ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ Ι - QUIZ 2, 23 Οκτώβρη 2017

ΟΝΟΜΑ:
Α.Μ.:

<u>ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ:</u>

1. Αν έχουμε ν-τυχαίο δείγμα από $Geo(p)$ στο $\{1, 2, \ldots\}$, τότε η εκτιμήτρια ροπών του p είναι

   ◯ $X_{(\nu)}$ ◯ $\overline{X}$ √ $\frac{1}{\overline{X}}$ ◯ $\frac{\overline{X}}{\nu}$

2. Αν $X \sim \mathcal{G}(\alpha, \theta)$, όπου θ παράμετρος ρυθμού, τότε νX ακολουθεί

   ◯ $\mathcal{G}(\nu\alpha, \theta)$ ◯ $\mathcal{G}(\alpha, \nu\theta)$ √ $\mathcal{G}(\alpha, \frac{\theta}{\nu})$ ◯ $\mathcal{G}(\frac{\alpha}{\nu}, \theta)$

3. Σε τυχαίο δείγμα $X_1, \ldots, X_\nu$ από $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$, με μ γνωστό και $U_\nu = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}(X_i - \mu)^2$

   √ $V(\overline{X}_\nu) = \frac{\sigma^2}{\nu}$ ◯ $V(\overline{X}_\nu) = \nu\sigma^2$ √ $\frac{\nu U_\nu}{\sigma^2} \sim \chi^2_\nu$ ◯ $\frac{\nu U_\nu}{\sigma^2} \sim \chi^2_{\nu-1}$

4. Αν $X = Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2$, όπου $Z_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $i = 1, 2, 3$, ανεξάρτητες, τότε

   ◯ $V(X) = 3$ √ $V(X) = 6$ √ $X \sim \mathcal{G}(1.5, 0.5)$ √ $X \sim \chi^2_3$

5. Αν $X \stackrel{d}{=} Y$, τότε

   √ $X^2 \stackrel{d}{=} Y^2$ ◯ $(X, X) \stackrel{d}{=} (X, Y)$ ◯ $X + Z \stackrel{d}{=} Y + Z$ ◯ $\frac{X}{Y} \stackrel{d}{=} 1$, όταν $P(Y \neq 0) = 1$

6. Αν για μία εκτιμήτρια U_ν του θ, ισχύει $MSE(U_\nu) \to 0$, τότε η U_ν είναι

   ◯ αμερόληπτη √ **ασυμπτωτικά αμερόληπτη** √ **συνεπής** ◯ ασυμπτωτικά κανονική

7. Αν $\widehat{\theta}_\nu$ είναι εκτιμήτρια του θ που είναι συνεπής, τότε:

   ◯ είναι αμερόληπτη ◯ είναι ασυμπτωτικά αμερόληπτη √ $\widehat{\theta}_\nu \xrightarrow{d} \theta$ √ $\widehat{\theta}_\nu \xrightarrow{p} \theta$

8. Αν $\sqrt{\nu}(\widehat{\theta}_\nu - \theta) \xrightarrow{d} \mathcal{N}(0, \sigma^2(\theta))$, $\forall\theta$ σε παραμετρικό χώρο Θ, τότε η εκτιμήτρια $\widehat{\theta}_\nu$ είναι

   √ **ασυμπτωτικά κανονική** √ **συνεπής** ◯ αμερόληπτη ◯ ασυμπτωτικά αμερόληπτη

9. Αν $\sqrt{\nu}(\widehat{\theta}_\nu - \theta) \xrightarrow{d} X$, τότε $\sqrt{\nu}((\widehat{\theta}_\nu)^2 - \theta^2) \xrightarrow{d}$

   ◯ $2X$ √ $2\theta X$ ◯ 2θ ◯ δεν συγκλίνει

10. Αν έχουμε ν-τυχαίο δείγμα από $Unif[-\theta, \theta]$, $\theta > 0$, τότε συνεπείς εκτιμήτριες του θ είναι:

    √ $X_{(\nu)}$ ◯ $X_{(1)}$ √ $|X|_{(\nu)}$ ◯ $\overline{X}$

11. Αν έχουμε ν-τυχαίο δείγμα από $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$, $\sigma^2 > 0$, τότε α.ε. του σ^2 είναι οι:

    ◯ $\frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}(X_i - \overline{X})^2$ √ $\frac{1}{\nu-1}\sum_{i=1}^{\nu}(X_i - \overline{X})^2$ √ $\frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu}X_i^2$ ◯ $\frac{1}{\nu-1}\sum_{i=1}^{\nu}X_i^2$

12. Αν $L(\theta)$ και $\ell(\theta)$ είναι η πιθανοφάνεια και η λογαριθμοπιθανοφάνεια που αντιστοιχούν σε κάποιο τυχαίο δείγμα, τότε αν η ε.μ.π. $\widehat{\theta}$ υπάρχει ισχύει ότι:

   ◯ είναι και ε.ρ. ◯ είναι αμερόληπτη $\surd$ $L(\widehat{\theta}) = \max_{\theta\in\Theta} L(\theta)$ $\surd$ $\ell(\widehat{\theta}) = \max_{\theta\in\Theta} \ell(\theta)$

13. Αν η συνάρτηση πιθανοφάνειας $L(\theta)$ είναι συνεχής σε κλειστό φραγμένο διάστημα Θ, τότε η ε.μ.π.

   $\surd$ **υπάρχει** ◯ είναι μοναδική ◯ είναι κοίλη ◯ είναι αύξουσα

14. Αν $X_1, \ldots, X_\nu$ τυχαίο δείγμα από $Exp(\theta),\ \theta > 0$, και $\widehat{g(\theta)}$ είναι η ε.μ.π. του $g(\theta)$, τότε

   ◯ $\widehat{\theta} = \overline{X}$ $\surd$ $\widehat{\theta} = 1/\overline{X}$ $\surd$ $\widehat{E(X_1)} = \overline{X}$ ◯ $\widehat{E(X_1)} = 1/\overline{X}$

15. Εκφράστε ισοδύναμα το γινόμενο $\prod_{i=1}^{\nu} \mathbb{1}_{[\theta,\theta+1]}(x_i)$, όπου $\mathbf{1}_A(x)$ είναι η δείκτρια συνάρτηση του A

   $\surd$ $\mathbf{1}_{[x_{(\nu)}-1, x_{(1)}]}(\theta)$ ◯ $\mathbf{1}_{[x_{(1)}, x_{(\nu)}]}(\theta)$ ◯ $\mathbf{1}_{[x_{(1)}, x_{(\nu)}]}(\theta) - 1$ ◯ $\mathbf{1}_{[x_{(1)}-1, x_{(\nu)}]}(\theta)$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ! (Προσοχή! Κάθε 2 λάθος απαντήσεις αναιρούν μία σωστή)