

10

ΣΤΡΟΥΚΤΟΥΡΑΛΙΣΜΟΣ

Στο αυτό το καταληκτικό κεφάλαιο παρουσιάζεται μια φιλοσοφία των μαθηματικών που αποκαλείται στρουκτουραλισμός, η οποία προέκυψε από τις εξελίξεις στη λογική και τα μαθηματικά στις αρχές του 20ού αιώνα. Οι κύριοι υπερασπιστές του είναι ο Paul Benacerraf (1965), ο Geoffrey Hellman (1989), ο Michael Resnik (π.χ. 1997), και εγώ (π.χ. Shapiro 1997).¹ Το σύνθημα είναι ότι τα μαθηματικά είναι η επιστήμη της δομής.

Οι περισσότεροι στρουκτουραλιστές είναι ρεαλιστές ως προς την τιμή αλήθειας, που υποστηρίζει ότι κάθε σαφής πρόταση, ας πούμε της Αριθμητικής και της Ανάλυσης, είναι αληθής ή ψευδής ανεξάρτητα από τη γλώσσα, το νου, και τις κοινωνικές συμβάσεις του μαθηματικού. Εντούτοις, οι στρουκτουραλιστές διαφέρουν στο ζήτημα της ύπαρξης των μαθηματικών αντικειμένων. Οι Benacerraf και Hellman συγχροτούν και υπερασπίζουν εκδοχές του στρουκτουραλισμού που δεν προϋποθέτουν την ύπαρξη των μαθηματικών αντικειμένων, ενώ ο Resnik και εγώ είμαστε οντολογικοί ρεαλιστές, σύμφωνα με μια μόδα. Η δική μας εκδοχή του στρουκτουραλισμού έχει διακλαδώσεις για βασικές έννοιες όπως η ύπαρξη, το αντικείμενο και η ταυτότητα, στο βαθμό που αυτές οι έννοιες χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά.

¹ Αυτό το κεφάλαιο βασίζεται περίπου στα Κεφ. 3 και 4 του Shapiro 1997.

10.1 Η Υποκείμενη Ιδέα

Ας θυμηθούμε ότι ένας παραδοσιακός πλατωνιστής, ή ρεαλιστής στην οντολογία, υποστηρίζει ότι το αντικείμενο ενός δεδομένου κλάδου των μαθηματικών, όπως η Αριθμητική ή η Πραγματική Ανάλυση, είναι μια συλλογή αντικειμένων που έχουν κάποιο είδος οντολογικής ανεξαρτησίας. Ο Resnik (1980, σελ. 162) ορίζει τον 'οντολογικό πλατωνιστή' ως κάποιον που υποστηρίζει ότι τα συνηθισμένα φυσικά αντικείμενα και οι αριθμοί έχουν 'την ίδια βάση'. Για έναν τέτοιο φιλόσοφο, οι αριθμοί είναι το ίδιο είδος πραγμάτων –αντικειμένων– όπως π.χ. τα αυτοκίνητα, μόνο που υπάρχουν περισσότεροι αριθμοί από ό,τι αυτοκίνητα και οι αριθμοί είναι αφηρημένοι και αιώνιοι.

Για να συνεχίσουμε την αναλογία, ο πλατωνιστής μας θα μπορούσε να αποδώσει κάποιο είδος της οντολογικής ανεξαρτησίας σε κάθε έναν φυσικό αριθμό. Ακριβώς όπως κάθε αυτοκίνητο είναι ανεξάρτητο από κάθε άλλο αυτοκίνητο, κάθε φυσικός αριθμός –ως ένα μεμονωμένο αντικείμενο– είναι ανεξάρτητο από κάθε άλλον φυσικό αριθμό.² Ισως η ιδέα είναι ότι κάποιος μπορεί να δώσει την ουσία κάθε αριθμού χωρίς επίκληση άλλων αριθμών. Η ουσία του αριθμού 2 δεν περιλαμβάνει τον αριθμό 6 ή τον αριθμό 6.000.000.

Ο στρουκτουραλιστής σθεναρά απορρίπτει οποιοδήποτε είδος οντολογικής ανεξαρτησίας μεταξύ των φυσικών αριθμών. Η ουσία ενός φυσικού αριθμού είναι οι σχέσεις του με τους άλλους φυσικούς αριθμούς. Το αντικείμενο της αριθμητικής είναι μια μοναδική αφηρημένη δομή, η μορφή,³ κοινή για οποιαδήποτε άπειρη συλλογή αντικειμένων που έχει μια σχέση επομένου, ένα μοναδικό αρχικό αντικείμενο, και ικανοποιεί την αρχή επαγωγής. Ο αριθμός 2 δεν είναι τίποτα περισσότερο και τίποτα λιγότερο από τη δεύτερη θέση στη δομή των φυσικών αριθμών· όπως και ο 6 είναι η έκτη θέση. Κανένας απ' αυτούς δεν έχει καμία ανεξαρτησία από τη δομή στην οποία αποτελούν θέσεις, και, ως θέσεις σε αυτήν τη δομή, κανένας αριθμός δεν είναι ανεξάρτητος από τον άλλο.

Αναμφίβολα, ένα παιδί μπορεί να μάθει πολλά για τον αριθμό 2 χωρίς να γνωρίζει τίποτα για άλλους αριθμούς, όπως ο 6 ή ο 6.000.000. Άλλα αυτή η επιστημική ανεξαρτησία δεν αποκλείει την οντολογική σύνδεση μεταξύ των

² Δεν ξέρω αν αυτή η θέση της οντολογικής ανεξαρτησίας μπορεί να εκφρασθεί συνεκτικά. Ούτως ή άλλως, ο τυπικός πλατωνισμός υποστηρίζει ότι οι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν αναγκαστικά, και έτσι δεν υπάρχει κανένα νόημα μερικοί από αυτούς να υπάρχουν και άλλοι όχι.

³[Σ.τ.Μ.] Αποδίδουμε τον όρο 'pattern' με τον όρο 'μοτίβο' ή 'μορφή'. Σχέδιο, υπόδειγμα, σχήμα, παράσταση κ.λπ. εκφράζουν περίπου την ίδια έννοια. 'Όμως το 'μορφή' ή 'μοτίβο' παραπέμπει στο 'δομή' πολύ καλύτερα από όλες τις άλλες αποδόσεις.'

φυσικών αριθμών. Αναλογικά, μπορεί κανείς να ξέρει πολλά για ένα φυσικό αντικείμενο, όπως το μπέιζμπολ, χωρίς να γνωρίζει σχεδόν τίποτα για τα μόρια και τα άτομα. Δεν έπειται από αυτό ότι το μπέιζμπολ είναι οντολογικά ανεξάρτητο από τα μόρια και τα άτομά του.

Η δομή του φυσικού αριθμού εξηγείται από τις συμβολοσειρές επί ένός πεπερασμένου αλφαριθμήτου με τη λεξικογραφική τους διάταξη, μια άπειρη ακολουθία ευδιάκριτων στιγμών του χρόνου, και μια άπειρη ακολουθία καταχόρυφων γραμμών:

| | | | | ...

Ομοίως, η Πραγματική Ανάλυση είναι η μελέτη της μορφής οποιουδήποτε πλήρους, πραγματικά κλειστού σώματος (real closed field). Η Θεωρία Ομάδων μελετά όχι μια μοναδική δομή, αλλά έναν τύπο δομής, τη μορφή που είναι κοινή στις συλλογές αντικειμένων με μια διμελή πράξη, ένα ουδέτερο στοιχείο, και αντίστροφα για κάθε στοιχείο. Η ευκλείδεια Γεωμετρία μελετά τη δομή του ευκλείδειου χώρου, η τοπολογία μελετά τοπολογικές δομές, και ούτω καθεξής.

Ας ορίσουμε το σύστημα ως μια συλλογή αντικειμένων τα οποία έχουν κάποιες σχέσεις μεταξύ τους. Μια ιεραρχία σε μια εταιρεία ή μια κυβέρνηση είναι ένα σύστημα ανθρώπων με τις διευθυντικές και συναδελφικές σχέσεις, ένας σχηματισμός σε μια παρτίδα σκακιού είναι ένα σύστημα πιονιών κάτω από τις σχέσεις των χωρικών και 'δυνατών κινήσεων', μια γλώσσα είναι ένα σύστημα χαρακτήρων, λέξεων και προτάσεων, με τις συντακτικές και σημασιολογικές σχέσεις μεταξύ τους· και μια άμυνα στο μπάσκετ είναι μια συλλογή των ανθρώπων με χωροταξικές και 'άμυντικου ρόλου' σχέσεις. Ορίζουμε ως μορφή ή δομή την αφηρημένη φόρμα ενός συστήματος, που δίνει έμφαση στις αμοιβαίες σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων, και που αγνοεί οποιαδήποτε χαρακτηριστικά γνωρίσματά τους που δεν επηρεάζουν τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται με τα άλλα αντικείμενα του συστήματος.

'Ενας τρόπος να κατανοηθεί μια συγκεκριμένη μορφή είναι μέσω μιας διαδικασίας αφαίρεσης. Παρατηρεί κάποιος μερικά συστήματα με τη συγκεκριμένη δομή, και εστιάζει την προσοχή του στις σχέσεις μεταξύ των αντικειμένων –αγνοώντας εκείνα τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα των αντικειμένων που δεν είναι σχετικά με αυτές τις σχέσεις. Παραδείγματος χάριν, κάποιος μπορεί να καταλάβει μια άμυνα στο μπάσκετ με την παρακολούθηση ενός (ή μερικών) παιχνιδιού (παιχνιδιών) και με τη σημείωση των χωρικών σχέσεων και των ρόλων μεταξύ των παικτών της ομάδας χωρίς την μπάλα, αγνοώντας πράγματα όπως το ύψος, το χρώμα των μαλλιών των παικτών και το ποσοστό ευστοχίας τους ανά τομέα, δεδομένου ότι αυτά δεν έχουν καμία σχέση με το άμυντικό σύστημα.

Με αυτούς τους όρους, ο στρουκτουραλιστής υποστηρίζει ότι (τα καθαρά) μαθηματικά είναι η παραγωγική μελέτη των δομών καθαυτών. Το αντικείμενο μελέτης της αριθμητικής είναι η δομή των φυσικών αριθμών και το αντικείμενο της ευκλείδειας Γεωμετρίας είναι η δομή του ευκλείδειου χώρου. Στα μαθηματικά, αυτές οι δομές μελετώνται ανεξάρτητα από οποιεσδήποτε περιπτώσεις ερμηνείας μπορούν να έχουν στη μη μαθηματική σφαίρα. Με άλλα λόγια, ο μαθηματικός ενδιαφέρεται για τις εσωτερικές σχέσεις των θέσεων αυτών των δομών. 'Οπως το έθεσε ο Resnik:

Στα μαθηματικά, ισχυρίζομαι ότι δεν έχουμε αντικείμενα με μια 'εσωτερική' σύνθεση που διευθετείται στις δομές, έχουμε μόνο δομές. Τα αντικείμενα των μαθηματικών, δηλαδή οι μαθηματικές οντότητες τις οποίες οι μαθηματικές σταθερές και οι ποσοδείκτες συμβολίζουν, είναι σημεία χωρίς δομή ή θέσεις στις δομές. Ως θέσεις στις δομές, δεν έχουν καμία ταυτότητα ή ιδιότητα έξω από τη δομή. (Resnik 1981)

Πάρτε την περίπτωση της γλωσσολογίας. Φανταστείτε ότι με τη χρησιμοποίηση της αφαιρετικής διαδικασίας ... ένας ειδικός της γραμματικής καταλήγει σε μια σύνθετη δομή που ονομάζει Αγγλικά. Ας υποθέσουμε τώρα ότι αργότερα προκύπτει ότι το αγγλικό corpus αποτυγχάνει με σημαντικούς τρόπους να αποτελεί περίπτωση αυτής της μορφής, έτσι ώστε πολλοί από τους ισχυρισμούς που ο γλωσσολόγος μας έκανε σχετικά με τη δομή του θα διαψευσθούν. Ειρωνικά, οι γλωσσολόγοι μετονομάζουν τη δομή σε Ωγγλικά. Εντούτοις, ένα μεγάλο μέρος της γνώσης του γλωσσολόγου μας για τη μορφή Ωγγλικά ισχύει· γιατί έχει κατορθώσει να περιγράφει κάποια μορφή και να εκθέσει μερικές από τις ιδιότητές της. Ομοίως, υποστηρίζω ότι ξέρουμε πολλά για τον ευκλείδειο χώρο παρά την αποτυχία της φυσικής πραγμάτωσής του. (Resnik 1982)

Φυσικά, μερικά από τα προαναφερθέντα παραδείγματα είναι τόσο απλά για να είναι αντάξια της προσοχής του μαθηματικού. Τι μπορούμε να αποδείξουμε σε σχέση με μια άμυνα στο μπάσκετ; Υπάρχουν, εντούτοις, μη τετριμένα θεωρήματα για το σκάκι. Παραδείγματος χάριν, δεν είναι δυνατό να κάνει μια κάποιος με έναν βασιλιά και δύο Ιππους όταν ο αντίπαλος έχει μόνο έναν βασιλιά. Αυτό ισχύει ανεξάρτητα από το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένα τα πιόνια του σκακιού, ανεξάρτητο ακόμα και από το αν το σκάκι ως παιχνίδι έχει παιχτεί η όχι. Αυτό το γεγονός για το σκάκι είναι περισσότερο ή λιγότερο ένα τυπικό μαθηματικό θεώρημα για μια συγκεκριμένη δομή. Εδώ, είναι η δομή ενός συγκεκριμένου παιχνιδιού.

Ας επιστρέψουμε εν συντομίᾳ σ' ένα θέμα που προέκυψε κατά τη συζήτηση της 'νομιναλιστικής' ανακατασκευής της νευτώνειας βαρυτικής θεωρίας

του Hartry Field (1980), στο εδάφιο §9.1 του προηγούμενου κεφαλαίου. Ο Field υποστηρίζει ότι τα μαθηματικά αντικείμενα δεν υπάρχουν, αλλά η οντολογία της φυσικής του περιλαμβάνει απείρως πολλά χωροχρονικά σημεία και περιοχές. Υποστηρίζει ότι τα χωροχρονικά σημεία και οι περιοχές είναι συγκεκριμένα, φυσικά αντικείμενα, και έτσι δεν είναι μαθηματικά αντικείμενα. Ο Field εξετάζει τη φυσική αντίρρηση ότι «δεν φαίνεται να υπάρχει μια πολύ σημαντική διαφορά μεταξύ του να υποθέτει κανείς αξιωματικά ... έναν πλούσιο φυσικό χώρο και του να υποθέτει αξιωματικά τους πραγματικούς αριθμούς». Για το ζήτημα αυτό απαντά:

Η νομιναλιστική αντίρρηση στη χρησιμοποίηση των πραγματικών αριθμών δεν ήταν λόγω του [πληθαρίθμου τους] ή των δομικών υποθέσεων (π.χ. πληρότητα Cauchy) που τυπικά γίνονται γι' αυτούς. Μάλλον η αντίρρηση ήταν γιατί ήταν αφηρημένοι: ακόμα και η αξιωματική υπόθεση για την ύπαρξη ενός μόνον πραγματικού αριθμού θα ήταν παραβλαση του νομιναλισμού ... Αντιθέτως, η αξιωματική υπόθεση για την ύπαρξη άπειρων πολλών φυσικών οντοτήτων ... δεν είναι εναντίωση στον νομιναλισμό, ούτε υπάρχουν περισσότερες αντιρρήσεις αν υποτεθεί ως αίτημα ότι κάποιες από αυτές τις φυσικές οντότητες υπαχούνε σε δομικές υποθέσεις ανάλογες με αυτές που ο πλατωνισμός θέτει ως αίτημα για τους πραγματικούς αριθμούς. (σελ. 31)

Ο στρουκτουραλιστής αντιτίθεται σε αυτήν τη διάχριση. Γι' αυτόν, ένας πραγματικός αριθμός είναι μια θέση στη δομή των πραγματικών αριθμών. Δεν έχει κανένα νόημα 'να υποθέτει κανείς αξιωματικά την ύπαρξη ενός και μόνο πραγματικού αριθμού', δεδομένου ότι κάθε πραγματικός αριθμός είναι μέρος μιας μεγάλης δομής. Θα ήταν όμοια με την προσπάθεια να φανταστούμε ένα σημείο άμυνας ανεξάρτητα από μια ομάδα μπάσκετ, ή έναν μαύρο αξιωματικό ανεξάρτητα από μια παρτίδα σκακιού. Πού θα στεκόταν; Ποιες είναι οι κινήσεις του; Θα μπορούσε κάποιος, φυσικά, να ρωτήσει αν η δομή του πραγματικού αριθμού εξηγείται από ένα δεδομένο σύστημα (όπως μια συλλογή φυσικών σημείων). Θα μπορούσε κατόπιν κάποιος να εντοπίσει αντικείμενα που έχουν τους ρόλους των μεμονωμένων αριθμών, ακριβώς όπως την ημέρα διεξαγωγής ενός αγώνα κάποιος μπορεί να προσδιορίσει το πρόσωπο που έχει το ρόλο του σημείου άμυνας σε μια από τις ομάδες, ή σε μια παρτίδα σκακιού κάποιος μπορεί να προσδιορίσει τα πιόνια που είναι οι αξιωματικοί. Άλλα δεν έχει νόημα να συλλογιστεί κάποιος αριθμούς ανεξάρτητα της δομής της οποίας αυτοί είναι μέρος.

Ο Field συμφωνεί ότι η νομιναλιστική φυσική του κάνει ουσιαστικές δομικές υποθέσεις για το χωροχρόνο, και συγκροτεί αυτές τις υποθέσεις με αξιοθαύμαστη αυστηρότητα. Αν και ο Field δεν θα το έθετε με αυτόν τον

τρόπο, οι ‘δομικές υποθέσεις’ του χωροχρόνου του χαρακτηρίζουν μια δομή που μοιάζει πολύ με τη δομή του \mathbb{R}^4 , ή τις τετράδες πραγματικών αριθμών.⁴ Πράγματι, ο Field αποδεικνύει τα θεωρήματα για αυτήν τη δομή. Από τη σκοπιά του στρουκτουραλιστή, με αυτόν τον τρόπο αυτός εμπλέκεται με τα μαθηματικά, την επιστήμη της δομής. Η δραστηριότητα του να αποδεικνύει κανείς θεωρήματα για το χωροχρόνο είναι το ίδιο είδος δραστηριότητας με την απόδειξη θεωρημάτων για τους πραγματικούς αριθμούς. Και τα δύο είναι η παραγωγική μελέτη μιας δομής.

Υπάρχουν δύο ερωτήσεις που συσχετίζονται με την οντολογία του στρουκτουραλισμού. Η μία αφορά την κατάσταση των δομών αυτών καθαυτών. Ποια είναι η δομή των φυσικών αριθμών, η δομή των πραγματικών αριθμών, κ.λ.π.; Υπάρχουν οι δομές ως αντικείμενα καθεαυτές; Τι γίνεται με τις περισσότερο γήινες δομές και μορφές, όπως είναι ένας σχηματισμός στο σκάκι, μια άμυνα καλαθοσφαίρισης, ή μια συμφωνία; Η άλλη ομάδα ζητημάτων αφορά την κατάσταση των μεμονωμένων μαθηματικών αντικειμένων, τις θέσεις δηλαδή μέσα στις δομές. Τι έχει να πει ο στρουκτουραλιστής για τους αριθμούς, τα γεωμετρικά σημεία, τα σύνολα, και τα λοιπά; Φυσικά, αυτά τα ζητήματα συσχετίζονται πολύ και θα τα διαπραγματευθούμε μαζί.

Δεδομένου ότι μία και η αυτή δομή μπορεί να περιγραφεί από περισσότερα του ενός συστήματα, μια δομή είναι «μια από πολλές» (one-over-many). Οντότητες όπως αυτές έχουν πάρει το μερίδιο της φιλοσοφικής προσοχής διαμέσου των αιώνων. Το παραδοσιακό υπόδειγμα του «ενός από πολλά» είναι μια ιδιότητα, αποκαλούμενη μερικές φορές γνώρισμα, ή Καθόλου, καθολική (Ιδέα, Μορφή). 'Όλα τα διαφορετικά κόκκιγα αντικείμενα στον κόσμο μοιράζονται την μοναδική ιδιότητα της ερυθρότητας. 'Όλοι οι διαφορετικοί άνθρωποι στον κόσμο μοιράζονται την ιδιότητα του να είναι κανείς άνθρωπος. Στην πιο πρόσφατη φιλοσοφία, υπάρχει το διχοτομικό σχήμα τύπος-ένδειγμα (που θίγεται στο Κεφ. 6, §§6.1.1, 6.3). Τα διάφορα κοιμάτια μελάνης ή κυψαλίας, και καμένου τόνερ, με σχήμα 'Ε' για παράδειγμα, καλούνται ενδείγματα τύπου 'Ε'. Τα ενδείγματα είναι φυσικά αντικείμενα που μπορούν να δημιουργηθούν ή να καταστραφούν κατά βούληση. Ο τύπος είναι ένα αφηρημένο αντικείμενο, το σχήμα που όλα τα ενδείγματα μοιράζονται. 'Ετσι, η ακόλουθη γραμμή:

Ε Ε Ε Ε

⁴ Όπως σημειώνεται στην §9.1 του προηγούμενου κεφαλαίου, η διάκριση μεταξύ του χωροχρόνου του Field και του \mathbb{R}^4 είναι παρόμοια με τη διάκριση μεταξύ της Ευκλείδειας Συνθετικής Γεωμετρίας και της πιο σύγχρονης Αναλυτικής Γεωμετρίας. Η κύρια διαφορά της δομής του χωροχρόνου του Field και της δομής του \mathbb{R}^4 είναι ότι η τελευταία έχει ένα πλαίσιο αναφοράς και μονάδες μέτρησης.

αποτελείται από τέσσερα διαφορετικά ενδείγματα ενός μοναδικού τύπου. 'Ενα διαφορετικό αντίγραφο αυτού του βιβλίου θα έχει άλλα τέσσερα ενδείγματα αυτού του τύπου στην αντίστοιχη σελίδα. Εάν η σχετική σελίδα σχίστηκε από το βιβλίο, και τεμαχίστηκε, τα ενδείγματα με αυτόν τον τρόπο θα καταστρέφονταν. Άλλα (ευτυχώς) ο τύπος όχι. Ο τύπος θα επιζούσε ακόμα κι αν κάθε αντίγραφο της σελίδας καταστρέφοταν.

'Οπως ορίζεται ανωτέρω, ένα σύστημα είναι μια συλλογή αντικειμένων με μερικές σχέσεις επί αυτών, και μια δομή είναι η μορφή ενός συστήματος. Κατά συνέπεια, η σχέση της δομής με το δομημένο είναι όπως η μορφή με το μορφοποιούμενο πράγμα, όπως το ιδιαίτερο υπάγεται στο καθόλου (universal), όπως το ένδειγμα (token) υπάγεται στον τύπο.

Οι διάφορες θέσεις επί των καθόλου που υπάρχουν στη εκτενή βιβλιογραφία οριοθετούν τις επιλογές (εκδοχές) για τον στρουκτουραλισμό. Μια άποψη, που ανάγεται στον Πλάτωνα, είναι ότι τουλάχιστον μερικές γενικές ιδέες (καθόλου) υπάρχουν πριν από οποιωνδήποτε στοιχείων που αποτελούν περιπτώσεις τους και ανεξαρτήτως (βλ. το Κεφ. 3, §3.1). Ακόμα κι αν δεν υπήρχε κανένας άνθρωπος και κανένα κόκκινο πράγμα, οι ιδιότητες του ανθρώπου και της ερυθρότητας θα υπήρχαν ακόμα. Αυτή η άποψη καλείται μερικές φορές ante rem ρεαλισμός (βλ. υποσημείωση, 7), και τα καθόλου που αναλύονται έτσι είναι καθόλου πριν από τα πράγματα. Τα πριν από τα πράγματα καθόλου (εάν είναι τέτοια) υπάρχουν πριν από (και έτσι, ανεξάρτητα από) τα αντικείμενα που υπάγονται στα καθόλου. Κατ' αυτήν την άποψη, το 'ένα από τα πολλά' προηγείται οντολογικά του 'πολλά'. 'Έτσι δεν μπορεί κάποιος να ξεφορτωθεί τον τύπο 'Ε' ακόμα και αν καταστρέψει κάθε ένδειγμα αυτού του γράμματος.

Μια εναλλακτική λύση του ante rem ρεαλισμού, που αποδίδεται στον Αριστοτέλη, είναι ότι τα καθόλου εξαρτώνται οντολογικά από τις περιπτώσεις τους (βλ. το Κεφ. 3, §3.4). Κατά την άποψη αυτή, δεν υπάρχει τίποτα περισσότερο στην ερυθρότητα από το κοινό γνώρισμα όλων των ερυθρών πραγμάτων. Καταστρέψτε όλα τα ερυθρά αντικείμενα και η ερυθρότητα καθαυτή εξαφανίζεται μαζί τους. Καταστρέψτε όλους τους ανθρώπους και δεν υπάρχει πλέον η έννοια 'άνθρωπος'. Τα καθόλου που θεωρούνται μ' αυτόν τον τρόπο καλούνται *in re* καθόλου, και η αριστοτελική άποψη λέγεται μερικές φορές ρεαλισμός στα πράγματα (*in re realism*).⁵ Οι χαρακτηριστικοί συνήγοροι αυτής της άποψης αναγνωρίζουν ότι τα καθόλου ή οι καθολικές έννοιες υπάρχουν, μετά και από κάποια μόδα, αλλά αρνούνται ότι τα καθόλου έχουν οποιαδήποτε ύπαρξη ανεξάρτητη των περιπτώσεών τους. Από μία άποψη, τα

⁵[Σ.τ.Ε.] Θα μπορούσε κανές να αποδώσει τον όρο 'in re realism' ως 'εμπράγματος ρεαλισμός'.

καθόλου υπάρχουν μόνο στις περιπτώσεις τους. Οντολογικά το ‘πολλά’ έρχεται πρώτα, και έπειτα το ‘ένα από τα πολλά’.

Υπάρχουν και άλλες απόψεις σχετικά με τα καθόλου. Οι Εννοιοχράτες υποστηρίζουν ότι τα καθόλου είναι νοητικές κατασκευές, και οι παραδοσιακά νομιναλιστές υποστηρίζουν ότι είτε τα καθόλου είναι γλωσσικές κατασκευές ή δεν υπάρχουν καθόλου.⁶ Για την παρούσα συζήτηση, η σημαντική διάχριση μεταξύ του *ante rem*⁷ ρεαλισμού και των άλλων απόψεων. Η ερώτησή μας είναι εάν, και υπό ποια έννοια, οι δομές καθαυτές υπάρχουν ανεξάρτητα από τα συστήματα των αντικειμένων που τις εξηγούν αποτελώντας χαρακτηριστικά παραδείγματα αυτών. Είναι λογικό να μιλήσει κανείς για τη δομή των φυσικών αριθμών, των πραγματικών αριθμών ή του ευκλειδείου χώρου αν δεν υπάρχει κανένα εξηγητικό παράδειγμα συστημάτων αντικειμένων; Εξετάζουμε μια *ante rem* προσέγγιση του στρουκτουραλισμού στο επόμενο εδάφιο και κατόπιν μερικές *in re* προσεγγίσεις στο μεθεπόμενο.

10.2 Ante Rem Δομές, και Αντικείμενα

Για μια φορά ακόμα, για έναν στρουκτουραλιστή ένας φυσικός αριθμός είναι μια θέση σε μια ιδιαίτερη άπειρη μορφή ή μοτίβο, τη δομή των φυσικών αριθμών. Αυτό το μοτίβο μπορεί να εξηγηθεί από πολλά διαφορετικά συστήματα, αλλά είναι το ίδιο μοτίβο σε κάθε περίπτωση. Ο *ante rem* στρουκτουραλιστής θεωρεί ότι αυτό το μοτίβο υπάρχει ανεξάρτητα από οποιαδήποτε συστήματα το εξηγούν. Ο αριθμός 2 είναι η δεύτερη θέση σ’ αυτό το μοτίβο. Οι μεμονωμένοι αριθμοί είναι ανάλογοι με τα ιδιαίτερα γραφεία μέσα σε μια οργάνωση. Σε μια λέσχη, παραδείγματος χάριν, διακρίνουμε το γραφείο του

⁶ Όπως σημειώνεται στο προηγούμενο κεφάλαιο, στη σύγχρονη φιλοσοφία των μαθηματικών ο ‘νομιναλισμός’ είναι ένας κοινός όρος για την άποψη ότι τα μαθηματικά αντικείμενα δεν υπάρχουν. Η χρήση της λέξης προέρχεται από τη μεσανωνική χρήση της σχετικά με τα καθόλου. Ο νομιναλισμός είναι μια έκδοση αυτού που καλώ ‘οντολογικός αντιρεαλισμός’ (βλ. Κεφ. 2, §2:1).

⁷ [Σ.τ.Ε.] *Ante rem ~ Λατ.*, κατά λέξη θα πει ‘πριν από το πράγμα’, ‘πριν από το γεγονός’. Πιο ελεύθερα θα μπορούσαμε να το αποδώσουμε με το ‘ερήμην της σχετικής οντολογίας’, πριν από τα συστήματα οντοτήτων που αποτελούν χαρακτηριστικά παραδείγματα και έτσι τα εξηγούν. ‘Έτσι ‘μια *ante rem* προσέγγιση του στρουκτουραλισμού’ σημαίνει μια ‘ερήμην της σχετικής οντολογίας προσέγγιση του στρουκτουραλισμού’, πριν δηλαδή από τα συστήματα πραγμάτων που αποτελούν εξηγητικά παραδείγματα ή ενδείγματα. Για παράδειγμα το γράφημα $\square \rightarrow \square$ αποτελεί μια *ante rem* δομή για την έννοια του αριθμού 1. Εδώ τα \square είναι θέσεις προς κατάληψη από συγκεκριμένα αντικείμενα. Ενώ το 0 → 1 είναι ένα εξηγητικό παράδειγμα της *ante rem* δομής.

γραμματέα ταμία από το πρόσωπο που συμβαίνει να κατέχει αυτό το γραφείο σε μια ιδιαίτερη διοικητική οργάνωση, και σε μια παρτίδα σκάκι διακρίνουμε τον λευκό αξιωματικό από το χορηγό υλικού που συμβαίνει να διαδραματίζει αυτόν το ρόλο σε μια δεδομένη σκακιέρα. Σ' ένα διαφορετικό παιχνίδι, ακριβώς το ίδιο κομμάτι μπορεί να διαδραματίσει έναν άλλο ρόλο, όπως του αξιωματικού της λευκής βασίλισσας ή, πιθανόν, του πύργου του μαύρου βασιλιά. Ομοίως μπορούμε να διακρίνουμε ένα αντικείμενο που διαδραματίζει το ρόλο του 2 σε μια πραγματοποίηση της δομής των φυσικών αριθμών, από τον ίδιο τον αριθμό. Ο αριθμός είναι το γραφείο, η θέση στη δομή. Το ίδιο πράγμα συμβαίνει και με τους πραγματικούς αριθμούς, τα σημεία της ευκλειδείας Γεωμετρίας, και τα μέλη της συνολοθεωρητικής ιεραρχίας. Κάθε δομή υφίσταται πριν από τις θέσεις που περιέχει, ακριβώς όπως οποιαδήποτε οργάνωση υφίσταται πριν από τα γραφεία που την αποτελούν. Η δομή των φυσικών αριθμών υφίσταται πριν από το 2, ακριβώς όπως η οργάνωση μιας λέσχης υφίσταται πριν από ‘τον γραμματέα ταμία’, ή όπως η ‘αμερικανική κυβέρνηση’ (ή το σύνταγμα) υφίσταται πριν από τον ‘αντιπρόεδρο’.⁸

Στην ιστορία της φιλοσοφίας, στις *ante rem* καθολικές οντότητες δίνεται μερικές φορές μια ερμηνευτική υπεροχή. Θα μπορούσε να λεχθεί, παραδείγματος χάριν, ότι ο λόγος που ο Λευκός Οίκος είναι άσπρος είναι ότι έχει την καθολική ιδιότητα (το καθόλου) της Λευκότητας. Ή αυτό που κάνει μια μπάλα καλαθοσφαίρισης στρογγυλή είναι ότι έχει το καθόλου της Στρογγυλότητας. Εντούτοις, ούτε ο Resnik ούτε εγώ απαιτούμε αυτήν την ερμηνευτική υπεροχή για τις δομές. Δεν ισχυρίζόμαστε, για παράδειγμα, ότι ένα δοσμένο σύστημα είναι ένα μοντέλο των φυσικών αριθμών επειδή αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα της δομής των φυσικών αριθμών. Αν μη τι άλλο, είναι ακριβώς ο αντίθετος τρόπος προσέγγισης. Αυτό που κάνει το σύστημα να αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των φυσικών αριθμών είναι ότι έχει μια ένα προς ένα συνάρτηση του επομένου, ένα αρχικό αντικείμενο, και το σύστημα ικανοποιεί την αρχή επαγγηγής. Δηλαδή αυτό που κάνει ένα σύστημα να αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των φυσικών αριθμών είναι ότι είναι ένα μοντέλο της αριθμητικής.

Ο *ante rem* στρουκτουραλισμός επιλύει ένα πρόβλημα που αντικειταί σοβαρά από μερικούς τουλάχιστον πλατωνιστές – ή ρεαλιστές στην οντολογία. Ας θυμηθούμε ότι ο Gottlob Frege (1884) έδωσε μια κατεξοχήν εύλογη περιγραφή της χρήσης των όρων αριθμού σε τέτοια πλαίσια όπως ‘ο αριθμός του *F* είναι *y*, όπου το *F* αντιπροσωπεύει ένα κατηγόρημα όπως ‘τα φεγγάρια του

⁸ Κατά τη διάρκεια της πρόσφατης δίκης που αφορούσε δημόσια πρόσωπα ήταν συνηθισμένο για τα μέλη του Κογκρέσου να εκφράζουν σεβασμό προς τη θεσμό του Προέδρου, εκφράζοντας ταυτόχρονα την περιφρόνησή τους για το πρόσωπο που κατείχε τη θέση τη στιγμή εκείνη. Αυτή είναι η συνήθης διάκριση, η οποία προβάλλεται εδώ.

Δια' ή 'οι κάρτες σ' αυτό το τραπέζι' (βλ. Κεφ. 5, §5.1). Αλλά ο Frege παρατήρησε ότι αυτή η προκαταρκτική θεώρηση δεν στηρίζει το επιθυμητό συμπέρασμά του ότι οι αριθμοί είναι αντικείμενα. Υποστήριξε ότι ένας οντολογικός ρεαλιστής πρέπει να προτείνει ένα κριτήριο που να καθορίζει αν οποιοισδήποτε δεδομένος αριθμός, όπως ο 2, είναι ο ίδιος ή διαφέρει από οποιοδήποτε άλλο αντικείμενο, για παράδειγμα τον Ιούλιο Καίσαρα. Δηλαδή η προκαταρκτική θεώρηση του Frege δεν έχει τίποτα να πει για την τιμή αλήθειας της ισότητας 'Ιούλιος Καίσαρας = 2'. Αυτό το δίλημμα, γνωστό ως πρόβλημα του Καίσαρα, απασχολεί σοβαρά αρχετούς σύγχρονους λογικολόγους (βλ. Κεφ. 5, §5.4).

Ο Paul Benacerraf (1965) και ο Philip Kitcher (1983, Κεφ. 6) ανέδειξαν μια παραλλαγή αυτού του προβλήματος ως αντιρρηση στον ρεαλισμό στην οντολογία. Μετά από την ανακάλυψη ότι ουσιαστικά κάθε τομέας των μαθηματικών μπορεί να αναχθεί (ή να μοντελοποιηθεί) στη θεωρία συνόλων, ο θεμελιακά προσανατολισμένος θεώρηση τη συνολοθεωρητική ιεραρχία ως οντολογία για όλα τα μαθηματικά. Γιατί να έχουμε σύνολα, αριθμούς, σημεία, κ.λπ. όταν μόνο τα σύνολα θα ήταν αρκετά; Άλλα υπάρχουν διάφορες αναγωγές της αριθμητικής στη θεωρία συνόλων, και φαινομενικά δεν υπάρχει καμία αρχή βάση της οποίας να αποφασιστεί ποιος μεταξύ τους πρέπει να επιλεγεί. Ο συνολοθεωρητικός Ernst Zermelo πρότεινε ο αριθμός 0 να είναι το χεινό σύνολο \emptyset και για κάθε αριθμό n , ο διάδοχος του n να είναι το μονοσύνολο $\{n\}$, έτσι ώστε το 1 είναι το $\{\emptyset\}$, 2 είναι το $\{\{\emptyset\}\}$, το 3 είναι το $\{\{\{\emptyset\}\}\}$ κ.λπ. Έτσι, κάθε αριθμός εκτός από το 0 έχει ακριβώς ένα στοιχείο. Μια άλλη δημοφιλής αναγωγή, που οφείλεται στον John von Neumann, ορίζει κάθε φυσικό αριθμό n ως το σύνολο όλων των αριθμών των μικρότερων του n . Έτσι το 0 είναι το χεινό σύνολο \emptyset , το 1 είναι το $\{\emptyset\}$, το 2 είναι το $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, και το 3 είναι το $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$. Σ' αυτό το σύστημα κάθε αριθμός n έχει ακριβώς n στοιχεία. Είναι, λοιπόν, το μοντέλο του von Neumann ή του Zermelo (ή κανένα από τα δύο) σωστό; Εάν οι αριθμοί είναι μαθηματικά αντικείμενα και όλα τα μαθηματικά αντικείμενα είναι σύνολα, τότε πρέπει να ξέρουμε ποια σύνολα είναι οι φυσικοί αριθμοί. Ποιος είναι ο αριθμός 3, πραγματικά; Πώς μπορούμε να αποφανθούμε; Έχουμε απομείνει με ένα ακόμα δίλημμα. Στο μοντέλο του von Neumann, το 1 είναι μέλος του 3, αλλά σ' αυτό του Zermelo το 1 δεν είναι μέλος του 3. Έτσι έχουμε απομείνει χωρίς απάντηση στην ερώτηση 'είναι το 1 πραγματικά ένα μέλος του 3, ή όχι;' Από αυτές τις παρατηρήσεις και ερωτήσεις, οι Benacerraf και Kitcher συμπεραίνουν, αντίθετα από τον Frege, ότι οι αριθμοί δεν είναι αντικείμενα, και έτσι απορρίπτουν τον οντολογικό ρεαλισμό.

Ο ante rem στρουκτουραλιστής βρίσκει αυτό το συμπέρασμα αδικαιολόγητο. Για να δούμε γιατί, γυρίζουμε στο γενικό ερώτημα του τι σημαίνει να είναι κάτι ένα αντικείμενο, τουλάχιστον στα μαθηματικά. Αντί να προσπαθήσει να λύσει το πρόβλημα του Καίσαρα και να απαντήσει στις ερωτήσεις

των Benacerraf-Kitcher άμεσα, ο στρουκτουραλιστής υποστηρίζει ότι αυτές οι ερωτήσεις δεν χρειάζονται καμία απάντηση. Ξανατονίζουμε ότι ένας φυσικός αριθμός είναι μια θέση στη δομή των φυσικών αριθμών. Το τελευταίο είναι το κοινό μοτίβο για όλα τα μοντέλα της αριθμητικής, είτε είναι στη συνολοθεωρητική ιεραρχία ή οπουδήποτε άλλου. Μπορεί κανείς να διαμορφώσει προτάσεις με συνοχή και οριστικότητα για την ταυτότητα δύο αριθμών: $1 = 1$ και $1 \neq 4$. Και μπορεί κανείς να ερευνήσει σχετικά με την ταυτότητα μεταξύ αριθμών που συμβολίζονται από διαφορετικές περιγραφές στη γλώσσα της αριθμητικής. Παραδείγματος χάριν, το 7 είναι ο μεγαλύτερος πρώτος που είναι μικρότερος από το 10. Άλλα δεν έχει κανένα νόημα να δοκιμάσει την ισότητα μεταξύ μιας θέσης στη δομή των φυσικών αριθμών και κάποιου άλλου αντικειμένου. Η ταυτότητα μεταξύ των φυσικών αριθμών είναι οριστική· η ταυτότητα μεταξύ των αριθμών και των αντικειμένων άλλων ειδών δεν είναι, και ούτε είναι οριστική η ταυτότητα μεταξύ των αριθμών και των θέσεων άλλων δομών. Εναλλακτικά, μπορούσαμε με ασφάλεια να δηλώσουμε ότι πολλές από τις ταυτότητες είναι φυεύδεις. Προφανώς, ο Καίσαρας δεν είναι μια θέση σε μια δομή, και έτσι ο Καίσαρας δεν είναι ένας αριθμός.

Με ανάλογο τρόπο μπορεί κανείς να αναμένει οριστικές απαντήσεις σε ερωτήσεις για τις αριθμητικές σχέσεις μεταξύ αριθμών, δηλαδή ορίσματων σχέσεων στη γλώσσα της αριθμητικής. Κατά συνέπεια, $1 < 3$, και το 7 δεν είναι ένας διαιρέτης του 22. Αυτές οι δηλώσεις είναι εσωτερικές στη δομή των φυσικών αριθμών. Μπορεί επίσης κάποιος να αναμένει απαντήσεις σε συνήθεις ερωτήσεις σχετικά με τον πληθάριθμο συλλογών. Ο αριθμός πλανητών είναι 9 (από τη στιγμή που θα αποφασίσουμε τι μπορούμε να μετράμε ως πλανήτη). Άλλα εάν κάποιος ερευνά, όπως οι Kitcher και Benacerraf, αν το 1 είναι ένα στοιχείο του 3, δεν μπορεί να λάβει καμία απάντηση. Είναι παρόμοιο με την ερώτηση αν ο αριθμός 1 είναι πιο αστείος από τον αριθμό 4, ή πιο πράσινος.

Παρόμοιες θεωρήσεις ισχύουν και για πιο εγκόσμια μοτίβα. Είναι καθορισμένο ότι ο τερματοφύλακας δεν είναι επιθετικός (ταυτόχρονα), αλλά υπάρχει κάτι περίεργο για την ερώτηση αν οι θέσεις στα εκάστοτε μοτίβα-μορφές ταυτίζονται με άλλα αντικείμενα. Είναι κάπως περίεργο να ρωτά κανείς αν η προεδρία ταυτίζεται με τον Bill Clinton –εάν το ‘γραφείο’ ταυτίζεται με το πρόσωπο. Αν υπάρχει επικονή στο ερώτημα, θα μπορούσαμε να πούμε ότι ο Bill Clinton δεν είναι –και ουδέποτε ήταν– το ίδιο πράγμα με την προεδρία.

Ομοίως, είναι οριστικό ότι ο αξιωματικός της μιας βασίλισσας δεν μπορεί να χτυπήσει τον αντίπαλο αξιωματικό της άλλης βασίλισσας, αλλά θα ήταν αφύσικο να ρωτήσει κανείς αν ο αξιωματικός της μιας βασίλισσας είναι εξυπότερος από τον αξιωματικό της άλλης. Υπάρχει επίσης κάτι αλλόκοτο στο να ρωτήσει κανείς αν η θέση του σημείου άμυνας είναι πιο ψηλή, ή γρηγορότερη, ή με μεγαλύτερο ποσοστό ευστοχίας από τη θέση του επιθετικού. Οι

ιδιότητες ‘του χοντού’ ‘του ψηλού’ και το ποσοστό ευστοχίας δεν εφαρμόζονται στις θέσεις.

Παρόμοιες, λιγότερο φιλοσοφικές ερωτήσεις υποβάλλονται την ημέρα του αγώνα για μια συγκεκριμένη διαμόρφωση, αλλά αυτές οι ερωτήσεις αφορούν τα άτομα που καταλαμβάνουν τις θέσεις του αμυντικού και του επιθετικού εκείνη την ημέρα, όχι τις θέσεις καθαυτές. Ουσιαστικά οποιοδήποτε άτομο έχει προετοιμαστεί για να παίξει μπάσκετ μπορεί να κατέχει τη θέση του αμυντικού πάκτη –οποιοδήποτε μπορεί να καταλάβει αυτόν το ρόλο σε μια ομάδα καλαθοσφαίρισης (άλλος καλύτερα και άλλος χειρότερα). Οποιοδήποτε μικρό, κινητό αντικείμενο μπορεί να διαδραματίσει το ρόλο του αξιωματικού της μαύρης βασιλισσας. Ομοίως, πραγματικά οτιδήποτε μπορεί ‘να είναι’ 3 –οτιδήποτε μπορεί να καταλάβει αυτήν τη θέση σ’ ένα σύστημα που αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των φυσικών αριθμών. Το κατά Zermelo 3 ($\{\{\{\emptyset\}\}\}$), το κατά von Neumann 3 ($\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$), ακόμα και ο Ιούλιος Καΐσαρας μπορούν όλα να διαδραματίσουν αυτόν το ρόλο (σε διαφορετικά συστήματα, βεβαίως). Έτσι όπως ο στρουκτουραλιστής βλέπει τα πράγματα, είτε οι ερωτήσεις των Frege-Benacerraf-Kitcher είναι τετριμένες και απλές, είτε οι ερωτήσεις δεν έχουν καθορισμένες απαντήσεις, και άρα δεν είναι σκόπιμες.

Ο στρουκτουραλισμός προσανατολίζεται προς ένα είδος σχετικότητας ως προς τα αντικείμενα και την ύπαρξη, τουλάχιστον στα μαθηματικά. Τα μαθηματικά αντικείμενα είναι συνδεδεμένα με τις δομές που τα συγκροτούν. Ο Benacerraf (1965: §III.A) εισηγείται μια παρόμοια άποψη, τουλάχιστον προσωρινά, δηλώνοντας ότι μερικές δηλώσεις ταυτότητας είναι χωρίς νόημα: «Δηλώσεις ταυτότητας έχουν νόημα μόνο σε πλασια όπου υπάρχουν δυνατότητες συνθηκών εξατομίκευσης ... Ερωτήματα ταυτότητας περιέχουν την προϋπόθεση ότι οι προς έρευνα ‘οντότητες’ και οι δύο ανήκουν σε κάποια γενική κατηγορία». Ο στρουκτουραλιστής συμφωνεί, σημειώνοντας ότι οι θέσεις στην ίδια δομή είναι βεβαίως στην ίδια ‘γενική κατηγορία’ και υπάρχουν ‘συνθήκες εξατομίκευσης’ μεταξύ τους. Ο Benacerraf συμπεραίνει: «Αυτό που συγκροτεί μια οντότητα εξαρτάται από την κατηγορία ή τη θεωρία στην οποία ανήκει ... Υπάρχουν ... δύο συσχετισμένοι τρόποι για να θεωρήσουμε το πρόβλημα. Θα μπορούσε κανείς να καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η ταυτότητα είναι συστηματικά διφορούμενη, ή αλλιώς θα μπορούσε κανείς να συμφωνήσει με τον Frege ότι η ταυτότητα είναι σαφής, και πάντα σημαίνει την ομοιότητα του αντικειμένου, αλλά ότι (ενάντια στον Frege τώρα) η έννοια του αντικειμένου ποικίλλει από θεωρία σε θεωρία, από κατηγορία σε κατηγορία ...». Ο στρουκτουραλιστής υποστηρίζει ότι στα μαθηματικά οι έννοιες ‘του αντικειμένου’ και ‘της ταυτότητας’ είναι σαφείς αλλά πλήρως σχετικές.

Ο Resnik ανάγει αυτήν την σχετικότητα στη θέση του Quine για την σχετικότητα της οντολογίας. Για τον Resnik, όπως και για τον Quine, η σχετι-

κότητα είναι εδώ αρκετά γενική, ισχύουσα σε όλο τον Ιστό της επιστημονικής πεποίθησης (βλ., για παράδειγμα, τον Quine 1992). Η δική μου εκδοχή του στρουκτουραλισμού δεν αποδέχεται τη σχετικότητα σε τόσο εύρος, ακόμα και για τα μαθηματικά. Οι μαθηματικοί μερικές φορές βρίσκουν βολικό, ή και ακόμα επιτακτικό, να ταυτίζουν τις θέσεις διαφορετικών δομών. Αυτό εμφανίζεται, παραδείγματος χάριν, όταν οι συνολοθεωρητικοί καταλήγουν στους ορισμούς του von Neumann για τους φυσικούς αριθμούς (σε αντιδιαστολή με αυτούς του Zermelo ή οποιουδήποτε άλλου). Για ένα πιο στρωτό παράδειγμα, είναι σίγουρα σοφό να ταυτιστούν οι θέσεις στη δομή φυσικών αριθμών με τα αντίστοιχα τους στις δομές των ακέραιων, των ρητών, των πραγματικών και των μιγαδικών αριθμών. Συνεπώς, ο φυσικός αριθμός 2 είναι ίδιος με τον ακέραιο αριθμό 2, τον ρητό αριθμό 2, τον πραγματικό αριθμό 2, και τον μιγαδικό αριθμό $2 + 0i$. Τίποτα άλλο δεν θα μπορούσε να είναι πιο απλό.⁹

Υπάρχει, βεβαίως, μια διαισθητική διαφορά μεταξύ ενός αντικειμένου και μιας θέσης σε μια δομή, μεταξύ του κατόχου ενός γραφείου και ενός γραφείου. Ένα μεγάλο μέρος των προηγούμενων κινήτρων για τον στρουκτουραλισμό ανάγεται σε αυτήν τη διάκριση. Οι *ante rem* στρουκτουραλιστές, για να υποστηρίξουν ότι οι αριθμοί, τα σύνολα, και τα σημεία (κ.λπ.) είναι αντικείμενα, επικαλούνται μια διάκριση στη γλωσσολογική πρακτική. Υπάρχουν, κατ' ουσίαν, δύο διαφορετικοί προσανατολισμοί κατά τη συζήτηση των μοτίβων και των θέσεών τους. Μερικές φορές οι θέσεις μιας δομής αντικειμενίζονται στα πλαίσια ενός ή περισσότερων συστημάτων που αποτελούν εξηγητικά παραδείγματα της δομής. Μπορούμε να πούμε, παραδείγματος χάριν, ότι ο σημειρινός τερματοφύλακας ήταν χθες επιθετικός, ότι ο τωρινός ταμίας είναι περισσότερο αφοσιωμένος στην οργάνωση από τον προκάτοχό του, ή ότι μερικοί Πρόδεδροι είναι πιο ακέραιοι από άλλους. Ομοίως, μπορούμε να πούμε ότι ο κατά von Neumann 3 έχει δύο περισσότερα στοιχεία από τον κατά Zermelo 3. Σε κάθε περίπτωση, μεταχειρίζόμαστε κάθε θέση μιας δομής με όρους των αντικειμένων ή των ανθρώπων που κατέχουν τη θέση. Ας ονομάσουμε αυτήν την άποψη οι θέσεις είναι γραφεία (*places-are-offices*). Από αυτήν την άποψη οι θέσεις μιας δομής μοιάζουν περισσότερο με ιδιότητες παρά με αντικείμενα. Ο γραφειακός προσανατολισμός προϋποθέτει ένα οντολογικό υπόβαθρο που παρέχει τα αντικείμενα που γεμίζουν τις θέσεις των δομών. Στην περίπτωση των ομάδων, των οργανώσεων και των κυβερνήσεων, η υποκείμενη οντολογία είναι άνθρωποι, και στη περίπτωση των παρτίδων σκακιού, το οντολογικό υπόβαθρο είναι μικρά, μετακινούμενα πιόνια, με χαρακτηριστικά ορισμένα χρώματα

⁹ Όπως ειδαμε στο Κεφάλαιο 5, §5.2, ο Bertrand Russell (1919: Κεφ. 7) υποστήριξε ότι δύλα αυτά τα 2άρια είναι διαφορετικά. Βλ. το Parsons 1990: 334, για μια οξυδερκή συζήτηση σχετικά με την ταυτότητα στα πλαίσια του στρουκτουραλισμού.

και μορφές. Στην περίπτωση της αριθμητικής, τα σύνολα –ή οτιδήποτε άλλοθα παίζουν το υπόβαθρο της οντολογίας.

Σε αντίθεση με αυτόν τον γραφειακό προσανατολισμό, υπάρχουν πλαίσια στα οποία οι θέσεις μιας δεδομένης δομής αντιμετωπίζονται ως αντικείμενα καθαυτά, τουλάχιστον γραμματικά. Δηλαδή μερικές φορές τα στοιχεία που σημαίνουν τις θέσεις είναι ενικοί όροι, όπως π.χ. κύρια ονόματα. Λέμε ότι ο αντιπρόεδρος είναι Πρόεδρος της Γερουσίας, ότι οι κινήσεις των αξιωματικών στο σκάκι είναι διαγώνιες, ή ότι ο αξιωματικός που είναι σ' ένα μαύρο τετράγωνο δεν μπορεί να κινηθεί προς ένα άσπρο τετράγωνο. Ονομάζουμε αυτή τη σκοπιά θέασης οι θέσεις είναι αντικείμενα (places-are-objects). Εδώ, οι δηλώσεις αφορούν την αντίστοιχη δομή καθεαυτή, ανεξαρτήτως οποιωνδήποτε εξηγητικών παραδειγμάτων μπορεί να έχει.

Από αυτήν την προοπτική, η αριθμητική ασχολείται με τη δομή των φυσικών αριθμών, και η περιοχή της αποτελείται από τις θέσεις αυτής της δομής, που αντιμετωπίζονται από την προοπτική οι θέσεις είναι αντικείμενα. Το ίδιο ισχύει και για τους άλλους μαθηματικούς κλάδους, όπως η πραγματική και η μιγαδική ανάλυση, η ευκλείδεια Γεωμετρία, και ίσως η θεωρία συνόλων.

Το θέμα εδώ είναι ότι, μερικές φορές, ικανοί ομιλητές θεωρούν τις θέσεις μιας μαθηματικής δομής ως αντικείμενα, τουλάχιστον όταν αφορά απλούς γραμματικούς κανόνες. Μερικοί στρουκτουραλιστές, όπως ο Resnik και εγώ, υποθέτουμε ότι αυτό δείχνει την υποκείμενη λογική μορφή της μαθηματικής γλώσσας. Δηλαδή προτάσεις στη γλώσσα της αριθμητικής όπως ' $7 + 9 = 16$ ' και 'για κάθε φυσικό αριθμό n , υπάρχει ένας πρώτος αριθμός $m > n$ λαμβάνονται κυριολεκτικά ότι αναφέρονται στις θέσεις της δομής των φυσικών αριθμών'. Οι όροι που συμβολίζουν αριθμούς είναι ως προς την προοπτική οι θέσεις είναι αντικείμενα. Στα μαθηματικά, οι θέσεις των μαθηματικών δομών είναι γνήσια αντικείμενα.

Για τον *ante rem* στρουκτουραλιστή τότε, η διάκριση μεταξύ του γραφείου και του κατόχου γραφείου –και έτσι και η διάκριση μεταξύ της θέσης και του αντικειμένου– είναι σχετική, τουλάχιστον στα μαθηματικά. Αυτό που είναι αντικείμενο από μια οπτική είναι θέση σε μια δομή από μια άλλη. Από την άποψη του θέσεις είναι γραφεία, το οντολογικό υπόβαθρο μπορεί να αποτελείται από θέσεις άλλων δομών, όταν π.χ. λέμε ότι οι αρνητικοί ακέραιοι πραγματικοί αριθμοί αποτελούν εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των φυσικών αριθμών, ή ότι μια ευκλείδεια ευθεία αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των πραγματικών αριθμών. Πράγματι, το οντολογικό υπόβαθρο για την άποψη οι θέσεις είναι γραφεία μπορεί ακόμα και να αποτελείται από θέσεις αυτής καθαυτής της υπό συζήτηση δομής, όπως π.χ. συμβαίνει με τους άρτιους φυσικούς αριθμούς οι οποίοι αποτελούν εξηγητικό παράδειγμα της δομής των φυσικών αριθμών. Ειδικότερα, κάθε δομή αποτελεί εξηγητικό

παράδειγμα για τον εαυτό της. Οι θέσεις της, θεωρούμενες ως αντικείμενα, αποτελούν εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή.

Ο Michael Hand (1993) υποστηρίζει ότι ο ante rem στρουκτουραλισμός δεν συμφωνεί με μια εκδοχή του παραδοσιακού αριστοτελικού επιχειρήματος του 'τρίτου προσώπου' ενάντια στις ante rem καθολικές έννοιες. Και οι δύο αναγωγές της αριθμητικής στη συνολοθεωρία, και αυτή του von Neumann αλλά και αυτή του Zermelo, αποτελούν εξηγητικά παραδείγματα της δομής των φυσικών αριθμών. Από την ante rem άποψη, η δομή των φυσικών αριθμών καθαυτή αποτελεί επίσης εξηγητικό παράδειγμα της δομής φυσικών αριθμών. Ο Hand υποστηρίζει ότι ο ante rem στρουκτουραλιστής χρειάζεται έτσι μια νέα δομή, μια δομή υπερφυσικών αριθμών, την οποία η αρχική δομή φυσικών αριθμών μοιράζεται με τα συστήματα von Neumann και Zermelo. Και έτσι ξανακυλούμε πάλι σε μια χειρότερη θέση.

Από την ante rem άποψη, εντούτοις, η πρόταση 'η ίδια η δομή φυσικών αριθμών αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή των φυσικών αριθμών' ανοίγει διαφορετικούς προσανατολισμούς για τις δομές. Η ιδέα είναι ότι οι θέσεις της δομής των φυσικών αριθμών, εξεταζόμενες από την άποψη οι θέσεις είναι αντικείμενα, μπορούν να οργανωθούν σ' ένα σύστημα, και αυτό το σύστημα αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τη δομή φυσικών αριθμών (της οποίας οι θέσεις αντικείμενο συστήματα είναι τώρα από την άποψη οι θέσεις είναι γραφεία). Η δομή των φυσικών αριθμών, ως σύστημα θέσεων, αποτελεί εξηγητικό παράδειγμα για τον εαυτό της, όπως κάθε δομή.

10.3 Στρουκτουραλισμός χωρίς Δομές

Η ante rem άποψη προϋποθέτει ότι οι δηλώσεις από την οπτική της οι θέσεις είναι αντικείμενο θα πρέπει να ληφθούν κυριολεκτικά, με τη φαινομενική τους αξία. 'Οροι όπως 'γραμματέας-ταμίας', 'τερματοφύλακας', '2', και '6 + 3i' είναι γνήσιοι ενικοί όροι που συμβολίζουν αντικείμενα. Μερικοί στρουκτουραλιστές αντιτίθενται σ' αυτό, και δεν αντικείμενο συστήματα είναι αντικείμενο σοβαρά. Παρατηρήστε ότι οι δηλώσεις, από την άποψη της οι-θέσεις-είναι-αντικείμενο, έχουν ως επακόλουθο γενικεύσεις σε όλα τα συστήματα που αποτελούν χαρακτηριστικά παραδείγματα της εν λόγω δομής. Ο οποιοσδήποτε που είναι αντιπρόεδρος –είτε είναι ο Gore, είτε ο Quayle, είτε ο Bush, είτε ο Mondale– είναι Πρόεδρος της Γερουσίας σε αυτήν την κυβέρνηση. Κάθε αξιωματικός στο σκάκι κινείται σε μια διαγώνιο, και κανένας από αυτούς που βρίσκονται στα μαύρα τετράγωνα δεν κινείται προς τα άσπρα τετράγωνα (στο ίδιο παιχνίδι). Κανένα πρόσωπο δεν μπορεί να είναι αμυντικός