

ΤΟ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ, ΤΟ ΑΠΕΙΡΟ ΚΑΙ Η ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑ

Το αντιθετικό εννοιολογικό δίπολο που εκφράζεται με τους αντίστοιχους όρους «πεπερασμένος», «άπειρος» φαίνεται να παίζει κυρίαρχο ρόλο και στην αντίληψή μας του κόσμου της καθημερινότητας και στην επιστημονική μας προσέγγιση του κόσμου του μέσα μας και του πιθανώς έξω από εμάς. Στο πλαίσιο αυτό, ιδιαιτέρως ο όρος άπειρος χρησιμοποιείται και με αφρόντιδα και σχετικά επιπόλαιο τρόπο αλλά και με τρόπο προσεκτικό και αρκούντως καλά θεμελιωμένο. Ο όρος πεπερασμένος, από την άλλη μεριά, φαίνεται να μην έχει ακριβώς τα ίδια προβλήματα. Δεν είναι όρος που εμφανίζεται συχνά, στις συζητήσεις ή στις γραπτές διατυπώσεις, με θολό το σημασιολογικό του υπόβαθρο. Το υπόβαθρό του δεν είναι θολό, αλλά αρκούντως καθαρό και σαφές. Έτσι, και σε επίπεδο πρώτης ανάγνωσης του κόσμου και σε επίπεδο μεταγλωσσικής αποτίμησής του, φαίνεται να διατηρεί το θεμελιώδες χαρακτηριστικό της σημασιολογικής του αντιστοίχισης, αυτό δηλαδή της σήμανσης του τέλους μιας μέτρησης ή του τέλους μιας εκτίμησης σχετικής με την αριθμητική αποτίμηση ενός πλήθους αντικειμένων ή γεγονότων. Δηλαδή, το πεπερασμένο φαίνεται να χαρακτηρίζει αυτό που μετράται τελεσίδικα και οριστικά ή, τέλος πάντων, αυτό που θα μπορούσε να μετρηθεί τελεσίδικα και οριστικά. Με τούτο εννοούμε ότι, αν μας δοθεί ένας εξαιρετικά μεγάλος φυσικός αριθμός, τέτοιος που για να αποτιμηθεί μετρούμενος θα απαιτούνταν περισσότερες της μίας γενιές ανθρώπων, ο αριθμός αυτός θα μπορούσε να μετρηθεί τελεσίδικα και οριστικά σε πολύ μεγάλο μεν χρονικό διάστημα αλλά πεπερασμένο, δηλαδή σε χρονικό διάστημα με συγκεκριμένη αρχή και συγκεκριμένο τέλος.

Ο όρος άπειρος, ως αντικείμενο της καθημερινότητας της νεοελληνικής γλώσσας, συναντάται συχνά –κάτι που δεν συμβαίνει το ίδιο συχνά σε άλλες γλώσσες, όπως, επί παραδείγματι, ίσως στην αγγλική– υποκαθιστώντας τον όρο «αμέτρητος», χρησιμοποιούμενος δηλαδή ως συνώνυμός του. Έτσι, στο πλαίσιο αυτής της καθημερινότητας, εκφράσεις όπως «σου το έχω πει άπειρες φορές» ή «αυτό έχει συμβεί άπειρες φορές» χρησιμοποιούνται με την ασυνείδητως από τον λέγοντα προβαλλόμενη αίσθηση της αδυναμίας μέτρησης των

λεχθέντων ή των συμβεβηκότων. Το λάθος, στην προκείμενη περίπτωση, είναι ότι οι έννοιες «άπειρος» και «αμέτρητος» δεν ταυτίζονται. Ο όρος άπειρος σημαίνει την ανυπαρξία τέλους, ενώ ο όρος αμέτρητος μπορεί να σημαίνει ή την ανυπαρξία τέλους ή την αδυναμία περάτωσης της μέτρησης από τον ενεργούντα την μέτρηση αυτή, λόγω των πεπερασμένων δυνατοτήτων του. Δηλαδή, η έννοια «άπειρος» συνεπάγεται την έννοια «αμέτρητος», ενώ δεν ισχύει το αντίστροφο. Δεν ισχύει δηλαδή η συνεπαγωγή του απείρου από το αμέτρητο. Εναύ, το αμέτρητο είναι αυτό που δεν μπορεί να μετρηθεί είτε εξαιτίας της οντικής δομής του είτε εξαιτίας γνωσιολογικών αδυναμιών του ενεργούντος ή των ενεργούντων την μέτρηση.

Η νοηματοδότηση του όρου άπειρος στην περιοχή των επιστημών και ιδιαίτερως των μαθηματικών και της λογικής, καθώς και στον χώρο της φιλοσοφίας, συνήθως αντιδιαστέλλεται, με πολύ συγκεκριμένο τρόπο, προς αυτήν του όρου πεπερασμένος. Έτσι, οι δύο όροι καθίστανται αντιληπτοί ως απολύτως αντιθετικά συνυπάρχοντες. Ένα πλήθος είναι πεπερασμένο αν η οποιαδήποτε μέτρησή του περατούται. Αν δηλαδή υπάρχει ή μπορεί να υπάρξει ένα τέλος σε αυτήν που θα οδηγούσε στην εύρεση ενός φυσικού αριθμού –του 5, του 105, του 1.005, του 1.000.005 και ούτω καθεξής– ο οποίος θα εξέφραζε επακριβώς την ύπαρξη αυτού του τέλους της μέτρησης. Ένα πλήθος, από την άλλη μεριά, είναι άπειρο αν δεν υπάρχει ή δεν μπορεί να υπάρξει ένα τέλος σε μία τέτοια μέτρηση, όχι λόγω αδυναμίας του πεπερασμένου έλλογου όντος που λέγεται «άνθρωπος» να την περατώσει, αλλά λόγω του γεγονότος ότι το πλήθος αυτό υπερβαίνει το εύρος περάτωσης κάθε πεπερασμένης μέτρησής του.

Με το ζεύγος των όρων πεπερασμένος και άπειρος –και ιδιαίτερα με τον δεύτερο όρο– συνδέεται άμεσα το ζεύγος των όρων «δυνάμει» και «ενεργεία», που έχει αριστοτελική κυρίως προέλευση. Οι δύο αυτοί τελευταίοι όροι, στην επιρρηματική τους μορφή, εκφράζουν αφενός ό,τι είναι δυνητικά παρόν και αφετέρου ό,τι είναι ήδη υπαρκτό ή έχει ήδη υπάρξει ή επισυμβεί. Ένα εντυπωσιακά ακριβές παράδειγμα σημασιολογικής χρήσης των δύο αυτών όρων αποτελεί η εξής περιγραφή ενός στοιχειώδους πειράματος γυμνασιακής φυσικής. Ας υποθέσουμε ότι κρατάμε στο χέρι μας ένα βότσαλο σε ύφος Η από την επιφάνεια του εδάφους. Αν το βότσαλο αφεθεί ελεύθερο, θα αρχίσει να πέφτει με αυξανόμενη ταχύτητα, ανάλογη του χρόνου παρέλευσης από την αρχή της πτώσης του έως ότου συναντήσει το έδαφος. Χρησιμοποιώντας ένα μέγεθος, που στην φυσική καλούμε «ενέργεια», μπορούμε να εκφράσουμε το γεγονός ότι η δυνητική ενεργειακή κατάσταση του βότσαλου μας την στιγμή που αφήνεται να πέσει είναι αριθμητικά ίση με την κινητική ενεργειακή κατάσταση που έχει αποκτήσει λόγω της πτώσης του, κατά την στιγμή της πρόσχρουσής του στο έδαφος. Όλα τούτα με την προϋπόθεση ότι κατά την διαδρομή του το βότσαλο πίπτει ελεύ-

θέρως, δηλαδή δεν εμποδίζεται ή υποβοηθείται κατά την διάρκεια της πτώσης του. Η ισότητα της αρχικής δυναμικής ενέργειας του βότσαλου μας με την τελική του κινητική ενέργεια, καθώς και με το άθροισμα μεταβαλλόμενης κινητικής και μεταβαλλόμενης δυναμικής του ενέργειας καθ' όλην την διάρκεια της πτώσης του, αποτελεί βασικό θεώρημα της στοιχειώδους γυμνασιακής φυσικής, σύμφωνα με το οποίο, η μηχανική ενέργεια του πίπτοντος σώματος, δηλαδή το άθροισμα της δυναμικής και της κινητικής του ενέργειας, καθ' όλα τα στάδια της πτωτικής διαδρομής του, παραμένει σταθερό. Την δυνητική ενεργειακή κατάστασή του, αν το πίπτον σώμα βρίσκεται σε ύψος h από το έδαφος, εκφράζουμε με το γινόμενο Bx , το οποίο ονομάζουμε «δυναμική» ενέργειά του, όπου B είναι το βάρος του σώματος, και την κινητική ενεργειακή κατάστασή του με το γινόμενο $\frac{1}{2}mv^2$, το οποίο ονομάζουμε «κινητική» ενέργειά του, όπου m είναι η μάζα του και v η ταχύτητά του στην αντίστοιχη χρονική στιγμή. Έτσι, σύμφωνα με το βασικό θεώρημα της στοιχειώδους γυμνασιακής φυσικής, που αναφέρθηκε παραπάνω, αν H είναι το αρχικό ύψος από το οποίο αφέθηκε ελεύθερο το βότσαλο, B το βάρος του, m η μάζα του, V η τελική ταχύτητά του κατά την στιγμή που εγγίζει το έδαφος, v η ταχύτητα σε κάποιο τυχόν σημείο της διαδρομής του και h το αντίστοιχο ύψος στο οποίο βρίσκεται κατά την στιγμή που έχει την ταχύτητα u , τότε ισχύει:

$$BH = \frac{1}{2}mv^2 = Bh + \frac{1}{2}mu^2$$

Στο παράδειγμα που διεξοδικά περιγράφαμε παραπάνω, το ορολογικό δίπολο «δυνάμει - ενέργεια», το οποίο εναλλακτικά θα μπορούσε να αντικατασταθεί από το δίπολο «δυνητικός - πραγματικός», χρησιμοποιήθηκε προκειμένου να εκφρασθεί η δυνατότητα παραγωγής έργου ή η μετάβαση από αυτό που είναι δυνατόν σε αυτό που τελικώς καθίσταται υπαρκτό ή, σε απλούστερη γλώσσα, πραγματοποιείται. Αυτή η ορολογική και τελικώς εννοιολογική διάσταση μεταξύ δυνατότητας και πραγματικότητας συναντάται, ίσως ακόμη εντονότερα, σε περιοχές που μοιάζει να ανήκουν όχι τόσο στην σφαίρα της πραγματικότητας του κόσμου που μας περιβάλλει αλλά στην πραγματικότητα που είναι προσβάσιμη κυρίως νοητικά. Ένα κλασικό τέτοιο παράδειγμα είναι αυτό της νοητικής πραγματικότητας των μαθηματικών αντικειμένων και αλήθειων, που, παρά τις εφαρμοστικές διασυνδέσεις τους με την εμπειρική πραγματικότητα, κυρίως ανήκουν στον χώρο αυτών που νοούνται ως πειθαρχημένα έλλογες γνωσιακές υποδομές του κόσμου μας. Τέτοιες έλλογες γνωσιακές υποδομές δεν αποτελούν τυήμα της προσλαμβανόμενης εμπειρικής πραγματικότητας, αλλά γνωσιακές προϋποθέσεις του τρόπου με τον οποίον ημείς και υμείς, ως έλλογα όντα, οικοδομούμε μετρώντας αυτό που γνωρίζουμε.

Έτσι, λοιπόν, οικοδομούμε το μαθηματικό μας σύμπαν, ακρογωνιαίος λίθος στήριξης του οποίου είναι οι φυσικοί αριθμοί, οι αριθμοί δηλαδή που προκύπτουν από τον αριθμό 1 -ή και τον αριθμό 0, αν προτιμάτε- με συνεχείς και αενάως επαναλαμβανόμενες προσθήκες της μονάδος σε ό,τι έχει ήδη κατασκευασθεί ή ανακαλυφθεί. Προκύπτουν με αυτόν τον τρόπο οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, ..., n , $n+1$, ... χωρίς τέλος, αρχίζοντας όμως από τον αριθμό 1 και επιτρέποντας στο εσωτερικό τους την πράξη προσθήκης της μονάδος χωρίς όριο. Στην συνέχεια, προχωρούμε στην κατασκευή -ή καλύτερα στην ανακάλυψη- των ακεραίων, μετά των ρητών και στο τέλος των πραγματικών αριθμών στο σύνολό τους. Είναι έλλογη πίστη του γράφοντος ότι η μήτρα των πραγματικών αριθμών αποτελεί την γενεσιούργο προϋπόθεση όλων των μαθηματικών οντοτήτων, που αποκεί και πέρα κατασκευάζονται ή μάλλον ανακαλύπτονται.¹

Σε όλο τούτο το δημιουργικό πανηγύρι, ποιος ο ρόλος του ορολογικού διπόλου «δυνητικός» - «πραγματικός»; Αν μείνουμε στα μαθηματικά αντικείμενα που κατασκευάστηκαν ή κατασκευάζονται ή που υπάρχουν και ανακαλύπτονται και που διαθέτουν έντονο το περατοκρατικό τους όρωμα, πώς επάνω τους λειτουργούν σημασιολογικά οι όροι δυνητικός, πραγματικός; Ας μείνουμε, δηλαδή, προς το παρόν στο εσωτερικό του σύμπαντος των φυσικών αριθμών και ας απευθύνουμε τα παραπάνω δύο ερωτήματα προς την κατεύθυνση των επιμέρους αντικειμένων αυτού του σύμπαντος. Ποιος ο ρόλος του διπόλου «δυνητικός» - «πραγματικός» στην κατανόηση των αντικειμένων αυτών; Πώς λειτουργούν -αν λειτουργούν- σημασιολογικά οι όροι δυνητικός και πραγματικός κατά την ανακάλυψη, ψηλάφηση και κατανόηση των φυσικών, επί παραδείγματι, αριθμών 5, 105, 1.005, 1.000.005;

Το συγκεκριμένο ορολογικό δίπολο δεν έχει ρόλο να παίξει κατά την νοητοδότηση των συγκεκριμένων αντικειμένων του σύμπαντος των φυσικών αριθμών. Οι αριθμοί 5, 105, 1.005 ή 1.000.005 δεν διαθέτουν δυνητικά σημασιολογικά περιεχόμενα και δεν χρειάζονται τον επιθετικό προσδιορισμό «πραγματικός» για να αποτελέσουν αντικείμενα της κατανόησής μας. Ο συγκεκριμένος επιθετικός προσδιορισμός -όχι με την τρέχουσα τεχνική σημασία του² στερείται κυριολεκτικά νοήματος όταν χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει τα αντικείμενα αυτά. Από την άλλη μεριά, το συγκεκριμένο ορολογικό δίπολο παίζει ουσιώ-

1. «Ανακαλύπτονται» με την έννοια ότι υπήρχαν, υπάρχουν και θα υπάρχουν, όχι οντολογικά, αλλά μόνον επιστημολογικά εξαρτώμενες από τον ανακαλύπτοντα.

2. Σύμφωνα με την οποία, ένας πραγματικός αριθμός δεν είναι τίποτε άλλο παρά ένα αδιάστατο σημείο ανήκον στο σύνολο που καλείται «πραγματική ευθεία».

δη ρόλο κατά την ανάδυση νέων οντοτήτων συνολοθεωρητικού χαρακτήρα. Τι γίνεται όταν αποφασίσουμε να εκφράσουμε συνολοθεωρητικές ολότητες ως νέα αντικείμενα, αποδεχόμενοι άπειρες τέτοιες -άπειρες ως προς την εσωτερική τους σύσταση- όχι μόνο ως δυνάμει αλλά και ως ενεργεία υπάρχουσες; Και για να είμαστε περισσότερο συγκεκριμένοι. Τι θα συμβεί νοηματικά αν αποδεχθούμε, επί παραδείγματι, την ύπαρξη των σύμπαντος των φυσικών αριθμών ως νέου αντικειμένου, με σαφώς διαφορετικό χαρακτήρα από αυτόν των φυσικών αριθμών; Το νέο αυτό αντικείμενο θα είναι άπειρο, με την έννοια της μη περατούμενης αρίθμησης του εσωτερικού του. Ως τέτοιο, θα διαφέρει ουσιωδώς των παλαιών αριθμητικών αντικειμένων, που συνδέονται με τα σύμβολα, επί παραδείγματι, 5, 105, 1.005, 1.000.005. Η αποδοχή της ύπαρξης του νέου αυτού αντικειμένου οδηγεί αναγκαστικά σε διαχωρισμό εννοιών, όπως αυτές της «διατακτικότητας» και της «πληθυκότητας»,³ οι οποίες εσήμαναν και σημαίνουν τα ίδια πράγματα όταν αναφέρονται σε πεπερασμένα μαθηματικά αντικείμενα, όπως οι φυσικοί αριθμοί.

Η αντικειμενοποίηση μεγάλων (απείρων) οντοτήτων οδήγησε και συνεχίζει να οδηγεί στην ανακάλυψη μιας μαθηματικής ηπείρου, που υπήρχε ανέκαθεν και κατά κάποιο τρόπο -και σε ίσως ανεπίτρεπτο ανθρωπομορφικό γλωσσικό ιδίωμα- ανέμενε να αποκαλυφθεί πολύμορφη, ενδιαφέρουσα, πολυσχιδής, έλλογη και κρυφίνους. Όλα τούτα οδήγησαν τελικώς στην κατά τον 20ό αιώνα ανάπτυξη της θεωρίας συνόλων και ιδιαιτέρως στην κατά Zermelo-Fraenkel⁴ εκδοχή της.

Η πορεία προς την συνολοθεωρητικοποίηση των μαθηματικών είχε και έχει προφανώς άμεσα να κάνει και με την εννοιολογική διαπάλη των όρων δυνητικός και πραγματικός. Ας δούμε όμως αυτή την διαπάλη, καθώς λαμβάνει χώρα εκτυλιστόμενη κατά την μελέτη-θέαση των φυσικών αριθμών. Οι φυσικοί αριθμοί πρόσκυψαν -ή ανακαλύφθηκαν από το έλλογο ον-, καθώς ο άνθρωπος άρχισε να συνειδητοποιεί ότι η μετάβαση από ένα στάδιο κάποιας διαδικασίας στο επόμενό του είναι δυνατόν να μην εξαντλείται. Να συνεχίζεται, δηλαδή, χωρίς να υπάρχει άνω όριο, άνω φράγμα κατ' αυτήν την μετάβαση. Ή ακόμη, και αν υπάρχει άνω όριο, άνω φράγμα κατά μια συγκεκριμένη μετάβαση, να συνειδητοποιεί ότι είναι αδύνατον να καθορισθεί άνω φράγμα που να αναφέρεται σε κάθε

3. Για τις έννοιες της «διατακτικότητας» και της «πληθυκότητας», βλ. Διονύσιος Α. Αναπολιτάνος, *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, Νεφέλη, Αθήνα 1985, σ. 192-199. Για την διάκριση μεταξύ της πληθυκότητας και της διατακτικότητας, όπως αυτή αναφέρεται σε άπειρα σύνολα, βλ. ιδιαιτέρως σ. 195.

4. Για επεξηγηματικές λεπτομέρειες, βλ. στο ίδιο, σ. 184-191. Για περαιτέρω μελέτη, βλ. Herbert B. Enderton, *Elements of Set Theory*, Academic Press, Νέα Υόρκη 1977· Abraham Adolf Fraenkel, *Abstract Set Theory*, North Holland, Άμστερνταμ 1968.

πιθανή μετάβαση. Έτσι, δρώντας αφαιρετικά, μπορεί ο άνθρωπος ως έλλογο να να διαπιστώσει την ύπαρξη ενός μη εξαντλούμενου νοητικού σύμπαντος στο οποίο να κατοικείται ο αριθμός 1, ως εκφράζων το πρώτο στάδιο μιας κλιμακωτής μετάβασης, ο αριθμός 2, ως εκφράζων το δεύτερο στάδιο, δηλαδή το αριθμός επόμενο του σταδίου 1, και, δεδομένου ενός οιουδήποτε τυχόντος σταδίου αντιπροσωπεύμενου από τον φυσικό αριθμό n , να κατοικείται αναγκαίως στο νοητικό αυτό σύμπαν και ο αριθμός $n+1$, ως εκφράζων το αριθμός επόμενο στάδιο του τυχόντος σταδίου, που αντιπροσωπεύεται από τον n .

Στο σημείο αυτό απαιτούνται κάποια εξηγητικά σχόλια. Ο άνθρωπος, κατά την διαδικασία συνειδητοποίησης του ανεξάντλητου των φυσικών αριθμών, δεν αντιλαμβάνεται απαραιτήτως την ολότητά τους ως ενιαίο αντικείμενο. Αυτό που αντιλαμβάνεται είναι η ανεξάντλητη πορεία εντός αυτής της ολότητας, με την έννοια ότι, ενώ δεν υπάρχει φυσικός αριθμός ο οποίος να μην κατακτάται μετά από κάποια (ίσως αρκετά μεγάλη) κλιμακωτή νοητική μετάβαση, το σύνολο των φυσικών αριθμών, ως μη εξαντλούμενο, παραμένει αενάως διαφεύγον. Η αδυναμία νοητικής σύλληψης του σύμπαντος των φυσικών αριθμών, ως ενιαίου αντικειμένου, μέσω της διαδικασίας της πεπερασμένης μετάβασης από τον τυχόντα φυσικό n στον αριθμό $n+1$ δεν πρέπει να μας απογοητεύει. Μπορούμε και δρούμε στο εσωτερικό αυτού του σύμπαντος, το οποίο, χωρίς να έχουμε την δυνατότητα να το εξαντλήσουμε, το ψηλαφούμε αποκτώντας επίγνωση της εσωτερικής δομής του. Το σύμπαν αυτό υπάρχει υπ' αυτήν την έννοια μόνον δυνάμει. Υπάρχει, δηλαδή, ως δυνατότητα, αναμένουσα την αναγκαία πράξη της ενεργεία υποστασιοποίησής του. Αυτή η πράξη απαιτεί την αξιωματική αποδοχή της πραγματικής ύπαρξης ενός αντικειμένου που, ενώ δεν εξαντλείται επιθεωρούμενο εσωτερικά, μπορεί να καταστεί νοητικά ορατό ως εμπειρίχον μια πλειάδα αντικειμένων-στοιχείων, για τα οποία υπάρχει αλγόριθμος ανακάλυψης και περιγραφής τους. Ο αλγόριθμος αυτός εξασφαλίζεται από το αξίωμα -ή μάλλον το αξιωματικό σχήμα- της επαγωγής, σύμφωνα με το οποίο, μια πρόταση φ ισχύει για κάθε φυσικό αριθμό n ισχύει για τον φυσικό αριθμό 1 και αν, ισχύοντας για τον φυσικό αριθμό n , ισχύει και για τον $n+1$. Η ενεργεία υποστασιοποίηση του συνόλου των φυσικών αριθμών, η αποδοχή δηλαδή της ύπαρξης του ως ανεξάντλητου και ενιαίου αντικειμένου σε συνολοθεωρητικό επίπεδο, οδηγεί στην αποδοχή της ύπαρξης και πληθυκά μεγαλυτέρων αντικειμένων, που τελικώς αποτελούν στοιχεία ενός υπερσύμπαντος, το οποίο, με την σειρά του, αποτελεί μοντέλο⁵ της περιγράφουσας τα αντικείμενα αυτά κατά Zermelo-Fraenkel θεωρίας συνόλων.

5. Για τον ορισμό της έννοιας του «μοντέλου» ενός συνόλου τύπων Γ μιας πρωτοβάθμιας γλώσσας L , βλ. Αναπολιτάνος, *Εισαγωγή στη Φιλοσοφία των Μαθηματικών*, σ. 176.

Για την πληρέστερη κατανόηση της εννοιολογικής διάκρισης του δυνητικού από το πραγματικό -ή ισοδυνάμως του δυνάμει από το ενεργεία- θα χρησιμοποιήσουμε ένα φευδοεμπειρικό παράδειγμα, αναφερόμενο στην εικόνα που έχουμε, που κατασκευάσαμε ή που ανακαλύψαμε για την φύση της κίνησης. Το παράδειγμα αυτό είναι μια σχετικά ελεύθερη περιγραφή του περίφημου πρώτου παραδόξου του Ζήνωνος, γνωστού ως «παραδόξου της διχοτομίας». Σύμφωνα με αυτό, αν ένας δρομέας επιχειρήσει να διανύσει ένα στάδιο κατά μήκος του, πριν ολοκληρώσει την συγκεκριμένη διάνυση, φθάνει στο μέσο του, στην συνέχεια στο μέσο του μέρους που απέμεινε, κατόπιν στο μέσο του υπολοίπου του και ούτω καθεξής. Αυτό σημαίνει ότι ο δρομέας δεν καταφέρνει να φθάσει στο τέλος του σταδίου, που αποτελεί και το τέλος της επιχειρηθείσας από μέρους του διαδρομής. Ακόμη χειρότερα, αν αυτή την συλλογιστική την χρησιμοποιήσουμε επαναληπτικά, θεωρώντας ότι το συνολικό προς διάνυση είναι το μισό του αρχικού σταδίου και, ξανά, θεωρώντας ότι το συνολικό προς διάνυση είναι το μισό του μισού του αρχικού σταδίου και ούτω καθεξής, θα συνειδητοποιήσουμε ότι έτσι είμαστε καταδικασμένοι να μην ξεκινήσουμε ποτέ. Και τούτο γιατί οποιαδήποτε διάνυση οποιουδήποτε μήκους συνεπάγεται την από μέρους μας εξάντληση της απειρίας των βημάτων, που κάτι τέτοιο συνεπάγεται. Η εξάντληση αυτή είναι αδύνατη γιατί κάτι τέτοιο θα εσήμαινε την εκ μέρους μας πραγματοποίηση άπειρων πράξεων σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα αν δεχθούμε, επί παραδείγματι, ότι η ταχύτητα με την οποία διανύεται το συγκεκριμένο στάδιο είναι σταθερή. Το φευδοεμπειρικό αυτό παράδειγμα καταδεικνύει ότι μόνον δυνητικά θα μπορούσαμε να περιγράψουμε την διαδικασία διάνυσης του συγκεκριμένου σταδίου, με την έννοια ότι, κάθε φορά που θα βρισκόμαστε σε κάποιο μισό της απομένουσας διαδρομής, θα ήταν δυνατόν να προσδοκούμε ότι σε λίγο θα βρισκόμαστε στο επόμενο μισό της επόμενης απομένουσας διαδρομής.

Για να χρωματίσουμε κατάλληλα την εννοιολογική αντιπαράθεση του «δυνάμει» και του «ενεργεία», καθώς αυτή μας αποκαλύπτεται στο συγκεκριμένο φευδοεμπειρικό παράδειγμα, ας προσθέσουμε στην εικόνα έναν παρατηρητή τοποθετημένον στο τέλος του σταδίου, ο οποίος παρακολουθεί τον δρομέα να έρχεται καταπάνω του καθώς αυτός διανύει το διάστημα κατά μήκος του συγκεκριμένου σταδίου. Ο παρατηρητής αυτός δεν βλέπει μόνον την αγωνιώδη και αδύνατον να ολοκληρωθεί προσπάθεια του δρομέα να κατακτήσει πραγματικά το άπειρο -να το καταστήσει δηλαδή ενεργεία υπαρκτό- μεταβαίνοντας από το εκάστοτε μισό στο επόμενό του και ούτω καθεξής, αλλά αντιλαμβάνεται και το μάταιο της οδυνηρής προσπάθειας. Θα ήθελε να του πει, κατά κάποιον τρόπο, ότι το άπειρο δεν κατακτάται με εσωτερική διάνυση αλλά με κατάλληλο νοητικό άλμα, που θα εξαφάνιζε τα εσωτερικά σημεία, καθώς δεν θα χρειαζόταν να περάσει από αυτά, αλλά να περάσει πάνω από αυτά. Και

τούτο τι θα εσήμαινε; Μα ότι το άλμα θα ήταν μία και μοναδική πράξη υπέρβασης της άπειρης διάνυσης, καθώς διά αυτού θα ήταν δυνατόν να κατακτηθεί το άπειρο χωρίς να διανυθεί. Σε απλά ελληνικά, η κατάκτηση του ενεργεία απείρου μοιάζει με την κατάκτηση της θέασης που εξασφαλίζει κάθε παρατηρητής-όταν διά άλματος βρεθεί στο τέλος μιας διαδρομής την οποία δεν έχει διανύσει. Τότε, έχει την πολυτέλεια να θεάται τον ταλαίπωρο δρομέα να έρχεται, βλέποντας ο ίδιος τα στάδια της διαδρομής που ο δρομέας επιχειρεί να διανύσει, από το τέρμα της και όχι από την αρχή της. Ο παρατηρητής δηλαδή θεάται το πραγματικό άπειρο, όντας στο τέλος του, χωρίς να το έχει διανύσει, ενώ ο δρομέας κάθιστρος το πολύ πολύ να φαντάζεται ένα άπειρο, που δυνητικά εκδιπλώνεται μπροστά του χωρίς τέλος. Ο δρομέας είναι καταδικασμένος να θεάται το άπειρο όχι από το τέλος του αλλά από την αρχή του και αυτό τον καθορίζει, με την έννοια ότι η γνώση του πραγματικού απείρου αποτελεί για αυτόν όνειρο απατηλό. Το άπειρο, εν ολίγοις, δεν κατακτάται με διάνυση αλλά με εννοιολογική υπέρβαση και αποδοχή της ύπαρξής του ως ενός αντικειμένου πέραν του βασιλείου των πεπερασμένων οντοτήτων. Μάλιστα θα μπορούσε κανέίς να ισχυρισθεί ότι το πραγματικό άπειρο είναι, ως νέο αντικείμενο, αυτό το ίδιο το βασίλειο των πεπερασμένων αντικειμένων, ενώ το δυνητικό άπειρο αυτό του απέραντου εσωτερικού του προαναφερθέντος βασιλείου.

Η χρήση του όρου «φευδοεμπειρικό», κατά την προηγηθείσα σχετικά ελεύθερη περιγραφή του πρώτου παραδόξου του Ζήνωνος, έχει να κάνει με το γεγονός ότι, ενώ αυτό αναφέρεται ως παράδοξο κίνησης, δεν αποτελεί παράδοξο της κίνησης καθ' εαυτήν -η οποία λαμβάνει χώραν πέραν ημών και υμών-, αλλά μάλλον παράδοξο που ανακύπτει στο εσωτερικό του τρόπου με τον οποίον αυτή η κίνηση αισθητηριακά προσλαμβάνεται και νοητικά αναλύεται. Έχει να κάνει, δηλαδή, με το γεγονός ότι, για την περιγραφή της διάνυσης του σταδίου, αυτό γίνεται αντιληπτό ως ευθύγραμμο τμήμα με συγκεκριμένη αρχή και συγκεκριμένο τέλος. Έτσι, αν το στάδιο παρασταθεί μαθηματικοποιημένα ως ευθύγραμμο τμήμα AB, τότε -χωρίς αυτό ίσως να συνειδητοποιείται με τρόπο άμεσο- ο παρατηρών θεωρεί ότι το διάστημα αυτό αποτελείται από αδιάστατα σημεία -άπειρα και μάλιστα υπεραριθμήσιμα⁶ ως προς το πλήθος τους-, από τα οποία ο δρομέας είναι υποχρεωμένος να περάσει για να φθάσει από το A στο B. Αυτό -που

6. Ένα σύνολο A καλείται «υπεραριθμήσιμο» όταν η πληθικότητά του είναι άπειρη, χωρίς το ίδιο να μπορεί να τεθεί σε αμφιμονοσήμαντη και επί αντιστοιχία με το σύνολο των φυσικών αριθμών, όταν δηλαδή δεν υπάρχει συνάρτηση $f: A \rightarrow B$. Τέτοια ώστε αυτή να είναι ένα προς ένα και, επιπλέον, για κάθε στοιχείο α του συνόλου A να υπάρχει στοιχείο $f(\alpha)$ του συνόλου B τέτοιο που $f(\alpha) = \beta$. Ας προστεθεί ότι με ω ή και με ω₀ συμβολίζουμε το σύνολο των φυσικών αριθμών.

βρίσκεται στην καρδιά του παραδόξου της διχοτομίας του Ζήνωνος – θα σήμαινε, λοιπόν, ότι ο δρομέας σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα θα διενεργούσε άπειρες, ως προς το πλήθος τους, πράξεις οι οποίες θα τον οδηγούσαν – πράγμα αδύνατον – στην κατάκτηση του πραγματικού απείρου. Η διαπίστωση αυτού ακριβώς του γεγονότος, που αποτελεί μόνιμο και ανεπούλωτο γνωσιακό τραύμα, δεν μας επιτρέπει να προσδοκάμε μια ελέγχιμα αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία ανάμεσα στον κόσμο όπως πιθανώς είναι και στον κόσμο όπως απεικονίζεται. Το τραύμα είναι ανεπούλωτο, διότι αφενός ο κόσμος εκεί έξω, ίσως, δεν είναι δυνατόν να αποτελεί αντικείμενο εσωτερικό της συνέδησής μας και αφετέρου η ανεπίγνωστα επίσης, ίσως, μαθηματικοποιημένη εικόνα μας του κόσμου έχει ως βασικό της χαρακτηριστικό την δομική εξάρτηση των μονοδιάστατων ευθύγραμμων τημημάτων από τα αδιάστατα άπειρα σημεία τους. Ακριβώς αυτό το γεγονός της υποκατάστασης της κίνησης από την σημειακή απεικόνισή της – χωρίς δυνατότητα ταυτοποίησης της κίνησης καθ' εαυτήν με την απεικόνισή της αυτή – επιχειρείται να τονισθεί με την χρήση του όρου φευδοεμπειρικό, κατά την προηγουμένως επιχειρηθείσα ελεύθερη περιγραφή του πρώτου παραδόξου του Ζήνωνος.

Στο σημείο αυτό ανακύπτει το εύλογο ερώτημα. Μα υπάρχουν στην περιβάλλουσα φύση άπειρες συλλογές αντικειμένων ή διαδικασιών, ή η απειρία αποτελεί προϊόν νοητικής σύλληψης ή κατασκευής, που στηρίζεται στην αποδοχή της ύπαρξης ενός νοητικού αντικειμένου το οποίο αποτελεί την άρνηση της έννοιας του πεπερασμένου; Η απάντηση που επιλέγουμε στο πρώτο μέρος του ερωτήματος, αν και εξαιρετικά δύσκολο ή και αδύνατο να επιβεβαιωθεί εμπειρικά, είναι αρνητική. Βεβαίως και δεν υπάρχουν στην φύση άπειρες συλλογές αντικειμένων τις οποίες θα μπορούσε να χειρίσθει το έλλογο ον ως ενιαία αντικείμενα. Άλλωστε, η φύση για μας είναι η εικόνα της. Ας εξηγήσουμε όμως τι εννοούμε με την κρυπτική αυτή φράση, εξηγώντας, επιπροσθέτως, τι εννοούμε με την χρήση του σύνθετου όρου «εμπειρική πραγματικότητα». Μια γρήγορη και σχεδόν προφανής απάντηση είναι αυτή, σύμφωνα με την οποία, εμπειρική πραγματικότητα είναι η πραγματικότητα ως περιεχόμενο της εμπειρίας. Είναι, κατά βάσιν, οτιδήποτε εξαρτάται από την πραγματούμενη δυνατότητα αισθητηριακής και γενικότερα νοητικής καταγραφής και εξεικόνισης των υπαρχόντων και των τεκταινομένων. Η εμπειρική πραγματικότητα δεν είναι η πραγματικότητα των ιδίων των υπαρχόντων και των τεκταινομένων, αλλά αυτή της καταγραφής και εξεικόνισής τους από το έλλογο ον, τουτέστιν τον άνθρωπο. Έτσι, η εμπειρική πραγματικότητα – πέραν της περισσότερο ή λιγότερο ακριβούς αντιστοιχίας της με τα πράγματα εκεί έξω από εμάς, αν πράγματι υπάρχουν πράγματα και γεγονότα εκεί έξω από εμάς – φέρει και χαρακτηριστικά ανθρωποκεντρικά, δηλαδή χαρακτηριστικά προσδιάλοντα στον τρόπο με τον οποίο καθρεφτίζεται αισθητηριακά και νοητικά αυτή η πιθανώς

έξω από εμάς πραγματικότητα. Στα έξω από μας πράγματα και τεκταινόμενα περιλαμβάνονται και αυτά που σχετίζονται με το υλοενεργειακό υπόβαθρο, που υποτίθεται ότι υπάρχει υποστηρίζοντας τις – και αντιστοιχώντας στις – αισθητηριακές και νοητικής υφής λειτουργίες μας.

Ο άνθρωπος, λοιπόν, ως έλλογο ον, υποστηρίζουμε ότι έχει την δυνατότητα αναπαράστασης του κόσμου μέσα από ένα πλήθος εικόνων που διαθέτουν και δομικά χαρακτηριστικά, προσιδιάζοντα όχι αναγκαίως μόνον στο είδος της λιγότερο ή περισσότερο ακριβούς αναπαράστασης του κόσμου αυτού αλλά και καθορίζοντα τον ανθρωπομορφικό χαρακτήρα της συγκεκριμένης εξεικόνισης ή ίσως και καθοριζόμενα από αυτήν. Στο πλαίσιο αυτό, μπορούμε να ισχυρισθούμε ότι ο άνθρωπος ως έλλογο ον δύναται – και μόνον έτσι τον θεάται – να αντιληφθεί τον κόσμο με τρόπο πεπερασμένο, είτε αυτός υπάρχει εκεί έξω είτε αυτός υπάρχει μόνον ως εικόνα, αποτελώντας το σύνολο πεπερασμένων αποτιμήσεών του. Ένα σύνολο πεπερασμένων αποτιμήσεων που θα μπορούσε να εκληφθεί ως θεμελιώδες χαρακτηριστικό και της αισθητηριακής και της νοητικής λειτουργίας του ανθρώπου. Η υποστηρίζόμενη θέση, δηλαδή, είναι πως ο κόσμος, όπως τον γνωρίζουμε, είναι περατοκρατικά δομημένος. Αυτό δεν σημαίνει ότι ο κόσμος εκεί έξω από μας είναι επίσης δομημένος με τον ίδιο τρόπο. Άλλωστε ο κόσμος, αν υπάρχει εκεί έξω, θα εξακολουθεί να είναι αενάκις διολισθαίνων και διαφεύγων. Το σημαντικό είναι ότι αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο με τρόπο πεπερασμένο και ο κόσμος ο δικός μας – αυτός τον οποίον εμείς αντιλαμβανόμαστε ως υπάρχοντα – αντιστρατεύεται την απειρία. Δεν έχει σημασία αν αυτός είναι άπειρος, σημασία έχει αν στο εσωτερικό του υπάρχουν άπειρα αντικείμενα ή μπορεί να γίνουν αντιληπτά ως υπάρχοντα. Αυτό που ισχυριζόμαστε, δηλαδή, είναι ότι ο κόσμος, όπως τον αντιλαμβανόμαστε, είναι περατοκρατικά δομημένος, με την έννοια ότι δεν εμπειρίζει άπειρα αντικείμενα και δεν φιλοξενεί άπειρες ή και απειροδιακλαδούμενες διαδικασίες. Αν ο ίδιος είναι πεπερασμένος ή άπειρος δεν έχει και πολύ μεγάλη σημασία, πρώτον, διότι κάτι τέτοιο εκφεύγει των πεπερασμένης εμβέλειας δυνατοτήτων διαπίστωσης αυτού του γεγονότος εκ μέρους μας και, δεύτερον, διότι, ακόμη και στην υιοθέτηση της υπόθεσης ότι ο κόσμος που αντιλαμβανόμαστε είναι άπειρος, αυτή η απειρία είναι εκπεφρασμένη ως δυνατότητα, με την έννοια ότι ο κόσμος, επειδή είναι σύμπαν και όχι αντικείμενο, δεν μπορεί να είναι ενεργεία αλλά μόνον δυνάμει άπειρος.

Ακόμη και στον τρόπο με τον οποίον αντιλαμβάνεται το άπειρο ο άνθρωπος ως έλλογο ον, υπεισέρχονται θεωρήσεις περατοκρατικού χαρακτήρα. Άλλωστε, δεν θα ήταν δυνατόν να υπάρξει άλλη εναλλακτική εκδοχή, με την έννοια ότι ο άνθρωπος, ως αισθητηριακά και νοητικά πεπερασμένος, δεν θα μπορούσε να το εξαντλήσει μετρώντας το. Μια εξάντληση του απείρου διά μετρήσεως απαι-

τεί áπειρο χρόνο, αν υποτεθεί ότι κάθε πράξη μετάβασης από οποιονδήποτε φυσικό αριθμό π στον επόμενό του n+1 χρειάζεται ένα χρονικό διάστημα μικρό μεν αλλά φραγμένο χρονικά προς τα κάτω, όπου με την φράση «φραγμένο χρονικά προς τα κάτω» εννοούμε ότι υπάρχει ένα μικρό χρονικό διάστημα t όπου πραξιακές ανθρώπινες μεταβάσεις από κάτι στο επόμενό του δεν μπορούν να λάβουν χώρα σε χρονικό διάστημα μικρότερο του t. Ο μόνος λοιπόν τρόπος με τον οποίον είναι δυνατόν να θεάται ο άνθρωπος το áπειρο είναι με χρήση της προστήσης σε αυτόν έννοιας του «πεπερασμένου». Σε μια τέτοια περίπτωση, χρησιμοποιείται η áρνηση της έννοιας του «πεπερασμένου» και καταβάλλεται επιτυχώς η προσπάθεια οργάνωσης και περιχαράκωσής του με χρήση εργαλείων περατοκρατικού χαρακτήρα. Ως παράδειγμα, ας χρησιμοποιήσουμε τον τρόπο με τον οποίον γίνεται περατοκρατικά αντιληπτή η παραλληλία ευθείων. Επειδή δεν είναι δυνατόν να διαπιστωθεί η παραλληλία διά εξαντλήσεως των ευθείων αυτών, επιχειρείται μια περατοκρατικού χαρακτήρα διέξοδος. Δηλαδή, χρησιμοποιείται το πολύ γνωστό θεώρημα, σύμφωνα με το οποίο, αν τμήσουμε τις παράλληλες με τυχούσα ευθεία, τότε το áθροισμα των εντός εκτός και επί τα αυτά γωνιών που σχηματίζει η τυχούσα ευθεία με οποιαδήποτε από τις παράλληλες είναι ίσο με δύο ορθές. Για να διαπιστώσουμε λοιπόν την παραλληλία των δύο ευθείων, δεν απαιτείται η επ' áπειρον διάνυσή τους, αλλά η περατοκρατικά διαπιστωνόμενη ισχύς του παραπάνω θεωρήματος. Τι άλλο καλύτερο θα μπορούσε να προσδοκά το πεπερασμένο έλλογο ον ας αποτέλεσμα της προσπάθειάς του για περατοκρατική τιθάσευση του απείρου;

Επιστρέφοντας στην εννοιολογική διερεύνηση του σύνθετου όρου εμπειρική πραγματικότητα, θα πρέπει να επαναλάβουμε, τονίζοντάς το, ότι η πραγματικότητα αυτή αναφέρεται στην αισθητηριακή και νοητική απεικόνιση εκ μέρους μας του κόσμου εκεί έξω. Προβλήματα ομοιοτήτων και διαφορών των επιμέρους απεικονίσεων, καθώς αυτές αναφέρονται και ανάγονται στον απολύτως ιδιωτικό χώρο καθενός εξ ημών και υμών, είναι δύσκολο να αντιμετωπισθούν. Παρά ταύτα, είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί μια έννοια «ομοιοτροπίας» προκειμένου να αντιμετωπισθούν, κατ' αρχήν, τέτοια προβλήματα. Εννοούμε με την παραπάνω διατύπωση ότι εμείς, τα ανθρώπινα όντα, προσλαμβάνουμε αισθητηριακά και επεξεργαζόμαστε νοητικά τα σήματα, με τα οποία μας βομβαρδίζουν τα πράγματα και τα τεκταινόμενα εκεί έξω, ομοιοτρόπως. Και τούτο γιατί, δεχόμενοι ότι υπάρχουν και άλλοι εκτός από εμάς - χωρίς να αποτελούν πλάσματα της φαντασίας μας-, είναι δυνατόν να θεωρήσουμε ότι συναποτελούμε ένα είδος ελλόγων όντων που αισθανόμαστε, αντιλαμβανόμαστε και σκεπτόμαστε με προσιδιάζοντες τρόπους, κοινούς για το είδος μας. Μια τέτοια θεώρηση είναι δυνατόν να έχει αξιωματικό χαρακτήρα, παρά το γεγονός ότι υπάρχουν και εμπειρικά τεκμήρια στήριξής της.

Το δεύτερο ουσιώδες πράγμα που πρέπει να τονίσουμε ξανά, τελειώνοντας το παρόν άρθρο, είναι πως η εμπειρική πραγματικότητα έχει πεπερασμένο και διακριτό χαρακτήρα. Τα μετεικάσματα συνέχειας τα οποία συνοδεύουν κάθε αισθητηριακά διαμορφούμενη εικόνα μας του κόσμου αποτελούν προϊόν γιγαντιαίας φυεδαίσθησης.

Ας προσπαθήσουμε να καταστήσουμε σαφές το νόημα μιας τέτοιας φυεδαίσθησης με την χρήση ενός, μάλλον, οικείου παραδείγματος. Ας υποθέσουμε ότι παρακολουθούμε μια κινηματογραφική ταινία στην οθόνη του αγαπημένου κινηματογράφου της γειτονιάς μας. Έχουμε την αίσθηση ότι η δράση λαμβάνει χώρα συνεχώς χωρίς εγκοπές και μικρά άλματα σπασμωδικού χαρακτήρα. Παρά ταύτα, γνωρίζουμε οι περισσότεροι ίσως εξ ημών και υμών ότι η δράση, την οποία παρακολουθούμε και αντιλαμβανόμαστε ως συνεχή, αποτελείται σε επίπεδο αναπαράστασής της από επάλληλες φηφίδες, οι οποίες έχουν διακριτό και πεπερασμένο, ως προς το συνολικό πλήθος τους, χαρακτήρα. Δηλαδή, η ταινία -που κυριολεκτικώς εκτυλίσσεται- δεν εκτυλίσσεται συνεχώς, αλλά αποτελείται από μία μη διακοπτόμενη σειρά μεταβάσεων από, κάθε φορά, ένα πλάνο στο επόμενο του. Και εμείς πώς αντιλαμβανόμαστε ως συνεχή την εξδιπλούμενη δράση; Κάτι τέτοιο είναι δυνατό διότι, λόγω της μικρής διάρκειάς τους, δεν αντιλαμβανόμαστε τις παρεμβαλλόμενες εγκοπές, διαμορφώνοντας μια εντύπωση συνεχούς μετάβασης από το πριν στο μετά. Αυτό δεν αποτελεί μόνον χαρακτηριστικό του τρόπου που βλέπουμε τα τεκταινόμενα στην οθόνη του αγαπημένου κινηματογράφου της γειτονιάς μας. Αποτελεί γενικό χαρακτηριστικό του τρόπου που βλέπουμε τον κόσμο, ο οποίος, ενώ μας εμφανίζεται ως συνεχώς μεταβαλλόμενος και ρέων, στην ουσία προσλαμβάνεται διακριτά και πεπερασμένα ως μία σειρά αισθητηριακών συμβάντων -κυρίως οπτικών-, η βασική δομή των οποίων είναι αυτή των φυσικών αριθμών. Με αυτή την διατύπωση εννοούμε ότι μεταξύ κάθε τέτοιου συμβάντος και του αιμέσως επομένου του δεν παρεμβάλλεται άλλο αισθητηριακό συμβάν και ότι η μη συνειδητοποίηση, εκ μέρους μας, ύπαρξης αισθητηριακής εγκοπής οφείλεται αφενός στο γεγονός ότι η χρονική διάρκεια κάθε τέτοιας εγκοπής είναι εξαιρετικά μικρή και αφετέρου στο σημαντικότερο δεύτερο γεγονός, ότι η αντιληπτική φυεδαίσθηση της συνέχειας, εκ μέρους μας, αποτελεί συνέπεια της ιδιότητάς μας να διατηρούμε ασυναισθήτως την μνήμη του προηγουμένου οπτικού συμβάντος μέχρι τουλάχιστον την εμφάνιση του επομένου του. Για την σημασιολογική επισήμανση του παραπάνω περιγραφέντος αισθητηριακού γεγονότος χρησιμοποιείται ο όρος -τον οποίον ήδη χρησιμοποιήσαμε- «μετείκασμα», ο οποίος σημασιολογικά αποτιμάται ως σημαίνων το οπτικό (ή άλλο) αίσθημα που παραμένει στο αισθητηριακό μας υπόστρωμα για το είδος μας. Μία τέτοια δευτερολέπτου μετά την παύση της ύπαρξης του αιτίου που προκάλεσε την

αισθητηριακή μας διέγερση. Έτσι, φαίνεται να τιθασεύεται αισθητηριακά το άπειρο του (πιθανώς) συνεχιστικά ρέοντος χρόνου με μέσα πεπερασμένου μετεικασματικού χαρακτήρα, η δομή των οποίων δεν γίνεται άμεσα αντιληπτή από το έλλογο ον, το οποίο, κατά τα άλλα, εκπροσωπείται κατά πώς πρέπει από τον άνθρωπο.

ΤΟ ΑΠΕΡΑΝΤΟ, ΤΟ ΑΤΕΛΕΙΩΤΟ,
ΤΟ ΑΠΡΟΣΠΕΛΑΣΤΟ, ΤΟ ΑΠΡΟΣΙΤΟ, ΤΟ ΑΜΕΤΡΗΤΟ,
ΤΟ ΑΝΑΡΙΘΜΗΤΟ ΚΑΙ ΤΟ ΑΠΕΙΡΟ

Όταν κανείς προσπαθεί να αναμετρηθεί –ή και αναμετράται– με ένα σύστημα σήμανσης, όπως αυτό της γλώσσας, αργά ή γρήγορα είναι υποχρεωμένος, σχεδόν, να διαχρίνει δύο επίπεδα, αυτό των ηχητικών, οπτικών ή άλλων σημάτων, και αυτό των σημασιολογικών αντίστοιχων τους. Τα δυνατά σημασιολογικά αντίστοιχα των ηχητικών, οπτικών ή άλλων σημάτων είναι πολύ περισσότερα των σημάτων αυτών. Πιο συγκεκριμένα, αν υποθέσουμε ότι η γλώσσα την οποία έχουμε στον νου μας είναι η ελληνική ή η αγγλική –ή οποιαδήποτε άλλη ζώσα γλώσσα–, είναι προφανής η διαπίστωση ότι το πλήθος των σημάτων της είναι ίσως πολύ μεγάλο, αλλά πάντως πεπερασμένο. Και τούτο γιατί οτιδήποτε μπορεί να κατασκευασθεί από το έλλογο ον είναι πληθυκά πεπερασμένο, επειδή υμείς και ημείς, ως εκπρόσωποι του ελλόγου όντος, έχουμε την δυνατότητα –και πέραν αυτής ουδέν– σε πεπερασμένο χρονικό διάστημα να πραγματοποιήσουμε πεπερασμένες ως προς το πλήθος τους πράξεις. Επειδή όσοι εξ υμών και ημών υπήρξαν, υπάρχουν ή και θα υπάρξουν έως οποιαδήποτε ημερομηνία, χθεσινή, σημερινή ή και αυριανή –όπου αυτό το «αυριανή» θα πρέπει να διαβαστεί ως σημαίνον ή εκφράζον το χρονικό διάστημα μέχρι, πάντοτε, μια εκάστοτε συγκεκριμένη ημερομηνία–, είναι πεπερασμένοι ως προς το πλήθος τους, το σύνολο των πράξεων που έλαβαν, λαμβάνουν ή θα λάβουν χώρα μέχρι μία, εκάστοτε, τέτοια συγκεκριμένη ημερομηνία από όλους μας είναι κατ' ανάγκην πεπερασμένο, ως γινόμενο πεπερασμένου πλήθους πρακτόντων και πεπερασμένου πλήθους των κατά μέγιστο δυνατών πράξεών τους. Από την άλλη μεριά τα δυνατά σημασιολογικά αντίστοιχα όλων των ηχητικών οπτικών ή άλλων σημάτων είναι άπειρα ως προς το πλήθος τους. Για να γίνει κατανοητός ο παραπάνω ισχυρισμός ας θεωρήσουμε το επίθετο «επαρκής». Είναι προφανές ότι είναι δυνατόν να υπάρξουν λιγότερο επαρκείς, απλώς επαρκείς ή και περισσότερο επαρκείς καταστάσεις, εκδοχές ή λύσεις σε μια κλιμάκωση με άπειρες ως προς το πλήθος τους βαθμίδες. Η απειρία των σημασιολογικών εκδοχών της «επάρκειας» δεν έχει αντίστοιχό της στο γλωσσικό επίπεδο των ηχητικών, οπτικών