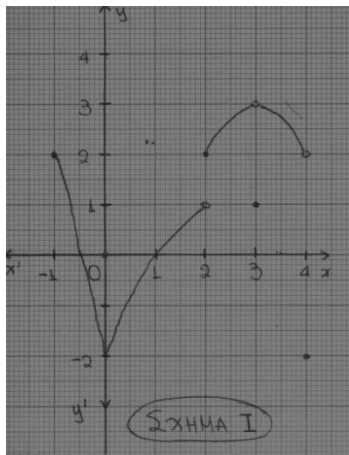
4. Να υπολογιστούν τα όρια

i. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x-1 }{x^2 + x - 2}$	ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x-1 - 3x}{x-1}$	iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{ x (x-1)(x+1)}{2x - x x+1 }$
---	--	---

5. Να υπολογιστούν τα όρια

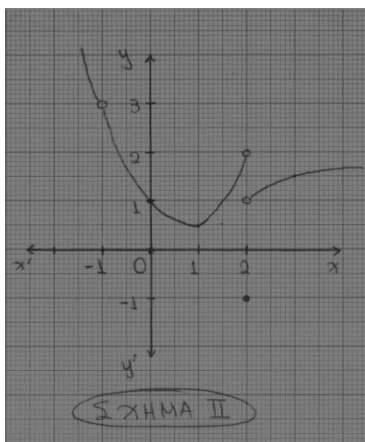
i. $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & , \text{ αν } x \leq -1 \\ 5x + 7 & , \text{ αν } x > -1 \end{cases}$	$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = ;$
ii. $g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} & , \text{ αν } x > 1 \\ \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - x} & , \text{ αν } 0 < x < 1 \end{cases}$	$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = ;$
iii. $h(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2x}{\sqrt{x+4} - 2} & , \text{ αν } -4 \leq x < 0 \\ \frac{x^3 + 2x^2 - 8x}{2x^2 - 4x} & , \text{ αν } 0 < x < 2 \\ \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} & , \text{ αν } x > 2 \end{cases}$	$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = ;$
	$\lim_{x \rightarrow 1} h(x) = ;$
	$\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = ;$

6.



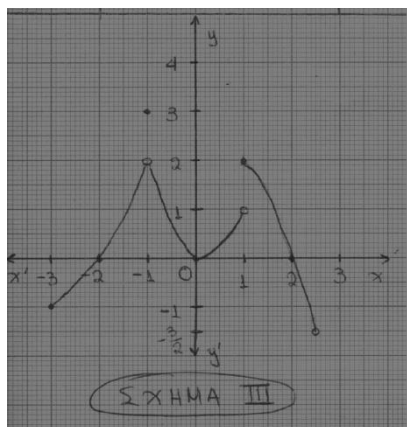
Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x)$. Να μελετηθεί ως προς τη συνέχεια στα σημεία $x_0=0$, $x_0=2$, $x_0=3$, $x_0=4$

7.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $g(x)$. Να μελετηθεί ως προς τη συνέχεια στα σημεία $x_0=-1$, $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=2$

8.



Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $h(x)$. Να μελετηθεί ως προς τη συνέχεια στα σημεία $x_0=-3$, $x_0=-1$, $x_0=0$, $x_0=1$, $x_0=2$

9. Να μελετηθούν ως προς τη συνέχεια οι παρακάτω συναρτήσεις

i.	$g(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}, & \text{αν } x > 1 \\ 4, & \text{αν } x = 1 \\ \frac{3x^2 - 5x + 2}{x^2 - x}, & \text{αν } 0 < x < 1 \end{cases}$	στο $x_0=1$
ii.	$h(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x}{\sqrt{x+4}-2}, & \text{αν } -4 \leq x < 0 \\ 8, & \text{αν } x = 0 \\ \frac{x^3 + 2x^2 - 8x}{2x^2 - 4x}, & \text{αν } 0 < x < 2 \\ 3, & \text{αν } x = 2 \\ \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2}, & \text{αν } x > 2 \end{cases}$	στο $x_0=0$ στο $x_0=2$

10. Να βρεθούν οι $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ώστε να είναι συνεχής η συνάρτηση f στο $x_0=\pi/2$:

$$f(x) = \begin{cases} 3\eta\mu x, & \text{αν } x < \frac{\pi}{2} \\ \alpha, & \text{αν } x = \frac{\pi}{2} \\ \beta - 2\sigma\upsilon\nu x, & \text{αν } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

11. Να βρεθούν τα όρια:

i.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x - \eta\mu 6x}{x}$	ii.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x}{\eta\mu 6x}$	iii.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 3x}{\sqrt{x+9}-3}$
iv.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3\eta\mu x - 5x + 10x^2}{4x + 4\eta\mu x}$	v.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\eta\mu x + x + 3x^2}{3x + \eta\mu x}$	vi.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu 5x + 2x}{\eta\mu 6x}$

12. Να βρεθεί το $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \eta\mu \frac{1}{x}$.

13. Να βρεθούν τα όρια:

i.	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\varepsilon\varphi^2 x - 3\varepsilon\varphi x + 2}{\varepsilon\varphi^2 x - 4\varepsilon\varphi x + 3}$	ii.	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} - 5e^x + 4}$
iii.	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{2x} + 3^x - 12}{3^{2x} - 9}$	iv.	$\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln^2 x + \ln x - 2}{\ln^2 x - 1}$