

## Προσομοίωση - Εξέταση 11/7/2019 ΠΜΣ 'Βιοστατιστική'

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1.** Έστω  $X$  συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

$$f(x) = \frac{e^x}{e-1}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

(α) Να περιγραφεί γεννήτρια τυχαίων αριθμών από αυτή την κατανομή χρησιμοποιώντας τη μέθοδο αντίστροφου μετασχηματισμού.

(β) Να περιγραφεί γεννήτρια τυχαίων αριθμών από αυτή την κατανομή χρησιμοποιώντας τη μέθοδο απόρριψης.

(γ) Να υλοποιηθούν οι παραπάνω γεννήτριες και να δημιουργηθούν 1000 παρατηρήσεις από την  $X$  μέσω της κάθε μιας από αυτές. Να ελεγχθεί αν τα δύο δείγματα που δημιουργήθηκαν προέρχονται από την ίδια κατανομή χρησιμοποιώντας τον έλεγχο Kolmogorov-Smirnov.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2.** Έστω  $X_1, X_2$  δύο μετρήσεις της αρτηριακής πίεσης ενός ατόμου στη διάρκεια μιας μέρας (πρωί και απόγευμα αντίστοιχα). Υποθέτουμε ότι η  $X_1$  ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 14.2 και τυπική απόκλιση 2.4. Αν η τιμή της πίεσης το πρωί είναι  $X_1 = x_1$ , η τιμή το απόγευμα  $X_2$  ακολουθεί επίσης κανονική κατανομή με μέση τιμή  $x_1$  και τυπική απόκλιση 1.2.

Έστω ότι ένα άτομο θεωρείται ότι βρίσκεται σε κατηγορία υψηλού κινδύνου αν τουλάχιστον μια μέτρηση της ημέρας βρεθεί άνω του 17 ενώ βρίσκεται σε κατηγορία χαμηλού κινδύνου αν και οι δύο μετρήσεις βρεθούν κάτω του 13. Στις υπόλοιπες περιπτώσεις θεωρείται σε κατηγορία επιτήρησης.

Να εκτιμηθεί η πιθανότητα ένα τυχαίο άτομο μετά από μετρήσεις μιας μέρας να τοποθετηθεί σε κάθε μια από τις 3 κατηγορίες (υψηλού κινδύνου, χαμηλού κινδύνου, επιτήρησης), χρησιμοποιώντας 1000 σενάρια προσομοίωσης.

**ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.** Έστω  $Q$  τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί εκθετική κατανομή με παράμετρο  $\theta$ , δηλαδή έχει μέση τιμή  $EX = 1/\theta$ . Για την εκτίμηση του  $\theta$  λαμβάνεται δείγμα  $n = 30$  παρατηρήσεων και υπολογίζεται η εκτιμήτρια  $\hat{\theta} = 1/\bar{X}_n$ , όπου  $\bar{X}_n$  ο δειγματικός μέσος.

(α) Να εκτιμηθεί η μεροληψία αυτής της εκτιμήτριας  $B = E(\hat{\theta}) - \theta$  αν η αληθινή τιμή της παραμέτρου  $\theta$  είναι ίση με 2, χρησιμοποιώντας 1000 σενάρια προσομοίωσης.

**Σημείωση:** Σε κάθε σενάριο θα πρέπει να δημιουργηθεί δείγμα 30 παρατηρήσεων από την πραγματική κατανομή, να υπολογιστεί η εκτιμήτρια και η απόκλιση της από την αληθή τιμή.