16-5-2013

Συμμάζεμα

1) Πρωτοτάξια γλώσσα για την αριθμητική.

2) Δομή ΤΖ

3) Αξιωματικό σύστ. ΑΕ.

1) Αντιπροσωπευσιμότητα.

2) Οριστικότητα.

$R \subseteq N^k$

$\phi(x_1, \dots, x_k)$

Αριθ. προσδιορισμός.

A

R αντιπρ. μέσω ϕ
αν

1) ϕ αρ. προσδιορ.

2) R ορίζεται μέσω ϕ.

Αντιπροσωπεύσιμες σχέσεις:

Τελικά θα αποδείξω ότι

οποιαδήποτε σχέση είναι
~~αποτελεσμ. αρ.~~ διαγνώσιμη). είναι αντιπρ.

σ απόφανση & χωρείς ποσοδ. αληθής στην $\mathfrak{N}$, τότε $A_E \vdash \sigma$.

α. Ατομικοί τύποι προσδιορίζονται (καθορίζονται) αριθμητικά.

β. ϕ, ψ αρ. προσδιορισμένοι τότε $\neg\phi$, $\phi \to \psi$ επίσης α. προσδ.

γ. ϕ α. προσδιο. τότε επίσης α. προσ. $(\forall x)(x<y \to \phi)$
$(\exists x)(x<y \wedge \phi)$.

φ, ψ αρ. προσδ.

$\varphi \to \psi$ αρ. προσδιορ.

$\varphi \to \psi \ (x_1, .., x_k)$

Θεωρούμε k φυσικούς αριθμούς

$(a_1, .., a_k)$

Έστω $A_E \vdash \neg \varphi(a_1, .., a_k)$
$A_E \vdash \psi(a_1, .., a_k)$ $\Big\}$ $A_E \vdash (\varphi \to \psi)$

(γ) $(\exists x)(x < y \,\&\, \phi)$

αριθμητικά προσδιορ.

$\phi(x, y, z)$

Έστω $a_2, a_3 \in \mathbb{N}$.

Θεωρούμε τις $(0, a_2, a_3), \ldots, (a_2 - 1, a_2, a_3)$

Για την κάθε μία ξέρω

$AE \vdash \phi(\text{τριάδα})$ ή

$AE \vdash \neg\phi(\text{τριάδα})$

Έστω ότι για μία τουλάχιστον

τριάδα

$A_E \vdash \phi(\text{τριάδα})$

Άρα υπάρχει φυσικός $a \in [0, a_2)$

έτσι ώστε $A_E \vdash \phi(a, a_2, a_3)$

Άρα $A_E \vdash \exists x(x < y \wedge \phi(x, y, z))(a_2, a_3)$

Έστω ότι για όλες τις τριάδες

$\neg \varphi(\text{τριάδα})$

Θέλουμε να αποδείξουμε

$$A_E \vdash \neg \exists x \, (x < y \wedge \varphi) \, (a_2 a_3)$$

Αρκεί

$$A_E \vdash \forall x \, \left(x < a_2 \to \neg\varphi(\overset{x}{a_1} a_2 a_3)\right)$$

Ξέρουμε ότι

$$A_E \vDash \forall x \left(x \in S^a \leftrightarrow x = 0 \vee \dots \vee x = a-1 \right)$$

Αρκεί να αποδείξουμε

$$A_E \vDash \neg\phi(\text{τριάδες})$$

Που είναι ορθό.

Σχέσεις αντιπροσωπεύσιμες.

Σχέσεις ορίσιμες από αριθμητικά προσδιορισμένους τύπους.

Θέση του Church.

Διαγωνίσιμο

Αποτελεσ. Αριθ

Πολλοί ορισμοί.

Αριθμητικοποίηση σύνταξης.

$$\langle a_0, \ldots, a_m \rangle = p_0^{a_0+1} \cdots p_m^{a_m+1}$$

$$\langle 2, 3 \rangle = 2^3 \times 3^4 = 8 \times 81.$$

$$= 648.$$

κώδικας κενής ακ $= 1$.

Σύμ	κώδικας		
$\forall$	0		
0	2	(	1
S	4	)	3
$<$	6	$\neg$	5
$+$	8	$\rightarrow$	7
$\cdot$	10	$=$	9
E	12	v_1	11
		v_i	$9+2i$.

Άρα οποιαδήποτε μεταγλωσσική

δήλωση για όρους, τύπους, αποφάνσεις

αντιστοιχεί σε σχέσεις φυσικών

αριθμών. Ορισμένες σχέσεις.