

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών
Τμήμα Μαθηματικών



Μάθημα: Η Διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος-Μαθηματικοποίηση

Υπεύθυνη καθηγήτρια: κ. Χρυσανγή Τριανταφύλλου

*«Επίλυση Μαθηματικού Περιβαλλοντικού Προβλήματος
στην Σχολική Τάξη»*

Νεκτάριος Σταυράκης | AM:1112201900208

Ιωάννης Καρασαρίνης | AM:1112200700093

Εξάμηνο: Εαρινό 2021-2022

Το Πρόβλημα

Τίτλος: Βυθισμένες Πόλεις

Μέρος 1: Άνοδος της στάθμης της θάλασσας

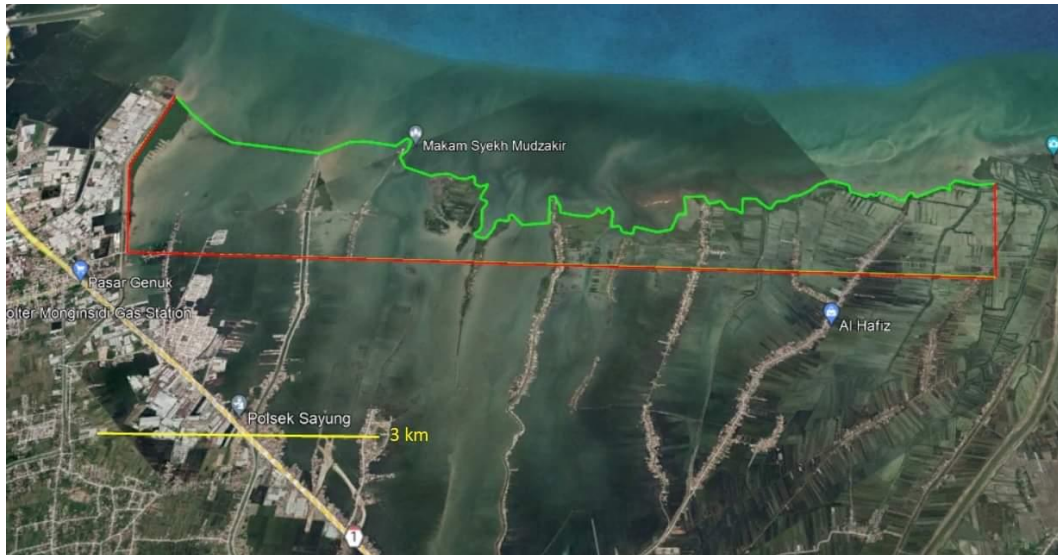
Από ιστοσελίδα δορυφορικών δεδομένων της NASA παίρνουμε τις εξής πληροφορίες ανόδου της στάθμης της θάλασσας από το 1993 και μετά (το 1993 θεωρούμε την στάθμη της θάλασσας στο 0):

24/06/1994 στάθμη: 7,4mm	29/06/1997 στάθμη: 17,9mm	4/06/2000 στάθμη: 20,7mm	29/06/2003 στάθμη: 34mm	4/06/2006 στάθμη: 43,6mm
29/06/2009 στάθμη: 49,9mm	13/06/20012 στάθμη: 62,4mm	19/06/2015 στάθμη: 80mm	14/06/2018 στάθμη: 86,5mm	29/06/2021 στάθμη: 99,3mm

- 1) Φτιάξτε ένα σύστημα συντεταγμένων στο επίπεδο με κάθετο άξονα τα mm του επιπέδου της θάλασσας και οριζόντιο άξονα τον χρόνο και τοποθετήστε τα παραπάνω δεδομένα. Τι παρατηρείτε;
- 2) Αναφέρετε μερικούς λόγους για τους οποίους αλλάζει το επίπεδο της θάλασσας.
- 3) Επισκεφτείτε την ιστοσελίδα <https://climate.nasa.gov/vital-signs/sea-level/> και συζητήστε εάν ο ρυθμός μεταβολής της στάθμης της θάλασσας αυξάνεται, μειώνεται ή μένει σταθερός.

Μέρος 2: Σώζοντας ένα χωριό της Ινδονησίας που βυθίζεται λόγω της παλίρροιας

Όπως είδαμε στο Μέρος 1, το πρόβλημα της ανόδου της στάθμης της θάλασσας είναι πραγματικό. Εδώ, θα μιλήσουμε για το χωριό Timbulsloko το οποίο έχει πληγεί από αυτό το θέμα και θα προσπαθήσουμε να δουλέψουμε για την διάσωσή του. Μπορείτε να δείτε το πρόβλημα της περιοχής που βρίσκεται το χωριό στον σύνδεσμο: https://sealevel.nasa.gov/sea-level-evaluation-tool?psmsl_id=1734 και στο βίντεο στο youtube <https://www.youtube.com/watch?v=IqjvYN76Lkc> και στις παρακάτω εικόνες από το 1992 και το 2020 του άρθρου: <https://www.nationalgeographic.com/environment/article/as-tide-rises-indonesia-struggles-to-save-living-and-dead>.



1) Θέλουμε να προστατέψουμε τα κομμάτια γης που εμφανίζονται στην εικόνα, δημιουργώντας ένα φράγμα από манγκρόβια δέντρα. Φαίνεται η οριοθέτηση της ζώνης προστασίας που θέλουμε να δημιουργήσουμε, καθώς και της περιοχής που θα επωφεληθεί από αυτό. Υπολογίστε κατά προσέγγιση το εμβαδόν της ζώνης προστασίας που φαίνεται στην εικόνα (βασιστείτε στην κλίμακα των 3km που παρέχει η εικόνα).

2) Θέλουμε να καλύψουμε το εσωτερικό του σχήματος που περικλείεται από την πράσινη και την κόκκινη γραμμή με манγκρόβια δέντρα (mangrove trees). Το χωριό κάθε χρόνο παρέχει το ποσό των 70.000\$ USD για αυτόν τον σκοπό. Έχουμε δύο μέσα προστασίας, με το ένα να μπορεί να εφαρμοστεί ενόσω προσπαθούμε να καλύψουμε την περιοχή με манγκρόβια σε βάθος χρόνου. Πρώτη, η φύτευση манγκρόβιων δένδρων για την απορρόφηση κυμάτων και τις παλίρροιες με τιμή 225\$ USD ανά 1 εκτάριο (κάθε 2 χρόνια μεγαλώνουν πάνω από 10 πόδια και θεωρούμε πως το ύψος τους μετά από ένα χρόνο είναι αρκετό για προστασία). Δεύτερη επιλογή, φράχτες μπαμπού για να σταματάνε τα νερά και να μαζεύεται ίζημα (ώστε να είναι δυνατή η φύτευση манγκρόβιων), με κόστος 30 λεπτά αμερικανικού δολαρίου και πάχος 12.5cm το ένα (τα μπαμπού τα τοποθετούνται κάθετα και θεωρούμε πως το ύψος τους είναι αρκετό για προστασία). Τα μπαμπού κάθε χρόνο διαλύονται. Επίσης, με μπαμπού καλύπτουμε μόνο την πράσινη ακτογραμμή που εμφανίζεται στην εικόνα, ενώ καλύπτουμε το εσωτερικό του σχήματος με манγκρόβια. Τέλος, υπάρχει προστασία από τα δέντρα μόνο όταν έχουμε καλύψει όλο το εμβαδό, δημιουργώντας μια δασική περιοχή, ενώ λιγότερες σειρές δέντρων επί της ακτογραμμής σημαίνει μικρότερη προστασία και αύξηση του κινδύνου. Βρείτε πόσα χρήματα πρέπει να δώσουμε στο κάθε μέτρο προστασίας κάθε χρόνο, ώστε να καταλήξουμε με την καλύτερη δυνατή προστασία σε σχέση με την τιμή μέχρι να μπορέσουμε να αντικαταστήσουμε όλα τα μέτρα προστασίας με φύτευση манγκρόβιων.

3) Μπορείτε να δουλέψετε το ίδιο πρόβλημα σε βάθος έξι ετών;

4) Συζητήστε στην τάξη την μακροπρόθεσμη ή βραχυπρόθεσμη δυναμική των λύσεων σας και την ποιότητα αυτών (υπέρ και κατά της κάθε μιας, κόστος, ρεαλιστικότητα, φανταστείτε τον χρόνο που μπορεί να χρειάζεται για υλοποίηση και την ευκολία εύρεσης πόρων για υλοποίηση).

5) Υπάρχουν περιοχές σημαντικότητας που πρέπει να σωθούν πρώτες, όπως για παράδειγμα καταποντισμένα σημεία πολιτιστικής σημασίας;

Ενδεικτική επίλυση του προβλήματος

Μέρος 1: Άνοδος της στάθμης της θάλασσας

- 1) Τοποθετούμε τα δεδομένα ως σημεία (x,y) στο σύστημα συντεταγμένων που ζητά το ερώτημα. Παρατηρούμε ότι το επίπεδο της θάλασσας αυξάνεται με την πάροδο των ετών.
- 2) Πιθανοί λόγοι: α) Αύξηση της θερμοκρασίας των ωκεανών που οδηγεί σε λιώσιμο των πάγων β) Υπερεκμετάλλευση υπογείων υδάτων.
- 3) Η ιστοσελίδα της NASA παρέχει αναλυτικά δεδομένα. Κοιτώντας διαφορετικές περιόδους μπορεί να αναφερθεί η έννοια της μεταβολής της στάθμης της θάλασσας και το πότε αυτή αυξάνεται ή μειώνεται. Ο σκοπός είναι η περαιτέρω συζήτηση και κατανόηση του ζητήματος μέσω μαθηματικών εννοιών και όχι η ακριβής λύση. Αναφέρουμε πως οι επιστήμονες έχουν αποφανθεί πως αυξάνεται βάση τωρινών δεδομένων.

Μέρος 2: Σώζοντας ένα χωριό που βυθίζεται

- 1) Οι μαθητές μπορεί να έχουν σχήματα που διαφέρουν, αλλά ο λόγος της πλαισιωμένης περιοχής είναι να υπάρχει μια ομοιομορφία αποτελεσμάτων ώστε να μπορούν να δουλέψουν τα επόμενα ερωτήματα. Ενδεικτική λύση δίνεται στα παρακάτω σχήματα:





2) Βασιζόμαστε την παραπάνω εικόνα. Μπορούμε να καλύπτουμε $1280,76/5=256,152$, άρα περίπου 256 εκτάρια τον χρόνο και αναλόγως τον τομέα καλύπτουμε διαφορετικά μήκη με φράκτες μπαμπού. Παρακάτω βλέπουμε μια λύση στην οποία κάθε χρόνο καλύπτουμε έναν τομέα:

$$\begin{aligned} \text{TOMEΑΣ 1: } & 256 \cdot 225 + 0.30 \cdot 1300\text{m} / 0,1215 = \$60810 \text{ USD} \\ \text{TOMEΑΣ 2: } & 256 \cdot 225 + 0.30 \cdot 1700\text{m} / 0,1215 = \$61798 \text{ USD} \\ \text{TOMEΑΣ 3: } & 256 \cdot 225 + 0.30 \cdot 2980\text{m} / 0,1215 = \$64959 \text{ USD} \\ \text{TOMEΑΣ 4: } & 256 \cdot 225 + 0.30 \cdot 3100\text{m} / 0,1215 = \$65255 \text{ USD} \\ \text{TOMEΑΣ 5: } & 256.76 \cdot 225 + 0.30 \cdot 2300\text{m} / 0,1215 = \$63450 \text{ USD} \end{aligned}$$

Η πρόκληση των μαθητών είναι η αντιμετώπιση του ανοικτού προβλήματος που προκύπτει από την επιλογή τοποθέτησης μπαμπού και δέντρων σε διαφορετικές τοποθεσίες. Το πρόβλημα δέχεται διαφορετικές λύσεις οι οποίες πιθανών να ακολουθούν παρόμοιες ή και ίδιες στρατηγικές με αυτές που εφαρμόσαμε παραπάνω.

3) Στο σημείο 2) παραπάνω έχουμε ήδη απαντήσει, αφού μετά από 5 χρόνια έχουμε καλύψει όλη την περιοχή που μας ενδιαφέρει με μαγκρόβια δέντρα. Τον έκτο χρόνο μόλις θα έχει περάσει ένας χρόνος από την τελευταία δενδροφύτευση του τελευταίου τομέα, άρα έχουμε πλήρη προστασία.

4) Συζητήσαμε κατά περίπτωση με σκοπό τον αναστοχασμό και την ανταλλαγή επιχειρημάτων και απόψεων με την υποστήριξη της λογικής και των δεδομένων. Το πρόβλημα είναι ανοικτό.

5) Συζητάμε την σύνδεση του προβλήματος με κοινωνικά θέματα. Ενδεικτικά μπορούμε να αναφέρουμε το θέμα του νεκροταφείου (Βιβλιογραφία - Links [1]). Το πρόβλημα είναι ανοικτό.

Το κοινωνικό-επιστημονικό ζήτημα του Προβλήματος

Ποιους αφορά: Το Μέρος 1 παρουσιάζει ένα παγκόσμιο ζήτημα. Το Μέρος 2 παρουσιάζει την τοπική συνέπεια του παγκόσμιου ζητήματος. Γενικά, το πρόβλημα αφορά τους επιστήμονες, τους κάτοικους του συγκεκριμένου χωριού αλλά και όλη την ανθρωπότητα λόγω της κλιματικής αλλαγής.

Ποια η σπουδαιότητα: Ένα ζήτημα που μας αφορά όλους ως ανθρώπους. Οικονομικό, πολιτισμικό, πρακτικό (πχ κάτοικοι που αλλάζουν εργασία λόγω της κατάστασης της πόλης), κοινωνικό, οικολογικό. Δίνουμε αφορμή για την αναδάσωση *μανγκόβιων δασών*. Εύρεση λύσεων με αφορμή αυτό το πρόβλημα ίσως μπορούν να προσαρμοστούν και αλλού. Έχουμε ανάγκη από δυνατά και καλά σενάρια, οικονομικούς προϋπολογισμούς, εύρεση και διαχείριση κατάλληλων μοντέλων κλπ.

Υπάρχουν αντικρουόμενες θέσεις και ποιες: Υπάρχουν, γιατί έχουμε διαφορετικούς πιθανούς τρόπους λύσης με οικονομικές, πολιτικές και πολιτισμικές επιρροές. Παραδείγματα θέσεων: 1) Πρέπει να έχουμε βραχυπρόθεσμες λύσεις για να ζούμε ως έχει τώρα και να μας νοιάξει η ποιότητα ζωής σε διαφορετικές περιοχές. 2) Πρέπει να πάρουμε μια μακροπρόθεσμη λύση, γιατί το πρόβλημα είναι χρόνιο και επίσης δεν μπορούμε να μεταφέρουμε χρόνια πολιτισμού και να μεταφέρουμε ανθρώπους από τις εστίες τους.

Το πλαίσιο διδασκαλίας

Τάξη: Το πρόβλημα αναφέρεται σε μαθητές τρίτης γυμνασίου.

Πλαίσιο προβλήματος: Το πρόβλημα βρίσκεται σε αυθεντικό πλαίσιο, παρουσιάζοντας μια πραγματική κατάσταση και οι μαθητές δουλεύουν κατά κύριο λόγο με αληθινές τιμές. Είναι σχεδιασμένο για τουλάχιστον δύο διδακτικές ώρες. Στο Μέρος 1 γίνεται εισαγωγή στο γενικό ζήτημα που προκαλεί το ειδικό θέμα του Μέρους 2. Οι μαθητές λύνουν μια σειρά υποπροβλημάτων με κλειστό, αλλά και ανοικτό χαρακτήρα, οδηγούμενοι στην συνειδητοποίηση των επιμέρους θεμάτων και της πραγματικής υφής των ζητημάτων που καλούνται να αντιμετωπίσουν.

Θεματικό πεδίο: Άλγεβρα, γεωμετρία, στατιστική.

Διδακτικοί στόχοι: **A) Μαθηματικοί:** Κατανόηση γραφήματος, ποσοστών, μετατροπή τιμών (μονάδων μέτρησης), γεωμετρική αντίληψη, εύρεση εμβαδού, χρήση γεωμετρικών εργαλείων, αριθμητική, εισαγωγή σε εξισώσεις πρώτου βαθμού και συναρτήσεις. **B) Κοινωνικοπολιτισμικοί:** Γίνονται δραστηριά μέλη της κοινότητας, αποκτούν ομαδικό πνεύμα, ενημερώνονται για καίρια θέματα, ακούνε και κατανοούν διαφορετικές απόψεις από τις δικές τους, ευαισθητοποιούνται για περιβαλλοντικά ζητήματα. **Γ) Επιστημολογικοί:** Μαθαίνουν να βασίζονται σε δεδομένα, κατανοούν την εφαρμογή των μαθηματικών στον κόσμο, βρίσκουν, επεξεργάζονται και μεταδίδουν πληροφορίες με χρήση λογικών μεθόδων, αναπτύσσουν επιχειρηματολογία και κριτική σκέψη.

Ενδεχόμενες δυσκολίες μαθητών: Στη μέτρηση εμβαδού, την ομαδική δουλειά, την εφαρμογή μαθηματικών σε αυθεντικό πλαίσιο (διαχείριση της χαοτικής κατάστασης που τους παρουσιάζεται), ανταλλαγή και αποδοχή απόψεων, το γεγονός πως δεν υπάρχει μοναδική απάντηση, ανάγνωση και κατανόηση διαγραμμάτων και γραφημάτων, επιχειρηματολογία.

Οργάνωση ‘debate’: Έχουν ήδη αναφερθεί σημεία που δύνανται για debate παραπάνω, όπως τα σημεία 1), 2) του Μέρους 2. Ακόμη, μέσα από το πρόβλημα δίνεται έμφαση στα σημεία 2), 3) του Μέρους 1 και 4), 5) του Μέρους 2. Ως καθηγητές, μπορούμε μέσω των πηγών και όσων έχουν ήδη χρησιμοποιήσει οι μαθητές να κάνουμε περαιτέρω ερωτήσεις που εκείνοι δεν σκέφτηκαν.

Βιβλιογραφία - Links

- [1] <https://www.nationalgeographic.com/environment/article/as-tide-rises-indonesia-struggles-to-save-living-and-dead>
- [2] <https://climate.nasa.gov/vital-signs/sea-level/>
- [3] <https://www.youtube.com/watch?v=IqjvYN76Lkc>
- [4] <https://climate-adapt.eea.europa.eu/metadata/publications/ranking-of-the-worlds-cities-to-coastal-flooding/11240357#:~:text=These%20include%20Tokyo%2C%20New%20York,in%20driving%20extreme%20sea%20levels>
- [5] <https://marinemadness.blog/2019/11/06/the-money-in-mangroves-how-our-coastal-forests-save-us-billions/>
- [6] <https://www.fao.org/forestry/10560-0fe87b898806287615fceb95a76f613cf.pdf>
- [7] https://www.ecoshape.org/app/uploads/sites/2/2017/08/Technical-Guidelines-Permeable-Structures_Building-with-Nature-Indonesia.pdf
- [8] <https://www.concretenetwork.com/concrete-prices.html>
- [9] https://sealevel.nasa.gov/sea-level-evaluation-tool?psmsl_id=1734
- [10] <https://esajournals.onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1890/15-1077>
- [11] https://www.alibaba.com/product-detail/Hot-Sales-Raw-Material-Bamboo-Cane_1600080218552.html?spm=a2700.galleryofferlist.normal_offer.d_title.1b621ec0zsF1Od