Διορθώσεις για το «Ένα δεύτερο μάθημα στις Πιθανότητες», έκδοση 2020

(1) Σελ. 6. Παράδειγμα 1.15. Στο $\liminf_{n\geqslant 1} A_n := \mathbb{R}$, το $:=$ να γίνει $=$.

(2) Σελ. 24. Στο (i) της Πρότασης 4.1 και δύο γραμμες πιο κάτω, το $s(f)$ να γίνει $\sigma(f)$.

(3) Σελ. 27. Πρώτη γραμμή του κεφαλαίου. Το «... το ολοκλήρωμα οποιασδήποτε...» να γίνει «... το ολοκλήρωμα για όσο το δυνατόν περισσότερες $\mathcal{A}/\mathcal{B}([-\infty,\infty])$-μετρήσιμες συναρτήσεις $f : X \to [-\infty,\infty]$» .

(4) Σελ. 30. Γραμμή 4. Η πρόταση μέσα στις αγκύλες «αποδεικνύεται εύκολα...» να αντικατασταθεί από την «είναι απλή και μετρήσιμη, ως δείκτρια ενός συνόλου, και επιπλέον το σύνολο αυτό έχει λ-μέτρο 0».

(5) Σελ. 38. Στον ορισμό του $\mathcal{L}^\infty$. Το $\mathcal{L}^\infty$ να γίνει $\mathcal{L}^\infty(\Omega,\mathcal{F},\mathbf{P})$.

(6) Σελ. 40. Παρατήρηση 5.30. (i) «Κάθε f_n είναι μετρήσιμη και φραγμένη». Και δύο γραμμές μετά, «...ακολουθία φραγμένων μετρήσιμων συναρτήσεων που προσεγγίζουν ...»

(7) Σελ. 52. Άσκηση 6.4. Τα $(\Omega,\mathcal{F},\mathbf{P}), X, \mathbf{Q}$ να γίνουν $(X,\mathcal{A},\mu), f, \nu$ αντίστοιχα.

(8) Σελ. 59. Άσκηση 7.6. F_1, F_2 είναι οι συναρτήσεις κατανομής των X_1 και X_2 αντίστοιχα.

(9) Σελ. 77. Στο Θεώρημα 10.10. Επιπλέον υποθέτουμε ότι κάθε $\mathcal{F}_i$ είναι κλειστή στις πεπερασμένες τομές.

(10) Σελ. 80. Άσκηση 10.7. Η X παίρνει πραγματικές τιμές.

(11) Σελ. 81. Άσκηση 10.13. Το «μεροληπτική μεγέθους» να γίνει «μεροληπτική με βάση το μέγεθος».

(12) Σελ. 92. Στην 6η γραμμή της απόδειξης. Η ισότητα $\mathbf{E}(Y_n^2) = \mathrm{Var}(Y_n^2)$ να γίνει $\mathbf{E}(Y_n^2) = \mathrm{Var}(Y_n)$.

(13) Σελ. 94. Στην παράγραφο πριν το Θεώρημα 12.4. Υποθέτουμε ότι $\mu \in (0,\infty]$. Έπειτα, μετά τη σχέση (12.1) σημειώνουμε ότι στο A ισχύει $\lim_{n\to\infty} T_n = \infty$, και άρα $N_t < \infty$ για κάθε $t > 0$.

(14) Σελ. 97. Άσκηση 12.5(β). Το «$n \in \mathbb{N}^+$» να γίνει «$n \in \mathbb{N}, n \geqslant 2$».

(15) Σελ. 117. Πόρισμα 14.17. Χρειάζεται να ειπωθεί ότι το D_g είναι σύνολο Borel ώστε να ορίζεται η πιθανότητα $\mathbf{P}(X^{-1}(D_g))$. Αυτό ισχύει γιατί αν ορίσουμε

$$\tau_g(x) := \inf_{\delta>0} \sup\{|g(y) - g(z)| : y, z \in (x-\delta, x+\delta)\}$$

(ονομάζεται ταλάντωση της g στο x) για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε

$$\mathbb{R}\backslash D_g = \cap_{k\in\mathbb{N}^+}\{x \in \mathbb{R} : \tau_g(x) < 1/k\}$$

και καθένα από τα σύνολα στην τομή είναι ανοιχτό. Οπότε το D_g είναι Borel (μάλιστα είναι F_σ σύνολο).

(16) Σελ. 120. Άσκηση 14.15. Να υποτεθεί ότι $S = \mathbb{N}$. Το (ii) $\Rightarrow$ (i) είναι σωστό όπως ζητιέται. Όμως το (i) $\Rightarrow$ (ii) ισχύει αν και μόνο αν όλα τα σημεία του S είναι μεμονωμένα.

(17) Σελ. 147. Στον ορισμό του $\mathcal{D}_1$. Να γραφεί «... για κάθε $A_2 \in C_2 \cup \{\Omega\}, ..., A_n \in C_n \cup \{\Omega\}$..».

(18) Σελ. 155. Στη λύση της 2.5. Η δικαιολόγηση της $|B_n| \leqslant n$ είναι λάθος γιατί δεν γνωρίζουμε ακόμα αν το B_n είναι αριθμήσιμο ώστε να εφαρμόσουμε την αριθμήσιμη προσθετικότητα. Λέμε λοιπόν ότι αν πάρουμε οποιοδήποτε $I \subset B_n$ πεπερασμένο, τότε $1 \geqslant \mathbf{P}(\cup_{\beta\in I} A_i) = \sum_{\beta\in I} \mathbf{P}(A_i) \geqslant |I|\frac{1}{n}$, άρα $|I| \leqslant n$, που δίνει το ζητούμενο.

(19) Σελ. 170. Στη λύση της 17.1 (γ). $\Lambda^*(x) = x^2/(2\sigma^2)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.