

ΠΡΟΒΟΛΙΚΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

22/06/2017

ΘΕΜΑ 1. (α) Να περιγράψετε λεπτομερώς (χωρίς αποδείξεις) την διαδικασία πλήρωσης ενός συσχετισμένου επιπέδου σε προβολικό.

(β) Εστω ένα συσχετισμένο επίπεδο $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \in)$ και $l \in \mathcal{L}$ με $|J(l)| = n \in \mathbb{N}$. Να βρεθεί το πλήθος των σημείων του \mathcal{P} .

ΘΕΜΑ 2. Εστω $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \in)$ ένα προβολικό επίπεδο.

(α) Αν $P, Q \in \mathcal{P}$ με $P \neq Q$, να δείξετε πλήρως ότι $\exists l \in \mathcal{L}$ με $P \notin l$ και $Q \notin l$.

(β) Αν $k, l \in \mathcal{L}$ με $k \neq l$, $A_1, A_2 \in J(k) \setminus \{k \wedge l\}$ με $A_1 \neq A_2$, και $B_1, B_2 \in J(l) \setminus \{k \wedge l\}$ με $B_1 \neq B_2$, να δείξετε ότι $\exists! O \in \mathcal{P}$ έτσι ώστε $(O \vee A_1) \wedge l = B_1$ και $(O \vee A_2) \wedge l = B_2$.

ΘΕΜΑ 3. (α) Να δοθούν οι δύο ισοδύναμοι ορισμοί του επιπέδου Desargues.

(β) Σε ένα επίπεδο Desargues $(\mathcal{P}, \mathcal{L}, \in)$, έχουμε $l \in \mathcal{L}$, $S \in J(l)$, $\phi \in E(S, l)$, $X \in \mathcal{P}$ με $X \notin l$. Αν $\phi(X) = X'$, στο σχήμα της επόμενης σελίδας να βρείτε γραφικά τα σημεία $\phi(Y)$ και $\phi^{-1}(Y)$.

ΘΕΜΑ 4. (α) Να δείξετε ότι σε μια κεντρική/αξονική συγγραμμικότητα διάφορη της ταυτοτικής, το κέντρο μένει αναλλοίωτο και ορίζεται μονοσήμαντα.

(β) Στο \mathbb{P}_2 να βρεθεί η ευθεία που συνδέει τα σημεία $[1,2,3]$, $[3,2,1]$ και η τομή των ευθειών $\langle 1,0,1 \rangle$, $\langle 0,1,0 \rangle$.

ΘΕΜΑ 5. Στο \mathbb{P}_2 να βρείτε συγγραμμικότητα με κέντρο το $[0,0,1]$ και άξονα τον $\langle 1,0,2 \rangle$, διάφορη της ταυτοτικής. Επαληθεύστε.

Να γραφούν και τα 5 θέματα.

Καλή επιτυχία !!



• Y

• X

• X