

Στοχαστικά Μοντέλα στην Επιχ. Έρευνα (Μέρος Θεωρίας Παιγνίων)
7^ο Σετ Ασκήσεων

Δείτε τις παρακάτω Ασκήσεις για την Παρασκευή, 10/12/2010.

1. Ασκήσεις 19, 24, 25, και 26 του 4^{ου} Κεφαλαίου.
2. Άσκηση 8 του 6^{ου} Κεφαλαίου.
3. Άσκηση 12 του 8^{ου} Κεφαλαίου. Παρατηρήστε ότι το αποτέλεσμα της Άσκησης εξακολουθεί να ισχύει αν το \max αντικατασταθεί με \sup και το $\Sigma\Sigma I$ με ε - $\Sigma\Sigma I$. Ερμηνεύστε την Άσκηση από τη σκοπιά των μη πεπερασμένων παιχνιδιών 2-παικτών 0-αθροίσματος.
4. Ένας επιτιθέμενος (παίκτης I) μπορεί να προσβάλει 3 στόχους τους οποίους υπερασπίζεται ο παίκτης II. Ο στόχος i αξίζει a_i μονάδες ωφέλειας, όπου $a_1 > a_2 > a_3 > 0$. Υποθέτουμε ότι οι δυνάμεις του I (αντίστοιχα του II) επαρκούν για επίθεση (αντ. άμυνα) μόνο σε ένα στόχο. Αν ο I επιτεθεί σε ανυπεράσπιστο στόχο, τότε ο I παίρνει από το II την αξία του στόχου. Αν όμως ο στόχος υπερασπίζεται, τότε ο I κερδίζει την αξία του με πιθανότητα p , ίδια για όλους τους στόχους, ενώ με πιθανότητα $1 - p$, $0 < p < 1$, ο I δεν κερδίζει τίποτα.

(α) Να δοθεί ο πίνακας A που αντιστοιχεί στο παραπάνω π.π. (υποθέτουμε ότι οι παίκτες παίρνουν τις αποφάσεις τους ταυτόχρονα και ανεξάρτητα).

(β) Να δοθεί ικανή και αναγκαία συνθήκη ώστε να υπάρχει λύση σε εξισωτικές στρατηγικές. Ποια η τιμή και οι βέλτιστες στρατηγικές του παιχνιδιού τότε;

(γ) Γενικεύστε για αυθαίρετο αριθμό στόχων n , $n \geq 3$, όπου $a_1 > a_2 > \dots > a_n > 0$.

(Υπόδ. Εάν συναντήσετε το άθροισμα $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$, ονομάστε το S_n και μην κάνετε

πράξεις. Να προσέξετε ότι το σύστημα εξισώσεων για την ανεύρεση εξισωτικών στρατηγικών ΔΕΝ έχει πάντοτε εφικτή λύση για τον II. Επίσης, παρατηρήστε ότι το (πιο δύσκολο) σύστημα εξισώσεων για τον II, γράφεται σε κομψή συμπαγή μορφή αν χρησιμοποιήσετε πίνακες, και από τη μορφή αυτή εξάγεται άμεσα ότι

$(1 - p)y_j = 1 - v/a_j$. Χρησιμοποιήστε την τελευταία σχέση για να συνάγετε την ικανή και αναγκαία συνθήκη καθώς και για να βρείτε την τιμή v του παιχνιδιού).

(δ) Μπορείτε να βρείτε τη λύση εάν η ικανή και αναγκαία συνθήκη του (γ) δεν ικανοποιείται;