Πιθανότητες και Στατιστική
Διάλεξη 7
Ασκήσεις ΙΙ
Δεσμευμένη πιθανότητα, Συνδυαστικά επιχειρήματα

Αντώνης Οικονόμου

Τμήμα Μαθηματικών
Πανεπιστήμιο Αθηνών

31 Οκτωβρίου 2014

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$\begin{aligned} P(A_1 A_2 \ldots A_n) &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2) \\ &\quad \cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}). \end{aligned}$$

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$\begin{aligned} P(A_1A_2\ldots A_n) &= P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2) \\ &\quad \cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}). \end{aligned}$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$P(A_1 A_2 \ldots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1 A_2) \cdots P(A_n|A_1 A_2 \cdots A_{n-1}).$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**
  $A_1, A_2, \ldots$ ξένα ανά δύο (ασυμβίβ.) και $\cup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega \Rightarrow$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)P(B|A_i).$$

- **Κανόνας του Bayes:**

Βασικά θεωρήματα δέσμευσης

- **Πολλαπλασιαστικός Νόμος:**

$$P(A_1A_2\ldots A_n) = P(A_1)P(A_2|A_1)P(A_3|A_1A_2)\cdots P(A_n|A_1A_2\cdots A_{n-1}).$$

- **Θεώρημα Ολικής Πιθανότητας:**
  $A_1, A_2, \ldots$ ξένα ανά δύο (ασυμβίβ.) και $\cup_{i=1}^{\infty} A_i = \Omega \Rightarrow$

$$P(B) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)P(B|A_i).$$

- **Κανόνας του Bayes:**

$$P(A|B) = \frac{P(A)P(B|A)}{P(B)}.$$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k

  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
$= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
$= n \cdot n \cdot n \cdots n =$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k

  $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
  $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
  $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
  $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k

  $= \binom{n}{k}$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!}$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
$= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
$= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
$= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k $= \binom{n}{k} = \frac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία $=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k $= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων $= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k $= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k $= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία $= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
$= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
$= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
$= \binom{n}{k} = \dfrac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
$= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων k ειδών στοιχείων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ με $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$
$=$

Συνδυαστικά αποτελέσματα

- Πλήθος διατάξεων n ανά k
$= n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων n στοιχείων
$= n(n-1)(n-2)\cdots 1 = n!$.
- Πλήθος επαναληπτικών διατάξεων n ανά k
$= n \cdot n \cdot n \cdots n = n^k$.
- Πλήθος συνδυασμών n ανά k
$= \binom{n}{k} = \frac{\text{Πλήθος διατάξεων } n \text{ ανά } k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.
- Πλήθος διαμερίσεων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ ενός συνόλου με n στοιχεία
$= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.
- Πλήθος μεταθέσεων k ειδών στοιχείων τύπου $(n_1, n_2, \ldots, n_k)$ με $n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k$
$= \frac{n!}{n_1! n_2! \cdots n_k!}$.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 1: Ασφάλεια αυτοκινήτου

- Οι ασφαλισμένοι στον κλάδο αυτοκινήτου μιας ασφαλιστικής εταιρείας μπορεί να είναι επιρρεπείς ή όχι σε ατυχήματα.
- Το 30% είναι επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Το 70% είναι μη-επιρρεπείς σε ατυχήματα.
- Ένας επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 40% μέσα σε 5 χρόνια.
- Ένας μη-επιρρεπής σε ατυχήματα πελάτης προκαλεί ατύχημα με πιθανότητα 20% μέσα σε 5 χρόνια.
- Επιλέγεται τυχαία ένας πελάτης.
- P(επιρρεπής και προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(προκαλεί ατύχημα)=; ; ;
- P(επιρρεπής|προκάλεσε ατύχημα)=; ; ;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης.

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\dfrac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\dfrac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =;\ ;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\dfrac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 2: Οδήγηση σε κατάσταση μέθης

- Πολιτικός Α: Να καταργηθούν τα πρόστιμα για οδήγηση σε κατάσταση μέθης. Μόνο το 10% των ατυχημάτων γίνονται από μεθυσμένους οδηγούς!
- Πολιτικός Β: Μα τί λέτε; Μόνο το 1% των οδηγών οδηγούν μεθυσμένοι.
- Πολιτικός Α: Ε και;
- Πολιτικός Β: Είναι πολύ πιο πιθανό ένας μεθυσμένος να προκαλέσει ατύχημα!
- Πολιτικός Α: Αποδείξτε το!
- Πολιτικός Β: $\dfrac{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{μεθυσμένος})}{P(\text{προκαλ. ατύχημα}|\text{νηφάλιος})} =;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)=$; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)=$; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)=$; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w+b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P(1\text{ο λευκό και συνολικά } k \text{ λευκά}) =;\ ;\ ;$
- $p_2 = P(\text{συνολικά } k \text{ λευκά}) =;\ ;\ ;$
- $p_3 = P(1\text{ο λευκό} | \text{συνολικά } k \text{ λευκά}) =;$

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)$=; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w + b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)$=; ; ;

Παράδειγμα 3: Εξαγωγή σφαιριδίων από κάλπη

- Κάλπη περιέχει $w+b$ σφαιρίδια: w λευκά, b μαύρα.
- n σφαιρίδια εξάγονται χωρίς επανάθεση.
- $p_1 = P($1ο λευκό και συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_2 = P($συνολικά k λευκά$)$=; ; ;
- $p_3 = P($1ο λευκό$|$συνολικά k λευκά$)$=; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P($ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα$)=$;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{ μόνο γράμματα}) =;$;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P$(ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα)=; ; ;
- $p_2 = P$(μόνο γράμματα)=;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P$(ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα)=; ; ;
- $p_2 = P$(μόνο γράμματα)=; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα}) =;\ ;\ ;$
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα}) =;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P($ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα$)=; \; ; \; ;$
- $p_2 = P($μόνο γράμματα$)=; \; ; \; ;$
- $p_3 = P($ζαριά $= 3|$μόνο γράμματα$)=;$

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P($ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα$)=;\ ;\ ;$
- $p_2 = P($μόνο γράμματα$)=;\ ;\ ;$
- $p_3 = P($ζαριά $= 3|$μόνο γράμματα$)=;\ ;$

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P(\text{ζαριά} = 3, \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_2 = P(\text{μόνο γράμματα})$=; ; ;
- $p_3 = P(\text{ζαριά} = 3 | \text{μόνο γράμματα})$=; ; ;

Παράδειγμα 4: Πρώτα ζάρι, μετά νόμισμα

- Ρίχνω συνηθισμένο ζάρι.
- Ρίχνω δίκαιο νόμισμα όσες φορές έδειξε το ζάρι.
- $p_1 = P($ζαριά $= 3$, μόνο γράμματα$)=;\ ;\ ;$
- $p_2 = P($μόνο γράμματα$)=;\ ;\ ;$
- $p_3 = P($ζαριά $= 3|$μόνο γράμματα$)=;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) =$;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) =$; ;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) =$; ; ;

Παράδειγμα 5: Μονομαχία ... με τη σειρά

- Οι A και B μονομαχούν πυροβολώντας εναλλάξ ο ένας τον άλλο.
- $P(\text{ευστοχίας } A \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{1}{2}$.
- $P(\text{ευστοχίας } B \text{ σε μια ρίψη}) = \frac{2}{3}$.
- $P(\text{επιβίωσης } A | \text{άρχισε ο } A) =$; ; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 “χρώματα” ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 δαιφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{΄Ολα διαφορετικά νούμερα }) = ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) =$; ; ;
- $P(\text{Φουλ}) =$; ; ;
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα}) =$; ;

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα}) = ;\ ;\ ;$

Παράδειγμα 6: Χέρι πόκερ

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Επιλέγεται 1 χέρι πόκερ (= μια επιλογή 5 φύλλων χωρίς επανάθεση).
- Καρέ = 4 όμοια νούμερα - 1 διαφορετικό, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - K\spadesuit - A\clubsuit$.
- Φουλ = 3 όμοια νούμερα - 2 διαφορετικά, π.χ. $K\clubsuit - K\diamondsuit - K\heartsuit - A\spadesuit - A\clubsuit$.
- $P(\text{Καρέ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Φουλ}) = ;\ ;\ ;$
- $P(\text{Όλα διαφορετικά νούμερα}) = ;\ ;\ ;$

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 A)=;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 Α)=; ;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 A)=; ; ;

Άσκηση 1: Μοίρασμα τράπουλας σε 4 παίκτες

- Θεωρούμε συνήθη τράπουλα με 52 φύλλα, μοιρασμένα σε 4 "χρώματα" ($\clubsuit$, $\diamondsuit$, $\heartsuit$, $\spadesuit$) καθένα εκ των οποίων έχει 13 αριθμούς $(2, 3, \ldots, 10, J, Q, K, A)$.
- Η τράπουλα μοιράζεται σε 4 παίκτες - Ο καθένας παίρνει 13 φύλλα.
- P(κάθε παίκτης παίρνει 1 A)=; ; ;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) =$;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) =$; ;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- $P(\text{η πόρτα ανοίγει μέχρι την } k \text{ δοκιμή}) =$; ; ;

Άσκηση 2: Δοκιμή κλειδιών

- Άνθρωπος έχει n κλειδιά στο μπρελόκ του.
- Τα δοκιμάζει, χωρίς επανάληψη για να ανοίξει μια πόρτα.
- P(η πόρτα ανοίγει μέχρι την k δοκιμή) $=$; ; ;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$; ;

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) = \,;\;;\;;$

Άσκηση 3: Διαδοχικές ρίψεις νομίσματος

- Οι A και B ρίχνουν εναλλάξ νόμισμα με πιθανότητα κορώνας p.
- Κερδίζει ο πρώτος που φέρνει κορώνα.
- $P(\text{κερδίζει ο } A | \text{αρχίζει ο } A) =$; ; ;

Μελέτη

Μελέτη

Μπερτσεκάς, Δ.Π. και Τσιτσικλής, Γ.Ν. (2013) Εισαγωγή στις Πιθανότητες με Στοιχεία Στατιστικής, Εκδόσεις Τζιόλα.

- Θεωρία:

  1.3 Δεσμευμένη Πιθανότητα
  1.4 Θεώρημα Συνολικής Πιθανότητας και ο Κανόνας του Bayes
  1.5 Ανεξαρτησία
  1.6 Αρίθμηση
  1.7 Σύνοψη και Συζήτηση
  Προβλήματα

- Ασκήσεις:

  Οι ασκήσεις που περιέχονται σε αυτές τις διαφάνειες και δεν λύθηκαν στην τάξη.