

Ασκήσεις 5ης Διάλεξης

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1. Έστω ένα σύστημα εξυπηρέτησης με ένα σταθμό και άπειρη χωρητικότητα. Οι χρόνοι εξυπηρέτησης ακολουθούν εκθετική κατανομή με ρυθμό μ . Οι αφίξεις ακολουθούν διαδικασία Poisson. Ο στιγμιαίος ρυθμός εισόδου είναι ίσος με $\lambda_n = \frac{\lambda}{n+1}$, όπου n ο αριθμός πελατών στο σύστημα.

(α) Να βρεθεί η οριακή κατανομή.

(β) Να βρεθεί ο μέσος αριθμός πελατών και ο μέσος χρόνος παραμονής ενός πελάτη στο σύστημα στην οριακή κατανομή.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2. Μια εταιρεία υπολογιστών δέχεται κλήσεις για τεχνική υποστήριξη μέσω τηλεφώνου. Για την εξυπηρέτηση των πελατών έχει οργανώσει δικό της τηλεφωνικό κέντρο στο οποίο απασχολούνται τρεις τεχνικοί που απαντούν στις κλήσεις και παρέχουν την τεχνική υποστήριξη στους πελάτες. Σε ώρες αιχμής οι τηλεφωνικές κλήσεις φθάνουν σύμφωνα με τη διαδικασία Poisson, με μέσο ρυθμό 6 κλήσεις την ώρα. Ο χρόνος διεκπεραίωσης μιας κλήσης ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέση τιμή 10 λεπτά. Αν κατά τη στιγμή της κλήσης όλοι οι τεχνικοί του τηλεφωνικού κέντρου είναι απασχολημένοι, ο πελάτης που κάλεσε μπαίνει σε διαδικασία αναμονής, μέχρις ότου ο πρώτος ελεύθερος τεχνικός να τον εξυπηρετήσει. Οι πελάτες που βρίσκονται σε αναμονή εξυπηρετούνται με πειθαρχία FCFS.

(α) Ο ιδιοκτήτης της εταιρείας έχει θέσει δύο στόχους για το επίπεδο εξυπηρέτησης των πελατών: (1) τουλάχιστον 90% των πελατών που καλούν να μη χρειάζεται να μπου σε αναμονή και (2) ο μέσος χρόνος ενός πελάτη στην αναμονή να μην υπερβαίνει το μισό λεπτό. Ποιοι από τους δύο στόχους ικανοποιούνται από το υπάρχον τηλεφωνικό κέντρο;

(β) Κάθε ένας από τους τεχνικούς αμείβεται συνολικά με 7.5 ευρώ την ώρα. Επίσης έχει εκτιμηθεί ότι το κόστος για κάθε πελάτη που παραμένει στο σύστημα (είτε σε αναμονή είτε σε συνομιλία με τεχνικό) είναι ίσο με 3 ευρώ την ώρα. Να υπολογιστεί το μέσο λειτουργικό κόστος ανά ώρα.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3. Σε ένα μεγάλο δημόσιο νοσοκομείο λειτουργούν τρεις αξονικοί τομογράφοι σε 24ώρη βάση. Λόγω της συχνής χρήσης τους, υποκείνται σε βλάβες και για το λόγο αυτό υπάρχουν συνέχεια διαθέσιμοι δύο τεχνικοί για τη συντήρησή τους. Ο χρόνος συνεχούς λειτουργίας κάθε αξονικού τομογράφου είναι εκθετικός με μέσο χρόνο συνεχούς λειτουργίας τις 9 ώρες. Επίσης, ο χρόνος αποκατάστασης μίας βλάβης είναι εκθετικός με μέση τιμή τις 2 ώρες.

(α) Να μοντελοποιηθεί η διαδικασία του πλήθους των τομογράφων που βρίσκονται εκτός λειτουργίας ως Μαρκοβιανή διαδικασία συνεχούς χρόνου και να σχηματιστεί το διάγραμμα ρυθμών μετάβασης.

(β) Να βρεθεί το ποσοστό του χρόνου που οι ασθενείς δε μπορούν να εξυπηρετηθούν από κάποιον αξονικό τομογράφο, καθώς και το ποσοστό του χρόνου που και οι δύο τεχνικοί δεν εργάζονται για την αποκατάσταση κάποιας βλάβης.

(γ) Να βρεθεί το μέσο πλήθος τομογράφων που βρίσκονται εκτός λειτουργίας, καθώς και τον αναμενόμενο χρόνο από τη στιγμή που ένας τομογράφος τεθεί εκτός λειτουργίας ως τη στιγμή που θα μπει πάλι σε λειτουργία.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4. Στη ΔΟΥ Βύρωνα τις μέρες υποβολής των δηλώσεων ΦΠΑ έρχονται λογιστές σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson με ρυθμό 3 την ώρα. Τις δηλώσεις ΦΠΑ παίρνει ένας υπάλληλος της ΔΟΥ, και η εξυπηρέτηση γίνεται με σειρά FCFS. Κάθε λογιστής έχει μαζί του ένα τυχαίο αριθμό δηλώσεων ΦΠΑ που ακολουθεί διωνυμική κατανομή με παραμέτρους $n = 10$ και $p = 1/10$. Κάθε δήλωση απαιτεί χρόνο επεξεργασίας 10 λεπτών από τον υπάλληλο της ΔΟΥ. Να βρεθούν:

1. ο μέσος αριθμός λογιστών στην ουρά,
2. ο αναμενόμενος χρόνος παραμονής ενός λογιστή στη ΔΟΥ.
3. ο αναμενόμενος χρόνος παραμονής στην ουρά
4. το ποσοστό του χρόνου που ο υπάλληλος εξυπηρετεί λογιστές, σε στάσιμη κατάσταση.