

Άσκηση 2.3.15. Υποθέτουμε ότι οι τυχαίες μεταβλητές παίρνουν τιμές στο  $\mathbb{R}$ . Οι συνθήκες που ζητάει η άσκηση περιέχονται στις εξής.

- (1)  $\mathbf{E}|Y_1| < \infty$ .
- (2)  $\lim_{t \rightarrow \infty} t \mathbf{P}(|Y_1| > t) = 0$ .
- (3)  $\mathbf{E}(Y_1^+) < \infty$ .
- (4)  $\mathbf{E}((\log |Y_1|)^+) < \infty$ .
- (5) Κανένας περιορισμός (δηλαδή ο ισχυρισμός ισχύει πάντοτε).
- (6)  $\mathbf{E}(Y_1^-) < \infty$ .

Χρήσιμο είναι το ότι  $Y_1 \leq \max_{1 \leq k \leq n} Y_k$ . Επίσης, για να γίνει το  $\max_{1 \leq k \leq n} Y_k$  μεγάλο αρκεί να γίνει μεγάλο το  $Y_n$ .

Άσκηση 2.4.4. Υποθέτουμε ότι το  $W_1$  είναι ένας σταθερός θετικός αριθμός, έστω  $W_1 = 1$ . Μην σας απασχολούν τα εξής θέματα: (α) Πως δικαιολογείται το πέρασμα της παραγωγού μέσα στην μέση τιμή. (β) Ποιά χρήση έχουν οι συνθήκες  $\mathbf{E}(V_n^2), \mathbf{E}(V_n^{-2}) < \infty$ .

Άσκηση 3.2.3. Ίσως σας φανεί χρήσιμο το εξής. Αν  $a_n \sim b_n$  με  $a_n \rightarrow \infty$ , και το  $b_n$  είναι απλούστερη ακολουθία από την  $a_n$ , τότε θέτοντας  $c_n = a_n/b_n$  έχουμε  $a_n = b_n c_n$  με  $c_n \rightarrow 1$ , και αντικαθιστούμε παντού το  $a_n$  με  $b_n c_n$ .

Π.χ.

$$a_n \sim b_n \Rightarrow \log a_n - \log b_n = \log c_n \rightarrow 0.$$