

Παραμετρική Πολυπλοκότητα και Αλγόριθμοι (ΑΛΜΑ)

1ο πακέτο ασκήσεων

16 Απριλίου 2018

1. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΠΛΗΣΙΕΣΤΕΡΗ ΣΥΜΒΟΛΟΣΕΙΡΑ	
Είσοδος:	Λέξεις $x_1, \dots, x_k \in \Sigma^*$, μήκους L , όπου $d_H(x_1, x_2) = 2d$.
Παράμετρος:	d .
Ερώτηση:	Υπάρχει λέξη $y \in \Sigma^*$, μήκους L , με απόσταση $\leq d$ από τις x_1, \dots, x_k ;

Δώστε FPT-αλγόριθμο χρόνου $O(kL + kd4^d)$ για το πρόβλημα αυτό.

2. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΜΕΤΡΩΝΤΑΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΣΥΝΟΛΑ	
Είσοδος:	Γράφημα $G = (V, E)$ με n -κορυφές.
Ερώτηση:	Βρείτε το πλήθος των διαφορετικών συνόλων $S \subseteq V$ για τα οποία το $G[S]$ δεν έχει ακμές;

Δώστε αλγόριθμο που λύνει το πρόβλημα αυτό σε χρόνο $O(1.381^n)$.

3. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

d -ΚΑΛΥΜΜΑ ΚΟΡΥΦΩΝ	
Είσοδος:	Οικογένεια συνόλων \mathcal{A} πληθαιδίου $\leq d$, με στοιχεία από το U , και φυσικός k .
Παράμετρος:	k .
Ερώτηση:	Υπάρχει $H \subseteq U$ τ.ω. $ H \leq k$ και $H \cap S \neq \emptyset$ για κάθε $S \in \mathcal{A}$;

Δώστε FPT-αλγόριθμο χρόνου $(d - 1 + 0.4656)^k n^{O(1)}$ για το πρόβλημα αυτό που χρησιμοποιεί επαναληπτική συμπίεση.

4. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΑΠΟΚΟΜΜΕΝΟ ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ	
Είσοδος:	Γράφημα $G = (V, E)$, φυσικός k και σύνολο ανάδρασης $W \subseteq V$.
Παράμετρος:	k .
Ερώτηση:	Υπάρχει σύνολο ανάδρασης $S \subseteq V$ τ.ω. $ S \leq k$ και $S \cap W = \emptyset$;

Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό επιδέχεται γραμμικό πυρήνα.

5. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΚΑΛΥΜΜΑ ΣΗΜΕΙΩΝ	
Είσοδος:	n -σημεία στο επίπεδο και φυσικός k .
Παράμετρος:	k .
Ερώτηση:	Υπάρχουν k -ευθείες του επιπέδου που να περιέχουν όλα τα δοσμένα σημεία;

Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό είναι FPT δείχνοντας ότι επιδέχεται πυρήνα με $O(k^2)$ σημεία.

6. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

d -ΦΡΑΓΜΕΝΟΣ ΒΑΘΜΟΣ	
Είσοδος:	Γράφημα $G = (V, E)$ και φυσικός k .
Παράμετρος:	$k + d$.
Ερώτηση:	Υπάρχει $S \subseteq V$, με $ S \leq k$, τέτοιο ώστε $\Delta(G \setminus S) \leq d$;

Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό επιδέχεται πολυωνυμικό πυρήνα.

7. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΔΕΝΔΡΙΚΟΣ ΙΣΟΜΟΡΦΙΣΜΟΣ ΥΠΟΓΡΑΦΗΜΑΤΟΣ	
Είσοδος:	Γράφημα G και δέντρο T με k -κορυφές.
Παράμετρος:	k .
Ερώτηση:	Υπάρχει υπογράφημα του G ισόμορφο με το T ;

Δώστε FPT-αλγόριθμο χρόνου $2^{O(k)} n^{O(1)}$ για το πρόβλημα αυτό που χρησιμοποιεί χρωματική κωδικοποίηση.

8. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΠΑΚΕΤΑΡΙΣΜΑ ΚΥΚΛΩΝ	
--------------------	--

Είσοδος:	Γράφημα G και φυσικός k .
-----------------	-------------------------------

Παράμετρος:	k .
--------------------	-------

Ερώτηση:	Υπάρχουν το πολύ k το πλήθος κύκλοι στο G που ανά δύο έχουν ξένα σύνολα κορυφών;
-----------------	--

Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό είναι μη-ομοιόμορφα FPT.

9. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΕΝΑΓΟΜΕΝΟ ΤΑΙΡΙΑΣΜΑ	
---------------------	--

Είσοδος:	Γράφημα $G = (V, E)$ και φυσικός k .
-----------------	--

Παράμετρος:	$\text{tw}(G)$.
--------------------	------------------

Ερώτηση:	Έχει το G εναγόμενο ταίριασμα ¹ μεγέθους $\geq k$;
-----------------	--

Δώστε FPT-αλγόριθμο χρόνου $2^{O(\text{tw}(G))}n^{O(1)}$ για το πρόβλημα αυτό.

10. Θεωρήστε το ακόλουθο πρόβλημα:

ΣΥΝΟΛΟ ΑΝΑΔΡΑΣΗΣ	
------------------	--

Είσοδος:	Γράφημα $G = (V, E)$ και φυσικός k .
-----------------	--

Παράμετρος:	$\text{tw}(G)$.
--------------------	------------------

Ερώτηση:	Υπάρχει σύνολο ανάδρασης $S \subseteq V$ τ.ω. $ S \leq k$;
-----------------	--

Δείξτε ότι το πρόβλημα αυτό είναι FPT χωρίς να δώσετε αλγόριθμο.

¹Εναγόμενο ταίριασμα του G είναι ένα ταίριασμα $M \subseteq E$ όπου οποιεσδήποτε δύο ακμές του M δεν ενώνονται με ακμή του G .