

13/9/13

1. Πλαίσιο

- Πείραμα τύχης
- Δειγματικός χώρος = Ίνολο αποτελεσμάτων
- Δειγματικό όθρεια = Αποτελέσματα
- Ενδεχόμενα = Ύπούνολο από αποτελέσματα
- Πιθανότητα = Αριθμός στο [0,1]
- Τυχαία Μεταβλητή = Αριθμητικό χαρακτηριστικό

2. Παραδείγματα

Πείραμα → ρίψη 2 ζαριών

• Δειγματικός χώρος Ω
 $\Omega = \{(1,1), (1,2), \dots, (1,6), (2,1), \dots, (6,6)\}$

• Ενδεχόμενα

$A_1 =$ Το άθροισμα των ζαριών να είναι 3 = $\{(1,2), (2,1)\}$

$A_2 =$ Η 1^η ζαριά είναι 6 = $\{(6,1), (6,2), \dots, (6,6)\}$

• Πιθανότητες

$P(A_1) = \frac{2}{36}$ $P(A_2) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

• Τυχαία μεταβλητή

$X_1 =$ η 1^η ένδειξη

$X_2 =$ Το άθροισμα των ενδείξεων

3. Παράδειγμα

Πείραμα τύχης

10 άλογα τρέχουν στον Ιππόδρομο

Αποτέλεσμα \rightarrow Δειγματικό σύνολο = Σειρά τερματισμού

Δειγματικός χώρος = Σύνολο των Μεταθέσεων των 10 άλογων.

$$10! = 10!$$

4. Παράδειγμα

Πείραμα τύχης

Γέννηση παιδιού σε οικογένεια - Καταγραφή φύλου

Δειγματικός χώρος = $\Omega = \{ -, A, K, AA, AK, KA, KK, \dots \}$

5. Έννοιες Πιθανότητας

- (i) Κλασική Πιθανότητα
- (ii) Οριακή σχετική συχνότητα
- (iii) Γεωμετρική πιθανότητα
- (iv) Εμπειρική πιθανότητα

Μαθηματική
Αξιοματική
Θεμελιώση
Κολμογορον

6 Κλασική Πιθανότητα

- ▶ Πεπερασμένος πληθυσμός
- ▶ Επιλογή ατόμου - καταγραφή χαρακτηριστικού

$$\rightarrow \text{Πιθανότητα} = \frac{\text{Ευνοϊκές}}{\text{δυνατές}}$$

Αυτός ο ορισμός ισχύει μόνο για : (i) Πεπερασμένος δειγμ. χώρο
(ii) Ισοπιθανά δειγμ. σύνεττα

7. Οριακή σχετική συχνότητα

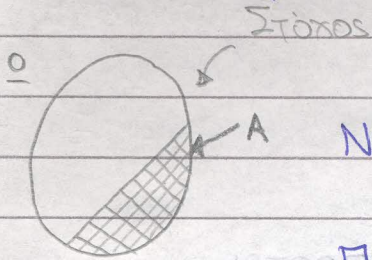
Τυχαίο πείραμα που επαναλαμβάνεται

Σχετική συχνότητα ενός ενδεχομένου σε n επαναλήψεις = $\frac{\# \text{ επαναλήψεων στις οποίες πραγματοποιείται το ενδεχόμενο}}{n}$

$n \rightarrow \infty$
Πιθανότητα ενδεχομένου

8. Γεωμετρική Πιθανότητα

Μόνο για τυχαία πειράματα που ο δείγματικός χώρος και τα ενδεχόμενα παριστάνονται ως επίπεδα σχήματα.



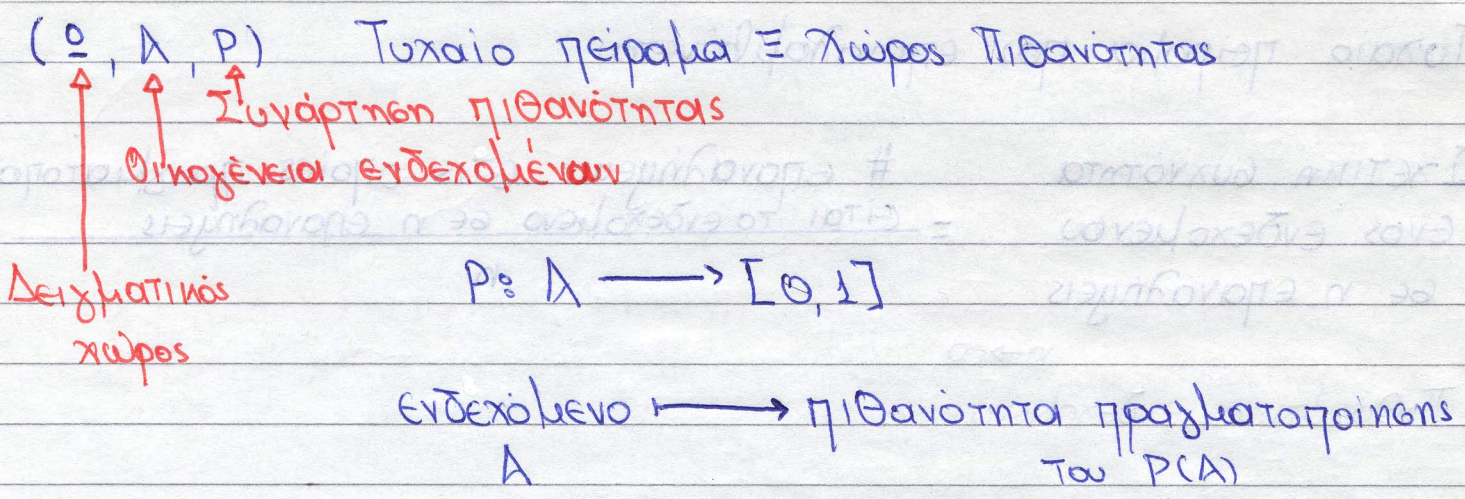
Νόμισμα O που το ρίχνω τυχαία

Πιθανότητα κέντρο του νομίσματος στο A = $\frac{\text{Εμβαδό του } A}{\text{Εμβαδό του } O}$

9. Εμπειρική Πιθανότητα

- Πιθανότητα να περάσω το μάθημα σε αυτή την εξεταστική
- Πιθανότητα να δω τον αδερφό μου αυτή τη στιγμή
- Πιθανότητα = \gg προκειμενική εκτίμηση

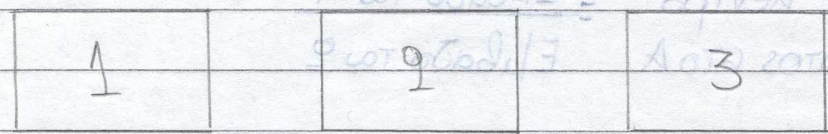
10. Αξιωματικό Πλαίσιο Κολμογορον



Αξιώματα

- (i) $0 \leq P(A) \leq 1$
- (ii) $P(\Omega) = 1$
- (iii) A_1, A_2, \dots ζένα ανά δυο $\Rightarrow P(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

11 Το δίδηγμα Monty Hall



3 πόρτες
↓

- 1 Δύρο
- 2 Αποτυχίες

- 1^ο: Κρύψιμο 1Δ+2Α
- 2^ο: Παιχτης μοντελει Πόρτα
- 3^ο: Ανοίγει μια μη-επιλεγμένη Πόρτα

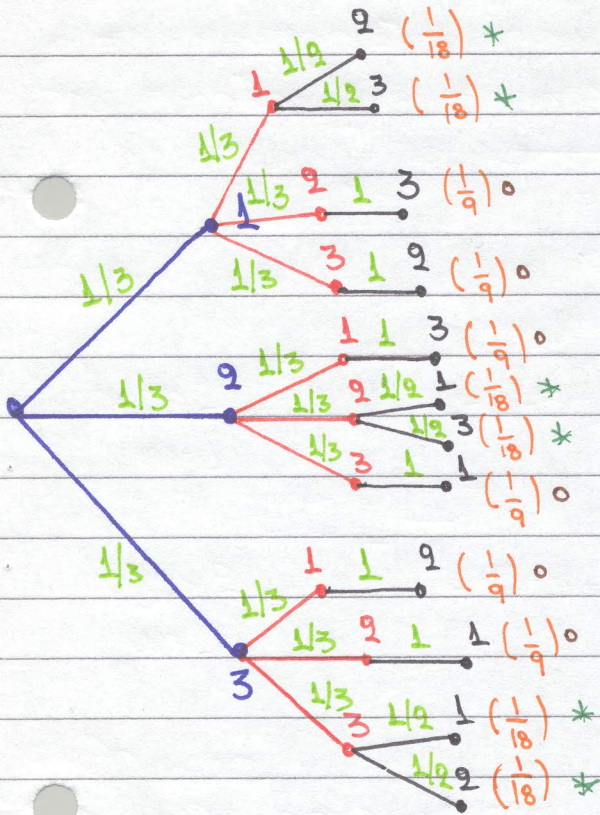
Ο Παιχτης έχει 2 επιλογές

- 1. Μενει πιστός στην αρχική επιλογή
- 2. Αλλάζει επιλογή

$P(1) = P(\text{Παιχτής κερδίζει με τη στρατηγική 1})$

$P(2) = P(\text{Παιχτής κερδίζει με τη στρατηγική 2})$

Κύριο Δύο - Επιλογή πόρτας



$P_1^* = 6 \cdot \frac{1}{18} = \frac{1}{3}$

$P_2^0 = 6 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{3}$

► Η ευμενέροια στρατηγική είναι να αλλάζει επιλογή.

19. Παράδειγμα

Οι Α, Β, Γ ρίχνουν ένα ζάρι

$P(\text{ο Γ να φέρει όσο το άθροισμα των Α, Β})$

Αποτελέσματα = (α, β, γ)
 ↑ ↑ ↑
 Α Β Γ

Δειγματικός χώρος : $\Omega = \{(a, b, c) : a, b, c = 1, 2, \dots, 6\}$

$$P(\text{Ένδειξη του } \Gamma = \text{ένδειξη του } A + \text{ένδειξη του } B) = \frac{\text{Ευνοϊκές}}{\text{Δυνατές}} = \frac{15}{216}$$

$$\# \text{ Δυνατών} = 6^3$$

$$\text{Ευνοϊκές} = \{(1,1,9), (1,2,3), (2,1,3), \dots, (1,5,6)\}$$

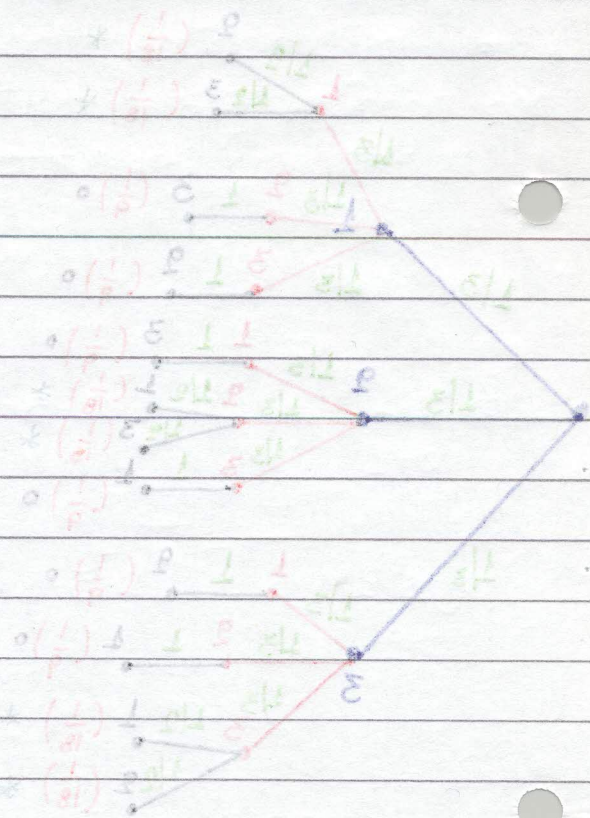
$$\# \text{ Ευνοϊκών} = 1+2+3+4+5 = \frac{5 \cdot 6}{2} = 15$$

$$P(\Gamma) = \frac{15}{6^3}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

Η εμφάνιση των αριθμών 1, 2, 3 είναι καίρια για την εμφάνιση του 6.



αποτελέσματα