

τις παραδοσιακές πεποιθήσεις για τα μαθηματικά; Για να επαναλάβουμε, σύμφωνα με την άποψη του Gödel, τα μαθηματικά αφορούν έναν ιδανικό κόσμο αντικειμένων τα οποία υπάρχουν ανεξάρτητα από εμάς. Ο μαθηματικός κόσμος είναι άχρονος και αιώνιος. 'Έτσι, ο ρεαλισμός του Gödel επικυρώνει τη μακροχρόνια άποψη ότι η μαθηματική αλήθεια είναι αναγκαία αλήθεια, και δεν πάσχει από τις ενδεχομενικότητες των συνηθισμένων δηλώσεων που αφορούν συνηθισμένα φυσικά αντικείμενα. Και τι γίνεται με τη μαθηματική γνώση; Αν εμμείνουμε στην παραδοσιακή μεθοδολογία του να συνάγουμε θεωρήματα από αξιώματα που έχουν –όπως το έθεσε ο Gödel– σύμφυτη αναγκαιότητα, τότε πιθανώς η μαθηματική γνώση είναι *a priori*, ή ανεξάρτητη της εμπειρίας (δεδομένου ότι τα αξιώματα είναι γνωστά *a priori*). Με δεδομένη την καντιανή επιφροή στη σκέψη του Gödel, είναι ευλογοφανές ότι θεώρησε τα μαθηματικά ως συνθετικά – αντίθετα από τους λογικιστές. Τι γίνεται με την κοινή άποψη ότι η μαθηματική γνώση είναι, ή οφείλει να είναι, βέβαια; 'Όπως σημειώθηκε παραπάνω, ο Gödel είπε ότι οι αντινομίες υποδεικνύουν ότι η διαίσθηση μπορεί να υποπλίπτει σε σφάλματα. Οπότε ίσως τα μαθηματικά να μην είναι απολύτως βέβαια. Η απόλυτη βεβαιότητα κλονίζεται ακόμα περισσότερο από τη προτεινόμενη μεθοδολογία του να επιλέγουμε νέα αξιώματα βασιζόμενοι στη γονιμότητά τους. Με τα λόγια του Gödel, τα νέα αξιώματα θα ήταν 'μόνο πιθανά'. Στη προηγούμενή του εργασία, ο Gödel παραδέχεται ότι, αν μια μεθοδολογία σαν αυτή ήταν κοινή, «τα μαθηματικά θα μπορούσαν να χάσουν πολλή από την 'απόλυτη βεβαιότητά' τους, αλλά ... αυτό έχει ήδη συμβεί σε έναν μεγάλο βαθμό» (Gödel 1944, σελ. 449).

Στο τέλος της εργασίας του 1964, ο Gödel ανέφερε τη δυνατότητα να γίνει αποδεκτό ένα νέο μαθηματικό αξιώμα εξαιτίας της αποδοτικότητάς του στη φυσική, αν και υποδεικνύει πως αυτό είναι μάλλον υποθετικό στην παρούσα κατάσταση της επιστήμης και των μαθηματικών. Είμαστε ακόμα μακριά από το να γίνουμε ικανοί να κάνουμε οποιαδήποτε παραγωγική συσχέτιση ανάμεσα σε νέα μαθηματικά αξιώματα και σε αρχές της φυσικής. Ας παρατηρήσει, ωστόσο, ότι, αν αυτή η μεθοδολογία χρησιμοποιούνταν, η μαθηματική γνώση θα έχανε τη θέση της ως *a priori* γνώση. Θα χρησιμοποιούσαμε τη φυσική θεωρία για να προσδιορίσουμε τη μαθηματική αλήθεια. Η επόμενη άποψη που θα μελετηθεί εδώ αποτελεί μια χωρίς παύση συνέχεια της παραπάνω υπόθεσης του Gödel.

## 8.2 Ο Ιστός της Πεποίθησης

Ο W.V.O. Quine, ένας από τους πιο σημαντικούς σύγχρονους φιλοσόφους (τουλάχιστον στην αμερικανική πλευρά του Ατλαντικού), είναι ένας κληρονόμος του άκαμπτου εμπειρισμού του John Stuart Mill (βλ. Κεφ. 4, §4.3). Θυμηθείτε ότι το κεντρικό θέμα του εμπειρισμού είναι ότι δλη η ουσιαστική γνώση τελικά βασίζεται στην αισθητηριακή παρατήρηση. 'Όπως είδαμε, η φιλοσοφία των μαθηματικών του Mill κλονίστηκε γιατί, στην καλύτερη περίπτωση, αφορούσε μόνο απλά μαθηματικά, όπως στοιχειώδη γεωμετρία και μικρά αριθμητικά αθροίσματα. 'Ενα μέρος της αιτίας γι' αυτή την αποτυχία είναι η επιμονή του Mill ότι δλη η μαθηματική γνώση θεμελιώνεται στην απαριθμητική επαγωγή – γενικά συμπεράσματα από επιμέρους περιπτώσεις. Ακριβώς όπως φθάσαμε να πιστεύουμε ότι όλα τα κοράκια είναι μαύρα παρατηρώντας πολλά κοράκια, καταλήγουμε επίσης να πιστεύουμε ότι  $2+3=5$  έχοντας κάνει το μέτρημα πολλές φορές. Ο εμπειρισμός του Quine είναι τόσο αδιάλλακτος όσο και του Mill, αλλά η δική του επιστημολογία των μαθηματικών είναι πιο εκλεπτυσμένη, προσαρμόζοντας πολλά, αλλά όχι όλα, από τα σύγχρονα μαθηματικά.

'Ενα στενά συνδεδεμένο χαρακτηριστικό της φιλοσοφίας του Quine είναι ένας βαθύς νατουραλισμός,<sup>9</sup> ο οποίος επίσης υιοθετήθηκε από τον Mill. Ο Quine χαρακτηρίσει τον νατουραλισμό ως «την εγκατάλειψη του στόχου της πρώτης φιλοσοφίας» και «την αναγνώριση ότι είναι θέμα της επιστήμης η ταυτοποίηση και η περιγραφή της πραγματικότητας» (Quine 1981, σελ. 72, βλ. Κεφ. 1, §1.3 ανωτέρω). Η φιλοσοφία δεν προηγείται της επιστήμης, έτοιμη να κρίνει πόσο δικαιωμένες είναι οι επιστημονικές διαχηρύξεις. Η επιστημολογία πρέπει να συντεθεί με τη φυσική επιστήμη, και σε τελευταία ανάλυση με τη φυσική: «Ο νατουραλιστής φιλόσοφος αρχίζει το συλλογισμό του μέσα στην κληρονομημένη θεωρία για τον κόσμο ως ένα τρέχον μέλημα» και η «κληρονομημένη θεωρία για τον κόσμο είναι πρωτίστως επιστημονική, το τρέχον προϊόν των επιστημονικών εγχειρημάτων». 'Όπως και ο Mill, ο Quine υποστηρίζει ότι ουσιαστικά καμία γνώση δεν είναι *a priori*.

Οι πρώτες εργασίες του Quine ήταν κατά μεγάλο μέρος μια αντίδραση σε μια άλλη σχολή εμπειρισμού, τον λογικό θετικισμό του δασκάλου του τού Rudolf Carnap και άλλων στον Κύκλο της Βιέννης (βλ. Κεφ. 5, §5.3). Αντίθετα με τον Mill, ο Carnap δεν υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά τελικώς βασίζονται στην αισθητηριακή παρατήρηση. Η άποψη του Carnap απαιτεί μια διάκριση ανάμεσα στις αναλυτικές προτάσεις, οι οποίες είναι αληθείς ή φευδείς

<sup>9</sup>[Σ.τ.Ε.] Βλ. και το David Papineau, *Φιλοσοφικός Νατουραλισμός*, Leader Books, 2002.

συνεπεία της σημασίας των όρων μέσα σ' αυτές, και τις συνθετικές προτάσεις, αληθείς ή φευδείς συνεπεία του πώς είναι ο κόσμος. Για τους λογικούς θετικιστές, όλη η γνώση των συνθετικών προτάσεων βασίζεται στην παρατήρηση. Οι αναλυτικές προτάσεις γίνονται γνωστές με το να γνωρίζουμε πώς λειτουργεί η γλώσσα μας. Οι λογικοί θετικιστές χρησιμοποίησαν αυτήν τη διάλεκτη για να συμβιβάσουν τον εμπειρισμό τους με τη μακροχρόνια πεποίθηση ότι οι μαθηματικοί ισχυρισμοί δεν είναι αληθείς ή φευδείς συνεπεία του πώς είναι ο (φυσικός) κόσμος, και τα μαθηματικά δεν γίνονται γνωστά μέσω της παρατήρησης. Για τον Carnap, τα μαθηματικά αφορούν ‘αρχές πλαισίων εργασίας’, κανόνες για να λειτουργούμε εντός μιας γλώσσας. Επομένως, η μαθηματική αλήθεια είναι αναλυτική. Υπήρχε λοιπόν μια συνάφεια μεταξύ του λογικού θετικισμού και του λογικισμού.

Σε μια εργασία-ορόσημο, την ‘Δύο Δόγματα του Εμπειρισμού’ (1951), ο Quine έθεσε το πεδίο δράσης για έναν ενδελεχή εμπειρισμό. Επιτέθηκε στο ‘δόγμα’ ότι υπάρχει «κάποιος θεμελιακός διαχωρισμός ανάμεσα στις αληθειες οι οποίες είναι αναλυτικές, ή βασισμένες σε σημασίες ανεξάρτητες του γεγονότος, και τις αλήθειες οι οποίες είναι συνθετικές, ή βασισμένες στο γεγονός» (Quine 1951, σελ. 20). Βεβαίως, ο Quine δεν αρνείται την κοινοτοπία ότι η τιμή αλήθειας κάθε σαφούς πρότασης οφείλεται και στη σημασία των όρων της πρότασης και στο πώς είναι ο κόσμος. Η πρόταση «ο Clinton είχε παραπεμφθεί σε δίκη» είναι αληθής εξαιτίας της σημασίας των όρων ‘ο Clinton’, ‘είχε’ και ‘παραπεμφθεί σε δίκη’, της δομής της πρότασης και των γεγονότων που αφορούσαν τον εξω γλωσσικό κόσμο –η φήμας στη Βουλή των Αντιπροσώπων, για παράδειγμα. Η πρόταση θα μπορούσε να έχει μια διαφορετική τιμή αλήθειας αν οι λέξεις είχαν διαφορετική σημασία (π.χ. αν ‘Clinton’ σήμαινε George Washington) ή αν τα γεγονότα ήταν διαφορετικά (π.χ. αν ο Clinton είχε χάσει τις εκλογές, ή αν η Βουλή δεν είχε παραβλέψει τα άρθρα της παραπομπής). Η θέση του Quine είναι ότι οι γλωσσικοί παράγοντες και οι παράγοντες του κόσμου είναι συνυφασμένοι, και δεν υπάρχει κανένας οξύς διαχωρισμός ανάμεσά τους. Οπότε, δεν έχει νόημα να λέμε ότι μια δοθείσα πρόταση είναι αληθής συνεπεία μόνο της γλώσσας.

Για τον Quine, το άλλο απορριφθέν ‘δόγμα’ είναι ο «αναγωγισμός: η πίστη ότι κάθε σημαντική δήλωση είναι ισοδύναμη με κάποια λογική κατασκευή βασισμένη σε όρους οι οποίοι αναφέρονται στην άμεση εμπειρία». Η ιδέα πίσω από αυτό το ‘δόγμα’ είναι ότι κάθε ατομική-δήλωση με σημασία θα έπρεπε να είναι ένας λογικός συνδυασμός δηλώσεων που είναι άμεσα επαληθεύσιμες μέσω της εμπειρίας.

Στη θέση αυτών των ‘δογμάτων’, ο Quine προτείνει την εικόνα του ‘αόρατου δικτύου’ για να παρουσιάσει το σύστημα των πεποιθήσεων μας. Κάθε ‘κόμβος’ (πεποιθηση) έχει αμέτρητους δεσμούς με άλλους κόμβους στο δίκτυο.

Κάποιοι από αυτούς τους δεσμούς είναι λογικοί, με την έννοια ότι η αποδοχή κάποιων πεποιθήσεων απαιτεί την αποδοχή και άλλων. Κάποιοι σύνδεσμοι είναι γλωσσικοί, καθοδηγούμενοι από τη χρήση της γλώσσας. Οι κόμβοι που συσχετίζονται άμεσα με την εμπειρία, έτσι ώστε να μπορούν να επιβεβαιωθούν από την άμεση παρατήρηση, είναι στις ακμές του δικτύου. Για να συνεχίσουμε τη μεταφορά, η αισθητηριακή εμπειρία συγκρούεται με το δίκτυο μόνο στην ‘περιφέρεια’, μέσω των ερεθισμάτων στις απολήξεις των νεύρων μας<sup>10</sup> –την παρατήρηση. Νέες παρατηρήσεις προξενούν αλλαγές εντός του δικτύου, μέσω των αμέτρητων συνδέσμων ανάμεσα στους κόμβους, μέχρι να επιτευχθεί κάποιου είδους ισορροπία.

Για τον Quine, «η επιστήμη είναι ένα εργαλείο ... για να προβλέπουμε μελλοντικές εμπειρίες υπό το φως της εμπειρίας του παρελθόντος» (Quine 1951, §6). Εν τέλει, η μόνη αποδεικτική μαρτυρία σχετικά με μια θεωρία είναι η αισθητηριακή εμπειρία.<sup>11</sup> Αυτό, βέβαια, είναι εμπειρισμός. Ωστόσο, ο Quine υποστηρίζει ότι η εμπειρία δεν στηρίζεται στις επιστημονικές δηλώσεις θεωρούμενες μία κάθε φορά. Οι πεποιθήσεις μας αποτιμούν την εμπειρία μόνο κατα ομάδες. Υπό το φως της δύστροπης εμπειρίας, ο επιστήμονας έχει πολλές δυνατότητες ως προς το ποιες από τις πεποιθήσεις του να τροποποιήσει. Στη φιλοσοφία, ο τεχνικός όρος για την άποψη του Quine είναι ολισμός. Με τον τρόπο αυτό ο Quine απορρίπτει και το δεύτερο ‘δόγμα’.

Οι κριτικά διακείμενοι στην άποψη του Quine κάνουν σαφές ότι κάποιες προτάσεις είναι στην πραγματικότητα αληθείς λόγω νοήματος. Μπορούμε αληθινά να αναμένουμε αισθητηριακή εμπειρία που θα μπορούσε να μας κάνει να αρνηθούμε ότι «οι γάτες είναι αιλουροειδή», «οι εργάνηδες είναι άγαμοι», ή ‘6 = 6’; Αλήθεια νοούζει ο Quine ότι τέτοιες εμπειρίες είναι εφικτές; Παρατηρήστε ότι αυτό το δίλημμα προϋποθέτει ότι, αν μια πρόταση δεν είναι αληθής λόγω νοήματος, τότε είναι μη επαληθεύσιμη από την αισθητηριακή εμπειρία. Οι λογικοί θετικιστές φαινόταν ότι αποδέχονταν αυτήν την υπόθεση, αλλά ίσως υπάρχει τρόπος πλήρους αποφυγής της.

Εν πάσῃ περιπτώσει, πιστεύω ότι ο Quine μπορεί να παραδεχθεί ότι κάποιες προτάσεις είναι αληθείς λόγω νοήματος και άρα είναι αναλυτικές. Εξάλλου, η γλώσσα είναι μέρος του φυσικού κόσμου, και θα μπορούσε κανείς να θεωρήσει ότι η θεωρητική γλώσσολογία καταλαμβάνει ένα σημαντικό μέρος του δικτύου των πεποιθήσεων. Η εμπειρική έρευνα θα μπορούσε να αποκαλύψει ότι το να μαθαίνουμε Αγγλικά είναι από μόνο του επαρκές για να μάθουμε τη τιμή

<sup>10</sup>[Σ.τ.Ε.] Βλέποντας κανείς τη περιγραφή του ‘ιστού της πεποιθησης’ έχει την αισθηση ότι η περιγραφή του είναι τελείως ανάλογη της περιγραφής του νευρωνικού δικτύου του ανθρώπου!

<sup>11</sup> Ο Quine επιτρέπει και σε άλλους παράγοντες, όπως η ανεπιτήδευτη απλότητα, να παλέουν έναν δευτερεύοντα ρόλο στην ανάπτυξη θεωριών.

αλήθειας προτάσεων όπως «οι γάτες είναι αιλουροειδή» (βλ. Putnam 1963, για ένα σχετικό επιχείρημα). Η άποψη του Quine είναι ότι η αναλυτικότητα δεν μπορεί να παίξει τον κεντρικό ρόλο που οι λογικοί θετικιστές είχαν για αυτή. Σε μια αναστοχαστική στιγμή, έγραψε:

Τώρα αντιλαμβάνομαι ότι το φιλοσοφικά σημαντικό ερώτημα για την αναλυτικότητα ... είναι το ερώτημα ... της συνάφειάς [της] με την επιστημολογία. Το δεύτερο δόγμα του εμπειρισμού, υπό την έννοια ότι κάθε εμπειρικά σημαντική πρόταση έχει ένα εμπειρικό περιεχόμενο από μόνη της, μνημονεύονταν στα 'Δύο Δόγματα' απλώς ως ενθάρρυνση της φευδούς βεβαιότητας στην ιδέα της αναλυτικότητας· αλλά τώρα θα έλεγα επιπλέον ότι το δεύτερο δόγμα δημιουργεί μια ανάγκη για αναλυτικότητα σαν μια έννοια-κλειδί της επιστημολογίας, και ότι η ανάγκη παύει να ισχύει όταν ... παραμερίζουμε το δεύτερο δόγμα.

Γιατί, δοθέντος του δεύτερου δόγματος, η αναλυτικότητα χρειάζεται για να διαπραγματευθούμε τη σημαντικότητα των λογικών και μαθηματικών αληθειών, οι οποίες είναι σαφώς χωρίς εμπειρικό περιεχόμενο. Αλλά, αν καταργήσουμε το δεύτερο δόγμα και δούμε τη λογική και τα μαθηματικά μάλλον ως εμπλεκόμενα με τη φυσική και άλλες επιστήμες για την κοινή συνεπαγωγή των εμπειρικών συνεπειών, το ζήτημα του περιορισμού του εμπειρικού περιεχομένου σε κάποιες προτάσεις εις βάρος άλλων δεν εμφανίζεται πια. (Quine 1986a, σελ. 207)

Η ιδέα, τότε, είναι ότι δεν υπάρχει καμιά πραγματική φιλοσοφική ανάγκη να εισαγάγουμε μια έννοια της αναλυτικότητας. Ο Quine συμπέρανε ότι η «έννοια της αναλυτικότητας ... απλώς καταλαγιάζει σ' ένα ταπεινότερο πεδίο, όπου οι υποστηριχτικές του διαισθήσεις έχουν την εξουσία: το πεδίο της γλωσσικής μάθησης και της εμπειρικής σημασιολογίας» (σελ. 208).

Για να επιστρέψουμε στο θέμα αυτού του βιβλίου, τι γίνεται με τα μαθηματικά; Σαφώς, η άποψη του Quine ζητάει μια διαφορετική περιγραφή των μαθηματικών από αυτή την κάπως λογικιστική ιστορία που μας είπε ο Carnap. Χωρίς τον προνομιούχο κόσμο των αναλυτικών προτάσεων, ο Quine θα πρέπει να συμπράξει με τον Mill στο να στηρίξει ότι ακόμα και τα μαθηματικά (σε τελική ανάλυση) στηρίζονται στην παρατήρηση. Η άποψη του Mill απέτυχε εξαιτίας της περιορισμένης επιστημολογίας του. Ο ολισμός του Quine, μέσω του ιστού της πεποίθησης,<sup>12</sup> παρέχει το απαραίτητο πλαισιο για την επίθεση κατά του ισχυρότερου προπύργιου του a priori.

Για τον Quine, οι επιστημονικές θεωρίες είναι τεχνάσματα στον ιστό, των οποίων ο σκοπός είναι να οργανώνουν και να προβλέπουν παρατηρήσεις. Η

<sup>12</sup>[Σ.τ.Ε.] Ο 'Ελληνας αναγνώστης έχει στη διάθεσή του και το βιβλίο W.V. Quine – J.S. Ullian, *O Ιστός της Πεποίθησης* Leader Books, 2002.

απώτατη, ή η πιο βασική, επιστημονική θεωρία είναι η φυσική. Αποδεχόμαστε τη φυσική ως αληθή λόγω της εξέχουσας θέσης της στον ιστό. Χωρίς αυτή, δεν μπορούμε να οργανώνουμε και να προβλέπουμε τόσες πολλές εμπειρίες. Τα μαθηματικά παίζουν έναν κεντρικό ρόλο στις επιστήμες. 'Οντως, είναι δύσκολο να φανταστούμε ότι κάνουμε οποιαδήποτε σοβαρή επιστημονική έρευνα χωρίς να εμπλέκουμε τα μαθηματικά. 'Ετσι, για τον Quine, τα μαθηματικά καθαυτά έχουν μια κεντρική θέση στον ιστό της πεποίθησης. Αποδέχεται τα μαθηματικά ως αληθή για τον ίδιο λόγο που αποδέχεται τη φυσική ως αληθή. Μάλιστα, για τον Quine, τα μαθηματικά έχουν την ίδια θέση όπως τα πιο θεωρητικά μέρη της επιστήμης. Βρίσκονται μακριά από την 'περιφέρεια' του ιστού, όπου η παρατήρηση έχει έναν πιο άμεσο ρόλο. Το τελικό χριτήριο για να αποδεχόμαστε οιδήποτε – μαθηματικά, φυσική, φυχολογία, συνηθισμένα αντικείμενα, μύθους – είναι ότι θα πρέπει να παίζει έναν ουσιώδη ρόλο στο ιστό της πεποίθησης. Η φυσική, η χημεία, και μαζί μ' αυτά, τα μαθηματικά είναι εδραιωμένα στον ιστό, και έτσι πιστεύουμε στην αληθειά αυτών των πεδίων. Ο Quine υποστηρίζει ότι για τον ίδιο λόγο πιστεύουμε στην ύπαρξη συνηθισμένων αντικειμένων –εξαιτίας της θέσης τους στον ιστό. Η ελληνική μιθολογία δεν είναι τόσο εδραιωμένη, και δεν την πιστεύουμε.

'Οποια και αν είναι τα πλεονεκτήματα του γενικού φιλοσοφικού του πργράμματος, ο Quine έχει σίγουρα δίκιο ότι είναι δύσκολο να τραβήξουμε, με βάση κάποιες αρχές, ένα οξύ όριο ανάμεσα στα μαθηματικά και τους πιο θεωρητικούς κλάδους της επιστήμης, τη φυσική ειδικότερα (παραμερίζοντας τα επιστημονικά όρια των πανεπιστημιακών τμημάτων και παράγοντες όπως το επίπεδο των μισθών και τους τρόπους χρηματοδότησης). Υπάρχει ένα συνέχεις με την πειραματική επιστήμη στο ένα άκρο, την πιο θεωρητική επιστήμη και τα εφαρμοσμένα μαθηματικά προς το μέσον, και τα καθαρά (θεωρητικά) μαθηματικά στο άλλο άκρο. Οι διαφορετικοί επιστημονικοί κλάδοι φυσικά συγχωνεύονται. Ο ολιστής δεν έχει άλλη επιλογή από το να δεχθεί το κύριο μέρος της επιστήμης ως αληθές, ή σχεδόν αληθές. 'Ετσι πρέπει να δεχθεί επίσης τα μαθηματικά ως αληθή.

Αυτό ενισχύει έναν ρεαλισμό ως προς την τιμή αληθειάς. Φτάνουμε στον οντολογικό ρεαλισμό επιμένοντας να λαμβάνονται τα μαθηματικά στη φαινομενική τους αξία, ακριβώς όπως θεωρούμε τη φυσική στη φαινομενική της αξία. Οι μαθηματικοί ισχυρισμοί αναφέρονται σε –και έχουν μεταβλητές που κυμαίνονται σε– οντότητες όπως οι πραγματικοί αριθμοί, τα γεωμετρικά σημεία, και τα σύνολα. Κάποιοι από αυτούς τους μαθηματικούς ισχυρισμούς είναι κυριολεκτικά αληθείς. 'Ετσι, οι αριθμοί, τα σημεία και τα σύνολα υπάρχουν. Επιπλέον, φαίνεται ότι τα αντικείμενα υπάρχουν ανεξάρτητα από τον μαθηματικό.

Μια από τις ευκρινέστερες διατυπώσεις της οπτικής του Quine για το υποκείμενο επιχείρημα στα μαθηματικά βρίσκεται στη *Φιλοσοφία της Λογικής* (1971, Κεφ. 5) του Hilary Putnam. Η άποψη ότι δεν υπάρχουν καθόλου αφηρημένα αντικείμενα, όπως αριθμοί και σύνολα, τώρα λέγεται νομιναλισμός ή ονοματοκρατία (από μια μεσαιωνική άποψη για τις ιδιότητες). Για έναν νομιναλιστή, καθετί που υπάρχει είναι απτό, ή φυσικό. Ορίζουμε ως νομιναλιστική γλώσσα εκείνη που δεν κάνει καμία αναφορά και δεν έχει κανέναν ποσοδείκη που να κυμαίνεται σε αφηρημένα αντικείμενα. Για τον Putnam, το ζήτημα του μαθηματικού ρεαλισμού (του οντολογικού ή αυτού ως προς την τιμή αλήθειας) συνοψίζεται στο ερώτημα του αν μια νομιναλιστική γλώσσα μπορεί να καλύψει τις ανάγκες της επιστήμης. Οι Quine και Putnam συμφωνούν ότι δεν μπορεί, άρα δεν είναι νομιναλιστές (αλλά, σε ένα βαθμό, η παραδοχή των αφηρημένων αντικείμενων από τον Quine ήταν απρόθυμη· βλ. Goodman και Quine 1947).

Ο Putnam μας ενθαρρύνει να «θεωρήσουμε το ευρέως γνωστό παράδειγμα ενός φυσικού νόμου: το νόμο της βαρύτητας του Νεύτωνα» (Putnam 1971, σελ. 36). Το γεγονός ότι αυτή η αρχή έχει αντικατασταθεί είναι άσχετο, εφόσον το ίδιο ισχύει για τις πιο σύγχρονες εκδοχές των αρχών. Ο νόμος του Νεύτωνα

ισχυρίζεται ότι υπάρχει μια δύναμη  $f_{ab}$  που ασκείται από οποιοδήποτε σώμα a σε οποιοδήποτε άλλο σώμα b. Το ... μέγεθος F [της δύναμης] δίνεται από την:

$$F = gM_a M_b / d^2$$

όπου g είναι μια καθολική σταθερά,  $M_a$  είναι η μάζα του a,  $M_b$  είναι η μάζα του b, και d είναι η απόσταση μεταξύ των a και b.

Η σκοπιμότητα του παραδείγματος είναι ότι ο νόμος του Νεύτωνα έχει ένα περιεχόμενο το οποίο, αν και σε ένα βαθμό είναι απολύτως κατανοητό (λέει ότι η 'έλξη' της βαρύτητας είναι κατ' ευθείαν ανάλογη με τις μάζες και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου της απόστασής τους), υπερβαίνει κατά πολύ αυτό που μπορεί να εκφραστεί σε μια νομιναλιστική γλώσσα. Ακόμα και αν ο κόσμος ήταν απλούστερος από δύο είναι, έτσι ώστε η βαρύτητα να ήταν η μόνη δύναμη, και ο νόμος του Νεύτωνα να ισχυει ακριβώς, θα εξακολουθούσε να είναι αδύνατον να 'κάνουμε' φυσική σε ονοματοκρατική γλώσσα. (Putnam 1971, σελ. 37)

Η άποψη του Putnam είναι ότι η κλασική και η σύγχρονη φυσική είναι γεμάτες από μεγάλη που μετρούνται με πραγματικούς αριθμούς: όγκος, δύναμη, μάζα, απόσταση, θερμοκρασία, ατμοσφαιρική πίεση, επιτάχυνση, και ούτω καθεξής. Επιπλέον, οι σχέσεις μεταξύ αυτών των μεγεθών εκφράζονται με εξισώσεις.

Οπότε δεν υπάρχει καμία ελπίδα να 'κάνουμε' επιστήμη χωρίς τους πραγματικούς αριθμούς, και έτσι ο Putnam συμπεραίνει ότι οι πραγματικοί αριθμοί υπάρχουν: «Αν η αριθμοποίηση φυσικών μεγεθών πρέπει να βγάζει νόημα, πρέπει να αποδεχθούμε έννοιες όπως η συνάρτηση και οι πραγματικοί αριθμοί· και αυτές είναι ακριβώς οι έννοιες που ο νομιναλιστής απορρίπτει. Παρ' όλα αυτά, αν τίποτε δεν τους ικανοποιεί πραγματικά, τότε τι από όλα ισχυρίζεται ο νόμος της βαρύτητας; Γιατί αυτός ο νόμος δεν έχει κανένα νόημα εκτός και αν μπορούμε να εξηγήσουμε μεταβλητές κυματινόμενες πάνω σε αυθαίρετες αποστάσεις (και βεβαίως το ίδιο ισχύει και για δυνάμεις και μάζες)» (Putnam 1971, σελ. 43).

Θα μπορούσα να προσθέσω ότι μερικές φορές οι εξηγήσεις των φυσικών φαινομένων εμπλέκουν μαθηματικά γεγονότα. Μια εξήγηση του γιατί 191 πλανάκια δεν θα καλύψουν μια ορθογώνια περιοχή (εκτός αν έχει πλάτος δύο ένα πλανάκι) θα μπορούσε να υπενθυμιζεί το γεγονός ότι ο 191 είναι ένας πρώτος αριθμός. Για ένα πιο πολύπλοκο παράδειγμα, για να ερμηνεύσουμε γιατί η βροχή σχηματίζεται σε σταγόνες, ο επιστήμονας θα μπορούσε να εμπλέξει την επιφανειακή τάση, μια φυσική εννοια, και έπειτα να προσθέσει το μαθηματικό γεγονός ότι μια σφαίρα είναι ο μέγιστος όγκος που μπορεί να εγκλείσει μια δοθείσα επιφάνεια. Αν πρόκειται να γνωρίζουμε την εξήγηση, τότε πρέπει να γνωρίζουμε τα συστατικά μαθηματικά.

Αυτό το αναπόφευκτο<sup>13</sup> επιχείρημα των Quine-Putnam προϋποθέτει ότι υπάρχει μόνο μία έννοια 'υπάρξεως'. Μεσαίου μεγέθους φυσικά αντικείμενα, πλανήτες, ηλεκτρόνια, και αριθμοί, όλα υπάρχουν υπό την ίδια έννοια. Σε όλες τις περιπτώσεις, το κριτήριο είναι η χρήση τέτοιων στοιχείων στο επιστημονικό πεδίο.

Ας σημειωθεί ότι το αναπόφευκτο επιχείρημα, όπως έχει διατυπωθεί ως τώρα, δεν παρέχει τίποτα όπως π.χ. μια λεπτομερή αποτίμηση του ρόλου των μαθηματικών στις φυσικές επιστήμες. Η θέση των Quine-Putnam δεν επιλύει κανένα από τα φιλοσοφικά προβλήματα που αφορούν την εφαρμοσμότητα των μαθηματικών. Μάλλον οι Quine και Putnam θεωρούν την εφαρμογή ως ένα γεγονός –ένα είδος φιλοσοφικού δεδομένου– και βγάζουν οντολογικά και σημασιολογικά συμπεράσματα για τα μαθηματικά. Μια πιο λεπτομερής αποτίμηση του ρόλου των μαθηματικών στην επιστήμη είτε θα εδραίωνε το αναπόφευκτο επιχείρημα των Quine-Putnam ή θα έδινε στον νομιναλιστή τα μέσα για να δείξει ότι τα μαθηματικά είναι σε τελευταία ανάλυση περιττά. Επιστρέφουμε σ' αυτό το ζήτημα στο επόμενο κεφάλαιο.

<sup>13</sup>[Σ.τ.Ε.] Αποδίδουμε το 'indispensability' ως 'αναπόφευκτο'. 'Έχ των ων ουκάνευ' είναι επίσης μια καλή απόδοση.

Για να είμαστε σίγουροι, η θέση του Quine για τα μαθηματικά δεν εμπλέκεται με τις παραδοσιακές απόψεις ότι η μαθηματική αλήθεια είναι αναγκαία και ότι η μαθηματική γνώση είναι *a priori*. Γι' αλλη μια φορά, σαν ένας ανένδοτος εμπειριστής, απορρίπτει αυτήν καθαυτήν την ιδέα της *a priori* γνώσης. 'Όλη η γνώση –ολόκληρος ο ιστός της πεποίθησης– βασίζεται στην αισθητηριακή εμπειρία. Δεν υπάρχουν άλλες πηγές γνώσης. Επιπρόσθετα, ο Quine υποστηρίζει ότι καμιά αλήθεια δεν είναι αναπόφευκτη, ή απόλυτως βέβαιη υπό την έννοια του να είναι αδιόρθωτη ή μη αναθεωρήσιμη υπό το φως της μελλοντικής εμπειρίας. Ο Quine έχει λίγα πάρε-δώσε με την δλή έννοια της αναγκαιότητας: «Θα πρέπει να είμαστε εντός των δικαιωμάτων μας υποστηρίζοντας ότι καμιά διατύπωση οποιουδήποτε μέρους της επιστήμης δεν είναι οριστική εφόσον παραμένει διατυπωμένη με ιδιωματισμούς ... τροπικότητας ... Τέτοιες καλές χρήσεις όπως η τροπικότητα που ποτέ δεν εφαρμόστηκε καλύτερα, μπορούν πιθανώς να χρησιμεύσουν με τρόπους που είναι σαφέστεροι και ήδη γνωστοί» (Quine 1986, σελ. 33-4).

Δεν είναι αρκετό να αφήσουμε τα πράγματα με αυτήν τη μαζική απόρριψη των παραδοσιακών απόψεων για τα μαθηματικά. Το έργο του Quine είναι να εξηγήσει γιατί τα μαθηματικά θεωρήθηκαν (και εξακολουθούν να θεωρούνται) αναγκαία, βέβαια, και γνώσιμα *a priori*. Τι είναι αυτό που παραπλάνησε τους προγόνους μας και εξακολουθεί να παραπλανά πολλούς από εμάς; Για τον Quine, τα μαθηματικά είναι βαθιά προστατευμένα στον ιστό των πεποιθήσεων, γενικά όπως τα πιο θεωρητικά μέρη της φυσικής επιστήμης. Αυτό από μόνο του δεν εξηγεί τη μακρόχρονη πεποίθηση ότι τα μαθηματικά είναι *a priori*. Κανείς δεν είναι πιθανό να συμπεράνει λανθασμένα ότι η θεωρητική φυσική είναι αναγκαία και *a priori* γνώσιμη (παρά τον παραδοσιακό ορθολογισμό –βλ. Κεφ. 4, §4.1). Εκ πρώτης όψεως φαίνεται να υπάρχουν σημαντικές διαφορές ανάμεσα σε προτάσεις όπως '7 + 5 = 12' και προτάσεις όπως «η δύναμη της βαρύτητας είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την απόσταση» ή «τα ηλεκτρόνια έχουν το αντίθετο φορτίο από τα πρωτόνια». Τουλάχιστον οι απλές μαθηματικές προτάσεις χαίρουν ενός υψηλού επιπέδου προφάνειας και ίσως βεβαιότητας που δεν απαντάται ούτε στην πιο θεωρητική επιστήμη.

Μια διαφορά μεταξύ των μαθηματικών και της θεωρητικής φυσικής είναι ότι δεν μπορούμε να φανταστούμε τουλάχιστον τις απλές μαθηματικές αλήθειες να είναι διαφορετικές. Δεν μπορούμε να διανοηθούμε το '7 + 5' να είναι οτιδήποτε άλλο εκτός από 12. Αυτό, ωστόσο, είναι ένα ψυχολογικό γνώρισμα της ανθρώπινης φύσης, όχι μια βαθιά μεταφυσική ενόραση της φύσης της μαθηματικής αλήθειας. Παρ' όλα αυτά, οδηγεί μερικούς φιλοσόφους στο να συμπεράνουν (λανθασμένα) ότι η μαθηματική αλήθεια είναι αναγκαία. Επιπλέον, τα μαθηματικά διεισδύουν στον ιστό των επιστημών, με την έννοια ότι παίζουν ένα ρόλο σε όλο το φάσμα των επιστημών. Επειδή τα μαθηματικά

είναι τόσο ευρέως διαδεδομένα, είναι ελάχιστα πιθανόν να είναι υποψήφια για αναθεώρηση υπό το φως δύστροπων παρατηρήσεων. 'Όταν έχουμε δεδομένα που ανατρέπουν ένα μεγάλο μέρος της θεωρίας, ο επιστήμονας θα προσπαθήσει να τροποποιήσει τα πιο επιστημονικά μέρη της θεωρίας και όχι τα μαθηματικά. Ο λόγος γι' αυτό είναι πραγματιστικός και όχι μεταφυσικός. Η τροποποίηση των μαθηματικών θα έκανε πάρα πολύ ζημιά στον υπόλοιπο ιστό. Θα είναι δύσκολο να επιτύχουμε μια ισορροπία. Για τους υποστηρικτές του Quine, η κατάσταση πραγμάτων στα μαθηματικά χαρακτηρίζεται ως σχετικά *a priori* ακριβώς γιατί θεωρούνται 'αμετάβλητα' ενώ ο επιστήμονας προσπαθεί να προσαρμόσει τη θεωρία στην παρατήρηση. Αυτή είναι η πιο καντιανή απόσταση που μπορούν να πλησιάσουν την παραδοσιακή άποψη ότι τα μαθηματικά είναι αναγκαία και *a priori* γνώσιμα. Οι υποστηρικτές του Quine επιμένουν ότι οι αναθεωρήσεις στα μαθηματικά (και τη λογική) είναι δυνατές.<sup>14</sup>

Ο Quine λόγω του ολισμού και του εμπειρισμού του δέχεται ως αληθή μόνο εκείνα τα μέρη των μαθηματικών που βρίσκουν εφαρμογή στην επιστήμη. Για να κυριολεκτήσουμε, για έναν υποστηρικτή του Quine η αποδοχή ενός κλάδου των μαθηματικών προϋποθέτει κάποια σύνδεση, οσοδήποτε αιμοδρή, μεταξύ των ισχυρισμών αυτού του κλάδου και των αισθητηριακών παρατηρήσεων. Διαφορετικά τα μαθηματικά δεν είναι, ή δεν χρειάζεται να είναι, μέρος του ιστού της πεποίθησης. Ο Quine ισχυρίζεται ότι μπορεί να δεχθεί λίγα παραπάνω μαθηματικά, σαν μια 'συμβιβαστική στρογγυλοποίηση'. Υποθέτω εννοεί ότι ένας κλάδος των μαθηματικών είναι αποδεκτός αν παιζεί κάποιο ρόλο στην οργάνωση και την απλοποίηση των μαθηματικών που δύνται παιζουν κάποιο ρόλο στο δίκτυο. Άλλα τα εφαρμοσμένα μαθηματικά συν η 'συμβιβαστική στρογγυλοποίηση' δεν εξαντλούν όλα τα σύγχρονα μαθηματικά. Ο Quine απέχει ρητά από τις ανωτέρου βαθμού διαπραγματεύσεις της θεωρίας συνόλων, αφού καμιά εφαρμογή τους στην επιστήμη δεν είναι γνωστή: «Τόσα μαθηματικά όσα απαιτούνται για χρήση στην εμπειρική επιστήμη είναι για μένα όσο και το υπόλοιπο της επιστήμης. [Κάποια προχωρημένη θεωρία συνόλων είναι] στην ίδια θέση στο βαθμό που [επιβάλλεται] ως μια απλοποιητική στρογγυλοποίηση, αλλά οτιδήποτε περαιτέρω είναι ισότιμο προς τα ανερμήνευτα συστήματα» (Quine 1984, σελ. 788). Ως ανερμήνευτους κλάδους, ο Quine ενστερνίζεται ένα υποθετικό πνεύμα, που μοιάζει πολύ με την άποψη που αποκαλέσαμε 'απαγωγισμό', στο Κεφ. 6, §6.2.

Οι ίδιοι οι μαθηματικοί δεν θεωρούν τις εφαρμογές της επιστήμης ως κριτήριο μαθηματικής αλήθειας. Οι περισσότεροι δεν ασχολούνται καθόλου με

<sup>14</sup> Αφού, όπως παραπάνω, ο ίδιος ο Quine απομακρύνεται από οποιαδήποτε χρήση τροπικών ιδεών, δεν είναι σαφές τι θα μπορούσε να σημαίνει το να πούμε ότι οι αναθεωρήσεις στα μαθηματικά είναι δυνατές.