

**Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Ειδίκευσης
στα Μαθηματικά της Αγοράς και της Παραγωγής
Μάθημα: Μαθηματικά Υποδείγματα Παραγωγής ΙΙΙ**

Ασκήσεις διάλεξης 5: Μαρκοβιανά ανανεώσιμα συστήματα

1. Θεωρούμε ένα σύστημα 2 μονάδων συνδεδεμένων παράλληλα που υπόκειται σε shocks που συμβαίνουν σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson με ρυθμό μ . Όταν συμβεί ένα shock έχουμε τα εξής τέσσερα ενδεχόμενα:

i) 'Η και οι δύο μονάδες θα χαλάσουν με πιθανότητα $p_{1,2}$,

ii) 'Η θα χαλάσει μόνο η μονάδα 1 με πιθανότητα p_1 ,

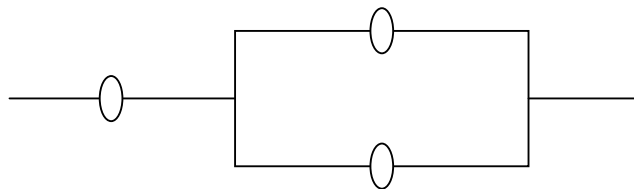
iii) 'Η θα χαλάσει μόνο η μονάδα 2 με πιθανότητα p_2 ,

iv) 'Η δεν θα χαλάσει καμία μονάδα με πιθανότητα $1 - p_1 - p_2 - p_{1,2}$.

Στο χώρο επισκευής υπάρχει ένας επισκευαστής που μπορεί να επισκευάζει μία μονάδα κάθε φορά. Αν και οι δύο μονάδες είναι χαλασμένες ο επισκευαστής ασχολείται με την επισκευή της μονάδας 1. Οι χρόνοι επισκευής για τις μονάδες 1, 2 είναι εκθετικοί με παραμέτρους λ_1 , λ_2 αντίστοιχα. Να περιγραφεί το σύστημα από μια Μαρκοβιανή αλυσίδα συνεχούς χρόνου, να διατυπωθούν οι εξισώσεις ισορροπίας της και να βρεθεί η στάσιμη κατανομή της. Να βρεθεί το ποσοστό του χρόνου που το σύστημα λειτουργεί (ισοδύναμα η οριακή αξιοπιστία του συστήματος).

2. Έστω ένα σύστημα που αποτελείται από τα υποσυστήματα $S(k_1, n_1)$ και $S(k_2, n_2)$ συνδεδεμένα σε σειρά.. Οι μονάδες όλων των υποσυστημάτων έχουν ανεξάρτητους εκθετικούς χρόνους ζωής και επισκευής με παραμέτρους μ και λ αντίστοιχα. Στο χώρο επισκευής υπάρχουν $n_1 + n_2$ επισκευαστές που ο καθένας επισκευάζει μια μονάδα τη φορά. Να περιγραφεί το σύστημα από μια Μαρκοβιανή αλυσίδα συνεχούς χρόνου και να διατυπωθούν οι εξισώσεις ισορροπίας της.

3. Τρεις μονάδες είναι συνδεδεμένες ως εξής:



Το σύστημα υπόκειται σε shocks σύμφωνα με μια διαδικασία Poisson με ρυθμό $\mu = 1$. Όταν συμβεί ένα shock, κάθε μονάδα χαλάει ανεξάρτητα από τις άλλες με πιθανότητα $p = 3/4$. Στο χώρο επισκευής υπάρχει ένας επισκευαστής που μπορεί να επισκευάζει μία μονάδα κάθε φορά. Αν περισσότερες από μια μονάδες είναι χαλασμένες ο επισκευαστής ασχολείται με τη δομικά σπουδαιότερη μονάδα (από δυο μονάδες με ίδια δομική σπουδαιότητα προτιμά πάντα να ασχολείται με τη μονάδα με το μικρότερο δείκτη - όνομα της μονάδας). Οι χρόνοι επισκευής για τις μονάδες είναι εκθετικοί με παράμετρο $\lambda = 2$. Να περιγραφεί το σύστημα από μια Μαρκοβιανή αλυσίδα συνεχούς χρόνου, να διατυπωθούν οι εξισώσεις ισορροπίας της.