

**ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΙΙ - ΛΥΣΕΙΣ QUIZ 2, 19 Μάη 2017**

1. Αν  $\lambda$  είναι το μέτρο Lebesgue και  $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty]$  Lebesgue μετρήσιμη συνάρτηση, τότε  
  $\int f d\lambda$  ορίζεται πάντα      $\int f d\lambda = 0 \Rightarrow \lambda\{f > 0\} = 0$       $\int f d\lambda = +\infty \Rightarrow \lambda\{f = \infty\} > 0$
2. Αν  $E(\sqrt{|X_n - X|}) \rightarrow 0$ , τότε  
  $X_n \xrightarrow{L^1} X$       $X_n \xrightarrow{L^{1/4}} X$       $X_n \xrightarrow{d} X$
3. Αν  $X \sim N(0, 1)$ , τότε το θετικό μέρος  $X^+$  της  $X$  είναι  
 συνεχής τ.μ.     διακριτή τ.μ.     μικτή τ.μ.     ισόνομη με τη  $X^-$
4. Αν  $X \stackrel{d}{=} Y$ , τότε ποιά απο τα ακόλουθα είναι αληθή ;  
  $e^X \stackrel{d}{=} e^Y$       $X \stackrel{a.s.}{=} Y$       $E|X| = E|Y|$       $X + Z \stackrel{d}{=} Y + Z$
5. Αν  $(A_n)$  ακολουθία ενδεχομένων, τότε  $\sum_n P(A_n) < +\infty \Rightarrow$   
  $P(\liminf A_n) = 0$       $P(\cap A_n) = 0$       $P(\limsup A_n) = 0$       $P(\cup A_n) = 0$
6. Σε μία άπειρη ακολουθία ρίψεων ενός αμερόληπτου νομίσματος, ποιά απο τα παρακάτω ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1;  
 άπειρες φορές Κ     εναλλαγή ΚΓ συνεχώς     40 φορές Γ     οριακό ποσοστό των Κ = 0.5
7. Ποιά από τα επόμενα ισχύουν όταν μία ροπογεννήτρια  $M_X(t)$  είναι πεπερασμένη σε περιοχή του μηδενός ;  
 η  $M_X$  χαρακτηρίζει την κατανομή της  $X$      η  $M_X$  συμπίπτει με τη χαρακτηριστική συνάρτηση της  $X$       $M_X(t) = \sum_n E(X^n)t^n$      η  $X$  έχει ροπές οποιασδήποτε τάξης
8. Με απευθείας χρήση ποιών θεωρημάτων σύγκλισης συμπεραίνουμε ότι  $\int_0^1 x^n dx \rightarrow 0$  ;  
 φραγμένης     μονότονης     κυριαρχημένης
9. Αν  $X_n \xrightarrow{a.s.} X$ , τότε  
  $X_n \xrightarrow{p} X$       $X_n \xrightarrow{d} X$       $X_n \xrightarrow{L^p} X, 0 < p < +\infty$
10. Αν  $\forall \epsilon > 0, \sum_n P(|X_n - 1| > \epsilon) < \infty$ , τότε  
  $X_n \xrightarrow{L^\infty} 1$       $X_n \xrightarrow{c} 1$       $X_n \xrightarrow{a.s.} 1$       $X_n \xrightarrow{p} 1$
11. Ποιές απο τις παρακάτω ακολουθίες κατανομών είναι σφιχτές ;  
  $N(n, 1)$       $1/n \text{Exp}(1)$       $\delta_{(-1)^n}$       $\delta_n$
12. Ποιές απο τις παρακάτω συναρτήσεις  $\phi : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  είναι χαρακτηριστικές συναρτήσεις τυχαίας μεταβλητής ;  
  $i$       $\cos t + i \sin t$       $e^{-t^2/2}$       $e^{t^2/2}$
13. Αν  $X_n \xrightarrow{d} X, B \in \mathcal{B}(\mathbb{R})$  και  $E|X_n|, E|X| < \infty$  τότε:  
  $P(X_n \in B) \rightarrow P(X \in B)$       $E(X_n) \rightarrow E(X)$       $E(\min\{1, |X_n|\}) \rightarrow E(\min\{1, |X|\})$
14. Αν  $X_n \xrightarrow{d} 1$ , τότε  
  $e^{X_n} \xrightarrow{p} e$       $e^{X_n} \xrightarrow{d} e$       $E(|X_n|) \rightarrow 1$
15. Αν  $n(X_n - 1) \xrightarrow{d} X$ , τότε  $n(X_n^2 - 1) \xrightarrow{d}$   
 0     X     2X     δεν μπορούμε να ξέρουμε

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**