

Αναζητώντας **συνδέσεις** ανάμεσα στα
Μαθηματικά και σε **περιβαλλοντικής**
φύσης θέματα

Χρυσauγή Τριανταφύλλου
Επίκουρη Καθηγήτρια
Τμήμα Μαθηματικών, ΕΚΠΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ

Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

— ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837 —

Περιβαλλοντική/ οικολογική κρίση

- Η ατμοσφαιρική ρύπανση και η όξινη βροχή καταστρέφουν το περιβάλλον
- Το στρώμα του όζοντος μειώνεται συνεχώς
- Συνεχείς πυρκαγιές και καιρικές θεομηνίες

Μπορεί (ή πρέπει) τα θέματα αυτά να αποτελέσουν αντικείμενα της διδασκαλίας μας στη τάξη των Μαθηματικών;



https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A0%CF%85%CF%81%CE%BA%CE%B1%CE%B3%CE%B9%CE%AC#/media/%CE%91%CF%81%CF%87%CE%B5%CE%AF%CE%BF:Northwest_Crown_Fire_Experiment.png



<https://www.ethnos.gr/greece/article/124668/kakokairiaianosaytopsiastisperioxesthskatastrofhssyglonizoynthabinteo>



<https://gegonota.news/2023/01/22/erevna-giati-vythise-tin-thessalia-o-ianos-provlepsimo-fainomeno-aprovlepti-adiaforia/>

Δομή παρουσίασης

- Μέρος Α) Οι απόψεις των ερευνητών της Διδακτικής των Μαθηματικών
- Μέρος Β) Οι ιδιαιτερότητες τέτοιου είδους θεμάτων
- Μέρος Γ) Ενδεικτικά παραδείγματα έργων

Συζήτηση

Μέρος Α΄

Οι απόψεις των ερευνητών της Διδακτικής των
Μαθηματικών

- Όλοι βέβαια γνωρίζουμε ότι **μαθηματικά μοντέλα** παίζουν ένα σημαντικό ρόλο **στο να περιγράφουν και να προβλέπουν** το τι συμβαίνει γύρω μας (Barwell, 2018)
 - Παρόλα αυτά, η **περιβαλλοντική κρίση** φαίνεται να έχει δημιουργήσει πολλές προκλήσεις (προβληματισμούς) στη Μαθηματική ερευνητική και εκπαιδευτική κοινότητα.
- Ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών απευθύνουν τις παρακάτω **δύο αναστοχαστικές ερωτήσεις**
 - *(προς την ερευνητική κοινότητα)* Παρόλο που αρκετοί ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών κινητοποιήθηκαν γρήγορα γύρω από την κρίση της πανδημίας COVID-19, υπάρχει μια σχετική έλλειψη ερευνητικής προσοχής στις οικολογικές κρίσεις που είναι γνωστή εδώ και πολλά χρόνια. **Γιατί;** (Barwell, Boylan & Coles, 2022)
 - *(προς την εκπαιδευτική κοινότητα)* **Ποιος είναι ο ρόλος της μαθηματικής εκπαίδευσης** στην **παγκόσμια περιβαλλοντική κρίση;** (Boylan & Coles, 2017).

Τα περιβαλλοντικής φύσης θέματα μέσα από την σκοπιά της *Κριτικής Μαθηματικής εκπαίδευσης*

Λαμβάνοντας υπόψιν τις κοινωνικές, πολιτικές και ηθικές διαστάσεις των περιβαλλοντικής φύσης θεμάτων, πολλοί ερευνητές της Διδακτικής των Μαθηματικών υιοθετούν την θεωρητική οπτική της «*Κριτικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης*» (Skovsmose, 1994).

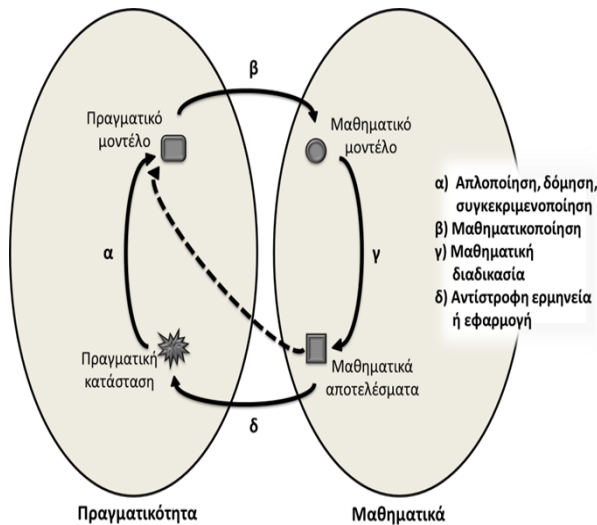
- Αυτή η *θεωρητική οπτική* έχει στόχο οι μαθητές - ως μελλοντικοί πολίτες - να κατανοούν και να αξιολογούν με κριτικό πνεύμα τις κοινωνικές διαστάσεις των μαθηματικών
 - Γενικά, να βλέπουν με μαθηματική και συνάμα κριτική ματιά το κοινωνικό, πολιτισμικό και πολιτικό γίνεσθαι

Η οπτική αυτή προσπαθεί να καταργήσει τις παραδοσιακές σχέσεις αυθεντίας εκπαιδευτικού-μαθητή δίνοντας στους μαθητές ουσιαστικό έλεγχο της μαθησιακής τους διαδικασίας και της λήψης αποφάσεων στην τάξη.

- Οι διδακτικές προσεγγίσεις θα πρέπει να περιλαμβάνουν *συζητήσεις στην τάξη* και *αντιπαραθέσεις απόψεων* με επιχειρήματα.

Από την μαθηματικό γραμματισμό...

Από τη μοντελοποίηση αυθεντικών προβλημάτων...



... στον **κριτικό μαθηματικό γραμματισμό**

... στην **κριτική μοντελοποίηση περιβαλλοντικής φύσης προβλημάτων (critical modelling)**



Μέρος Β΄

- Οι ιδιαιτερότητες τέτοιου είδους θεμάτων
 - που ενδεχομένως να δρουν ανασταλτικά στη διδασκαλία τους στην τάξη των μαθηματικών.

Διαστάσεις περιβαλλοντικής φύσης θεμάτων

- Συνδέονται με **κοινωνικής φύσης ζητήματα** αλλά έχουν και **επιστημονικές διαστάσεις από πεδία των ΦΕ**
 - Φυσική, Χημεία, Βιολογία κλπ.
 - *Παραδείγματα: κλωνοποίηση, οι ανανεώσιμες πηγές ενέργειας, η ανακύκλωση, η τεχνητή γονιμοποίηση, η διαχείριση του νερού κ.ά.*
 - Μπορεί να έχουν παγκόσμιο χαρακτήρα, όπως η κλιματική αλλαγή ή τοπικό χαρακτήρα όπως ο προσδιορισμός της θέσης μιας ανεμογεννήτριας σε μια περιοχή.
- Συνδέονται με τη **λήψη αποφάσεων**
 - συνεπώς την **ανάπτυξη επιχειρημάτων**
 - και την **ανάγκη τεκμηρίωσής των**
- Διατηρούν τα χαρακτηριστικά ενός **ανοικτού προβλήματος**
 - *Ασαφή διατύπωση (μη σαφή δεδομένα και ζητούμενα), πολλές και (αρκετές φορές) αντικρουόμενες λύσεις*

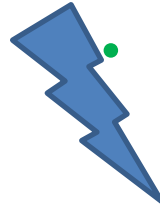
Μαθηματικά

VS

περιβαλλοντικής φύσης θέματα

- Τα μαθηματικά

- Αποτελούν ένα αποπλαισιωμένο αντικείμενο μάθησης
- Συνήθως οι απαντήσεις είναι καθορισμένες και μη αμφισβητήσιμες
- Οι απαντήσεις τους έχουν αξία διαχρονική
- Είναι πολιτικά ουδέτερα



- Τα περιβαλλοντικής φύσης θέματα

- Είναι απόλυτα πλαισιωμένα (χρονικά και τοπικά)
- Οι λύσεις μπορεί να αμφισβητηθούν
- Οι λύσεις που προτείνονται έχουν ένα χρονικό και τοπικό περιορισμό
- Έχουν πολιτικές διαστάσεις

Προκλήσεις για τους εκπαιδευτικούς

- Έλλειψη κατάλληλης γνώσης
 - Οι εκπαιδευτικοί στερούνται ειδικές γνώσεις σχετικά με τις επιστημονικές αλλά και μη επιστημονικές διαστάσεις που σχετίζονται με αυτά τα ζητήματα (π.χ. πολιτισμικές, πολιτικές, οικονομικές κλπ.)
- Διδακτικές προκλήσεις- δυσκολίες διδακτικής διαχείρισης
 - ενός θέματος του οποίου τα δεδομένα είναι ασαφή και μη καθορισμένα πλήρως
 - Ενός θέματος που να έχει αντικρουόμενες απόψεις και απαντήσεις
 - Δυσκολία εντοπισμού/αναγνώρισης της μαθηματικής διάστασης.
- Θεσμικές προκλήσεις
 - Απουσία κατάλληλων μαθηματικών έργων στα σχολικά βιβλία των μαθηματικών που να συνδέονται με περιβαλλοντικής φύσης ζητήματα
 - ... και αν υπάρχουν, η έμφαση είναι στη μαθηματική διάσταση και όχι στην περιβαλλοντική τους διάσταση

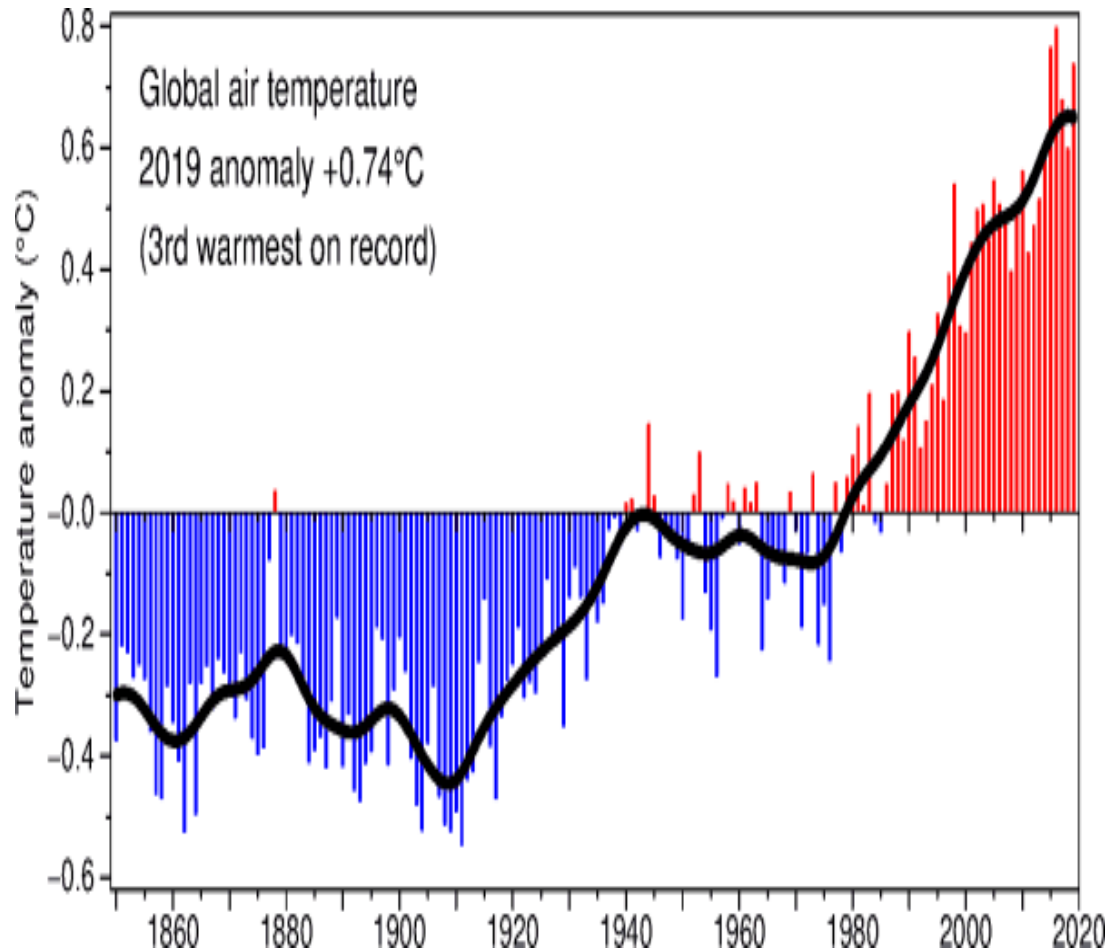
Μέρος Γ'

- **Ενδεικτικά παραδείγματα έργων**
 - στα οποία θα μπορούσαν να αναδειχθούν συνδέσεις ανάμεσα στα Μαθηματικά και σε περιβαλλοντικής φύσης ζητήματα.

1^ο παράδειγμα: Η υπερθέρμανση του πλανήτη



- Ίσως έχετε ακούσει ανθρώπους να λένε ότι η παγκόσμια θερμοκρασία ανεβαίνει. Οι πάγοι στους πόλους λιώνουν και τα καλοκαίρια φαίνεται να είναι πιο ζεστά.
- **Αυτό ονομάζεται υπερθέρμανση του πλανήτη.**
 - Πολλά ερευνητικά κέντρα, όπως η NASA, συλλέγουν δεδομένα για τη θερμοκρασία.
 - Παρατηρούν **ανωμαλίες θερμοκρασίας** στα δεδομένα.
 - Μια **ανωμαλία θερμοκρασίας** είναι η διαφορά από τη **βασική τιμή** της θερμοκρασίας.
 - Η **βασική τιμή της θερμοκρασίας** υπολογίζεται συνήθως ως ο μέσος όρος **30 προηγούμενων χρόνων δεδομένων θερμοκρασίας**.



Source: <http://www.cru.uea.ac.uk/>

Μαθηματικό πρόβλημα

- Μελέτησε το γράφημα και προσπάθησε να απαντήσεις στις παρακάτω τρεις ερωτήσεις
- Ε1) Πώς θα υποστήριζες ότι «υπάρχει το φαινόμενο της υπερθέρμανσης του πλανήτη;»
- Ε2) γιατί επιλέγεται ο κατακόρυφος άξονας να εκφράζει 'ανωμαλίες της θερμοκρασίας' και όχι απόλυτες θερμοκρασίες;
- Ε3) Τι είδους μαθηματικές γνώσεις απαιτήθηκαν για να απαντήσεις στα παραπάνω ερωτήματα;

Παράδειγμα 2:

Το οικολογικό αποτύπωμα και η βιο-ικανότητα



- Το **οικολογικό αποτύπωμα** είναι ένα μετρικό σύστημα που αφορά τη κατασπατάληση πόρων από άτομα, χώρες και επιχειρήσεις ενάντια στην ικανότητα της Γης για βιολογική αναγέννηση.
 - Το **οικολογικό αποτύπωμα** (*ecological footprint*) **εκτιμά** τη βιολογικά παραγωγική χερσαία και θαλάσσια περιοχή που απαιτείται για την παροχή των ανανεώσιμων πηγών που **καταναλώνει ένας πληθυσμός** και για την απορρόφηση των αποβλήτων που δημιουργεί.
 - **Η βιο-ικανότητα** (biocaracity) είναι η διαθεσιμότητα βιολογικά παραγωγικής επιφάνειας σε μια συγκεκριμένη περιοχή.
 - καλλιέργειες, βοσκοτόπια, δάση, καθώς και εκείνες οι περιοχές παραγωγικών θαλάσσιων οικοσυστημάτων και οι περιοχές που έχουν υποβαθμιστεί από ανθρωπιστικές δραστηριότητες.
 - Το **οικολογικό αποτύπωμα** και η **βιο-ικανότητα** εκφράζονται συνήθως με το **παγκόσμιο εκτάριο** (gha)

- Στους παρακάτω συνδέσμους μπορούμε να βρούμε και να συγκρίνουμε το οικολογικό αποτύπωμα, την βιο-ικανότητα και το οικολογικό έλλειμμα/πλεόνασμα διαφορετικών κρατών
- <https://data.footprintnetwork.org/#/>

<https://data.footprintnetwork.org/#/countryTrends?cn=84&type=BCpc,EFCpc>

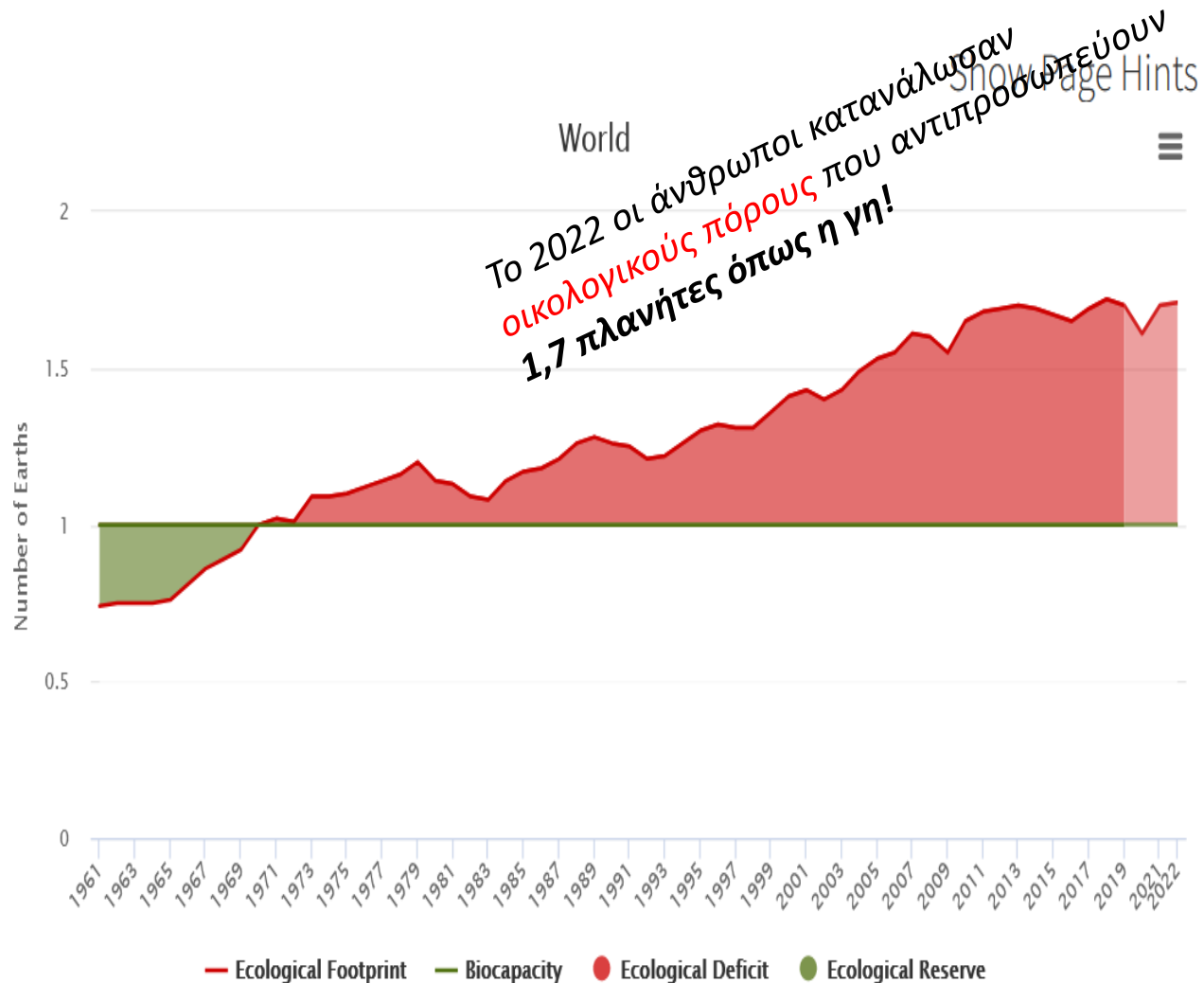
Select Country or Region:

World

Select Type:

- Ecological Footprint vs Biocapacity (gha per person)
- Ecological Footprint vs Biocapacity (gha)
- Ecological Footprint (Number of Earths)

Download Data



• Μαθηματικό πρόβλημα-Πιθανά ερωτήματα

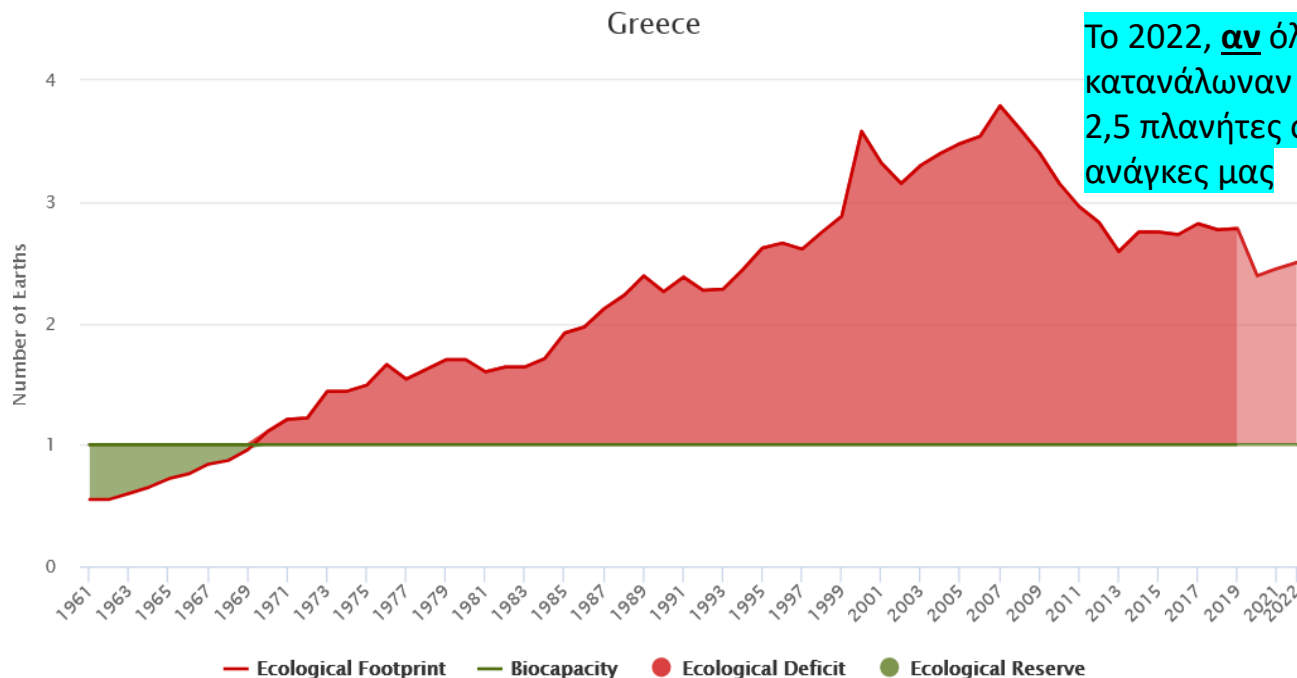
E1) Αναζητήστε τη χώρα με το μεγαλύτερο οικολογικό πλεόνασμα και οικολογικό έλλειμμα το 2022.

E2) Περιγράψτε το τι ακριβώς εκφράζει η μονάδα μέτρησης 'παγκόσμιο εκτάριο' (gha)

E3) Συγκρίνετε τη χρονική εξέλιξη του οικολογικού αποτυπώματος της Ελλάδας, μιας χώρας της Βόρειας Ευρώπης και μιας χώρας της Κεντρικής Αφρικής σε gha. Ερμηνεύστε τις διαφορές που παρατηρείτε.

E4) Εντοπίστε τις χρονικές περιόδους στις οποίες η χώρα μας είχε τη μεγαλύτερη αύξηση/μείωση του οικολογικού αποτυπώματος. Πώς θα ερμηνεύατε αυτές τις αλλαγές;

E5) Ερμηνεύστε το γράφημα που παρουσιάζει το οικολογικό έλλειμμα της χώρας μας σε σχέση με την αναγωγή της ετήσιας κατανάλωσής μας σε 'αριθμό πλανητών'.



Το 2022, αν όλοι οι κάτοικοι της γης κατανάλωναν όπως εμείς, θα χρειαζόμασταν 2,5 πλανήτες όπως η γη για να καλύψουμε τις ανάγκες μας

3^ο παράδειγμα:

Τα υπαίθρια ντους στην παραλία

https://icse.eu/wp-content/uploads/2023/07/QP_Green_July_2023_Showers.pdf



Photo by [James Tring](#) on [Unsplash](#)

Quarterly Problem

- Green Edition -

Η κατανάλωση νερού το καλοκαίρι στις Κυκλάδες

Στις Κυκλάδες υπάρχει έλλειψη πόσιμου νερού, ιδιαίτερα κατά την καλοκαιρινή τουριστική περίοδο. Το μεγαλύτερο μέρος του πόσιμου νερού που καταναλώνεται στις Κυκλάδες μεταφέρεται στα νησιά με πλοία. Οι επισκέπτες σε αυτά τα νησιά, κατά τη θερινή περίοδο, κάνουν τουλάχιστον ένα ντους την ημέρα στα υπαίθρια ντους για να ξεπλύνουν το θαλασσινό νερό.

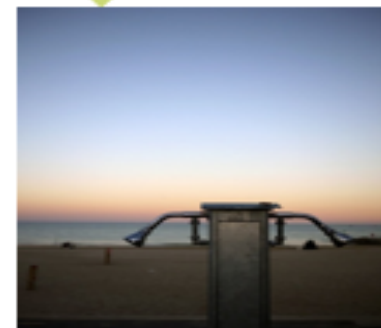
Χρησιμοποιήστε επίσημα στατιστικά δεδομένα για να υπολογίσετε την ποσότητα πόσιμου νερού που καταναλώνεται στην αιχμή της καλοκαιρινής περιόδου (Ιούλιο και Αύγουστο), στα υπαίθρια ντους στα δύο δημοφιλέστερα νησιά των Κυκλάδων (Μύκονο και Σαντορίνη).

Μικρές συμβουλές

- Δεδομένα σχετικά με την επισκεψιμότητα των νησιών μπορείτε να τα βρείτε στο link: <https://insete.gr/statistical-bulletin/?lang=en> (press the button 'statistical data')
- Υπολογίστε τη μέση διάρκεια παραμονής των επισκεπτών στις Κυκλάδες με βάση στοιχεία από την Ευρωπαϊκή Ένωση για τη μέση διάρκεια διακοπών των Ευρωπαίων γενικά.
<https://data.europa.eu/en/publications/datastories/which-country-eu-has-most-annual-holidays>
- Η μέση παροχή ενός ντους στις παραλίες των Κυκλάδων είναι 8 l/min.

Brainstorm-Box

Υπάρχουν άλλοι τρόποι τροφοδοσίας των Κυκλάδων με πόσιμο/γλυκό νερό; Θα μπορούσαν αυτοί οι τρόποι να αντιμετωπίσουν τη σπατάλη νερού σε υπαίθρια ντους στην παραλία;



"Beach shower" by [Sam Tawn](#) is licensed under [CC BY 2.0](#).

Περιβαλλοντικής φύσης θέματα που μπορεί να 'κρύβονται' σε ένα τυπικό σχολικό πρόβλημα

Όταν οργανικά απόβλητα ρίχνονται σε μια λίμνη, προκαλούνται χημικές αντιδράσεις που ελαττώνουν την περιεκτικότητα της λίμνης σε οξυγόνο.

Έστω ότι η συνάρτηση $f(t)$ του διπλανού γραφήματος περιγράφει την εξέλιξη της περιεκτικότητας (%) σε οξυγόνο της λίμνης t ημέρες μετά τη ρίψη των οργανικών αποβλήτων.

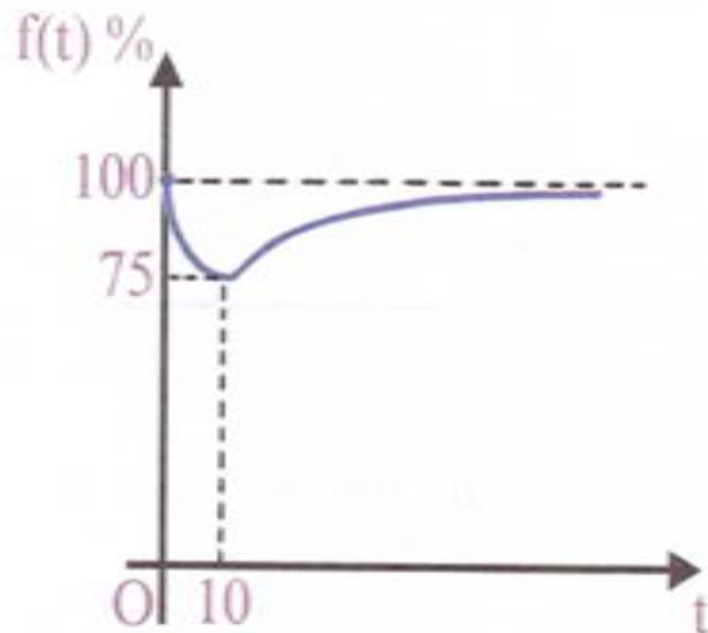
$$f(t) = 100 \frac{t^2 + 10t + 100}{t^2 + 20t + 100}$$

α) ποια είναι η περιεκτικότητα της λίμνης σε οξυγόνο μετά από 10 και 20 ημέρες;

β) υπολογίστε το όριο

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t)$$

- Σχολικό βιβλίο ΕΠΑΛ, Γ' Λυκείου



E1) Ποιο είναι το περιβαλλοντικό ζήτημα που 'κρύβεται' σε αυτό το πρόβλημα;

E2) Πώς θα μπορούσατε να αλλάξετε αυτό το σχολικό πρόβλημα προκειμένου να καταστήσετε διαφανείς τις περιβαλλοντικές του διαστάσεις;

Συζήτηση

– Ποιο/α από τα τρία παραδείγματα θα επιλέγατε να διδάξετε στην τάξη σας και γιατί;

Παράδειγμα 1: Η υπερθέρμανση του πλανήτη

Παράδειγμα 2: Το οικολογικό αποτύπωμα

Παράδειγμα 3: Τα υπαίθρια ντους στην παραλία

– Πώς θα απαντούσατε στο ερώτημα:

- Ποιος είναι ο ρόλος της μαθηματικής εκπαίδευσης στην παγκόσμια περιβαλλοντική κρίση;

– Προτάσεις/ιδέες

- Σχετικοί σύνδεσμοι

<https://www.footprintcalculator.org/home/en>

<https://icse.eu/materials/quarterly-problems/>

<https://icse.eu/>

[En-ROADS \(climateinteractive.org\)](https://climateinteractive.org)

<https://www.uea.ac.uk/groups-and-centres/climatic-research-unit>



- Ευχαριστώ πολύ!

Ενδεικτική βιβλιογραφία

- Boylan, M., & Coles, A. T., 2017, 'Is another mathematics education possible? an introduction to a Special Issue on Mathematics Education and the Living world, *Philosophy of Mathematics Education Journal*.
- Evagorou, M., 2011, 'Discussing a socioscientific issue in a primary school classroom: The case of using a technology-supported environment in formal and nonformal settings.' In T. Sadler (Ed.), *Socio-scientific issues in the classroom*, 133-160.
- Hauge, K. H., & Barwell, R. (2022). Education for post-normal times. In R. Herheim, T. Werler, & K. H. Hauge (Eds.), *Lived democracy in education: Young citizens' democratic lives in kindergarten, school and higher education* (pp. 65–76). Routledge.
- Maass, K., Doorman, M., Jonker, V., & Wijers, M., 2019, "Promoting active citizenship in mathematics teaching.", *ZDM*, 51(6), 991-1003. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01048-6>
- Owens, D. C., Herman, B. C., Oertli, R. T., Lannin, A. A., & Sadler, T. D. (2019). Secondary science and mathematics teachers' environmental issues engagement through socio-scientific reasoning. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education: Special Issue on Enhancing Environmental Literacy in K-12 Science Classrooms*, 15(6) <https://doi.org/10.29333/ejmste/103561>
- Skovsmose, O. (1994). Towards a critical mathematics education. *Educational studies in mathematics*, 27(1), 35-57.