

Προβολική Γεωμετρία

Εξετάσεις 03/06/2013

Θέμα 1. Εστω \mathcal{P} προβολικό επίπεδο.

(α) Αν $A \neq B$ δύο σημεία του \mathcal{P} , να βρεθεί απεικόνιση 1-1 και επί μεταξύ των συνόλων $J(A)$ και $J(B)$.

(β) Αν A σημείο και ℓ ευθεία του \mathcal{P} , να δείξετε ότι οι συγγραμμικότητες με κέντρο A και άξονα ℓ αποτελούν ομάδα.

Θέμα 2. (α) Στο προβολικό επίπεδο των 7 σημείων θεωρούμε ευθεία ℓ και σημεία $A \in \ell$ και $B \notin \ell$. Πόσα στοιχεία περιέχουν οι ομάδες $E(A, \ell)$ και $H(B, \ell)$; Εξηγήστε γιατί.

(β) Σε ένα επίπεδο Desargues \mathcal{P} , έστω A, A' και B τρία μη συγγραμμικά σημεία. Να δείξετε ότι υπάρχει συγγραμμικότητα ϕ του \mathcal{P} με $\phi(A) = A'$ και $\phi(B) = B$.

Θέμα 3. Εστω \mathcal{P} ένα επίπεδο Desargues. Να ορίσετε τις πράξεις του διαιρετικού δακτυλίου \mathcal{R} που αντιστοιχεί στο \mathcal{P} .

Θέμα 4. Να δείξετε ότι η απεικόνιση

$$f(x, y, z) = (x + y, x - y, 2z), \quad (x, y, z) \in \mathbb{R}^3,$$

ορίζει συγγραμμικότητα ϕ του \mathbb{P}_2 . Να βρείτε τα σταθερά σημεία της ϕ . Είναι η ϕ κεντρική/αξονική;

Να γράψετε 3 από τα 4 θέματα.

Διάρκεια εξέτασης 2,5 ώρες.