

28-3-2013 Μεταπτυχιακή Λογική.

Soundness & Completeness Theorem

Θέωρημα Αξιοπιστίας & Πληρότητας.

Αποδείξαμε Θ. Αξιοπιστίας.

Θα αποδείξουμε ότι οι έγκυροι τύποι έχουν τυπικές αποδείξεις.

Θέωρημα Συμπόρευσης στην Αποφασιστική Λογική (να το θυμηθείτε).

Κάθε συνεπές σύνολο Σ είναι ικανοποιήσιμο. (Γίνεται ισοδύναμο με Θεώρημα Πληρότητας)

Θ. Πληρ. $\Sigma \models \phi$ τότε $\Sigma \vdash \phi$.

$$\neg \forall x \phi \rightarrow \neg \phi_c^x \in \Delta \supseteq \Sigma.$$

Τυπική Απόδειξη
προσεκτική

Υποθέτω ότι η γλώσσα είναι αριθμητική. (Αριθμητική Προσδοχή)

Προσθέτω νέες σταθερές c_1, c_2, \dots .

Α. Το Σ παραμένει συνεπές. Πράγματι αν $\Sigma \vdash \phi$ ή $\neg \phi$, χρησιμοποιώ

ω Θ. Γενίκευσης Σταθερών. Για να καταγγίξω Σ σε συνεπές στην αρχική γλώσσα. Άρα όχι.

Θεωρώ τα $(\phi_1, x_1), (\phi_2, x_2), \dots$ για όλους τους τύπους ϕ και όλες τις μεταβλητές.

$\neg \forall x_1 \phi_1 \rightarrow \neg \phi_{c_1}^{x_1}$ όπου c_1 νέα σταθερά. των προσθέτω στο Σ .