

08.03.10

Δεσφειμν Νιδαιμνα

① Διδιδεμν

Πυχαίο Νειραμα: Πιζμ φαρια

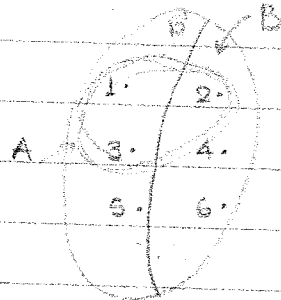
$$\Delta.x. = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

A: m πιζμ $\leq 3 = \{1, 2, 3\}$

$$P(A) = \frac{1}{2}$$

B: m πιζμ είναι άρμια

$$P(A|B) = \text{η ιδαιμνα αν A δεδμεν αν B} = \frac{1}{3}$$



Πυχαίο Νειραμα: Επιλογη αριθμω : Ν° ηαηαηαι / Μεγελοσ t-shirt

36-46

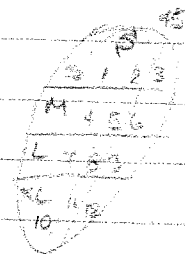
S M L XL

A: άραει Ν° ηαηαηαι 45

B: άραει t-shirt S

$$P(B) = \frac{1+2+3}{1+2+\dots+12}$$

$$P(B|A) = \frac{2}{2+5+8+11}$$



② Ορισμοσ : E, F ειδεχόμενα δ.χ. E και P(F) > 0 τότε

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)}$$

← συμμ
 ← δεδμενν νιδαιμνα αν E δεδμεν αν F
 ← δεδμεν

③ Παπαειγμα: Φαμμυσ σα επιτεφει ηΚΕΜ: Σμδισαμν I μ' ελοκ Avediffey

Αν ηπει Σμδ I ημ να ηραει 60%

-||- Σλοκ Avediffey -||- 80%

Πιχνει κομμεμια για να αποφαιμει!

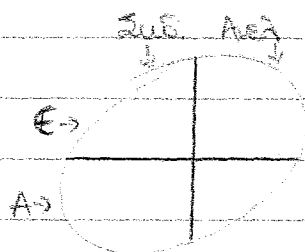
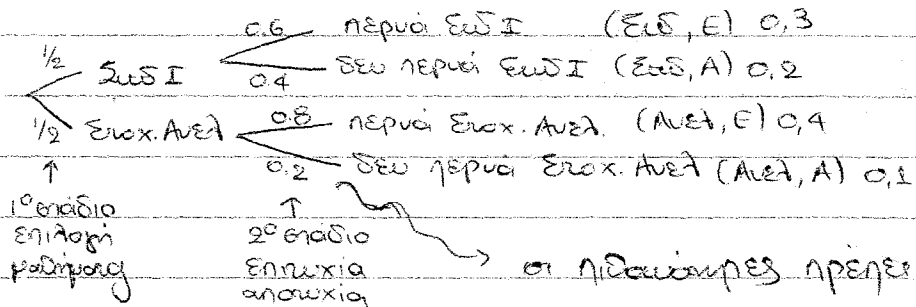
P(Διατεφει Σμδ I και να ηραει) = ;

P(να ηραει) = ;

$P(\text{υαί εγείρεται Σωδ I | η έπαρση}) = ;$

πρόβλεψη
να αταράξει

αίσθη: A, X



F: η έπαρση Σωδ
 E: ανάρτηση στο πρόσωπο

οι πιθανότητες η έπαρση να αταράξει στο I και αταράξει η έπαρση στα 60% και 80% της επιτυχίας, βρίσκω να 40% και 20% ανάρτησης

$$P(F) = P(F^c) = 0.5$$

$$P(E|F) = 0.6$$

$$P(E|F^c) = 0.8$$

$$P(E|F) = \frac{P(EF)}{P(F)}$$

← ερώτηση
 η έπαρση να η έπαρση. Για η έπαρση;

$$P(F|E) = \frac{P(EF)}{P(E)}$$

η έπαρση να η έπαρση. Ποια η ανάρτηση να η έπαρση η έπαρση;

$$P(EF) = P(F)P(E|F) = 0.5 \cdot 0.6 = 0.3$$

$$\begin{aligned}
 P(E) &= P(EF \cup EF^c) = P(EF) + P(EF^c) = P(F)P(E|F) + P(F^c)P(E|F^c) = \\
 &= 0.5 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8 = 0.7
 \end{aligned}$$

$$P(F|E) = \frac{P(EF)}{P(E)} = \frac{0.3}{0.7} = \frac{3}{7}$$

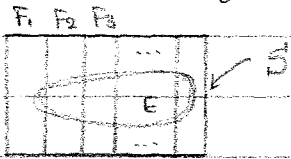
④ Αντιστοιχιστικές Νόμοι

$$P(E_1 E_2 \dots E_n) = P(E_1) P(E_2|E_1) P(E_3|E_1 E_2) \dots P(E_n|E_1 E_2 \dots E_{n-1})$$

$$\text{Απόδειξη: } P(E_1 E_2 \dots E_n) = P(E_1) \frac{P(E_1 E_2)}{P(E_1)} \frac{P(E_1 E_2 E_3)}{P(E_1 E_2)} \dots \frac{P(E_1 E_2 \dots E_n)}{P(E_1 \dots E_{n-1})}$$

5) Θεώρημα Οδύσης Πιθανότητας

$\Delta \times \mathcal{S} = \bigcup_{i=1}^{\infty} F_i$, F_i αλληλοβίβαστα και $\mathcal{S} \Rightarrow P(E) = \sum_{i=1}^{\infty} \underbrace{P(F_i) P(E|F_i)}_{P(E \cap F_i)}$



Απόδειξη: $P(E) = P(E \cap \mathcal{S}) = P(E \cap (\bigcup_{i=1}^{\infty} F_i)) = P(\bigcup_{i=1}^{\infty} (E \cap F_i)) = \sum_{i=1}^{\infty} P(E \cap F_i) = \sum_{i=1}^{\infty} P(F_i) P(E|F_i)$

6) Θεώρημα Bayes

$\Delta \times \mathcal{S} = \bigcup_{i=1}^{\infty} F_i$, F_i αλληλοβίβαστα και 2 ευδεξέως $\Rightarrow P(F_j | E) = \frac{P(F_j) P(E|F_j)}{P(E)}$

! Το Bayes δίνει $P(E|F)$ και $P(F|E)$!

$\frac{P(F_j) P(E|F_j)}{\sum_{i=1}^{\infty} P(F_i) P(E|F_i)}$

οργ. \downarrow
 πιθαν. \downarrow
 Bayes \downarrow
 οδύσης \downarrow
 Πιθανότητας

7) TEST Αιμάτος: Αιματολογικό test για μια ασθένεια (1/1000 πιθανότητα ασθένειας στο ημιόμοιο)

Πιθανότητα σωστό θετικό = 99%

$P(\overset{\text{TEST}}{\text{σωστό}} | \text{ασθένεια}) = 0.99$

Πιθανότητα λάθος θετικό = 2%

$P(\overset{\text{TEST}}{\text{σωστό}} | \overset{\text{OXI}}{\text{ασθένεια}}) = 0.02$

↳ και με πιθανότητα να test παραμυθείσει με έχει σχεδόν μισό εκατό! ↑ ποσό κατό!

Είναι το test ακριβές;

$$\text{Question: } P(\text{loadung} \mid \text{Σερνιό}) = P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} =$$

$$A: \text{αδελφί } \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} = \frac{P(B|A) P(A)}{P(A)P(B|A) + P(A^c) P(B|A^c)} =$$

$B: \text{νεγρ Σερνιό}$

$$= \frac{0.99 \cdot 0.001}{0.001 \cdot 0.99 + 0.999 \cdot 0.002} \approx 0.0472 = \frac{99}{99+1998}$$

Το νεγρικό δεν είναι καλό! Να είστε πολύ προσεκτικοί τζάμα να κλέψω!

