

ΘΕΜΕΛΙΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ

01/02/2021

ΟΜΑΔΑ Γ

4. Δίνεται η συνάρτηση $f : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ με $f(x) = |x - 1|$.

(α) Δείξτε ότι η f είναι επεικόνιση.

(β) Βρείτε το $f^{-1}((0, 2))$.

(γ) Βρείτε δύο διαφορετικές δεξιές αντίστροφες της f .

5. Αποδείξτε ότι, για κάθε **περιττό** φυσικό k , ο $2^k + 1$ είναι πολλαπλάσιο του 3.

6. Να εξετάσετε αν τα παρακάτω σύνολα είναι πεπερασμένα, άπειρα αριθμήσιμα ή υπεραριθμήσιμα:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \in \mathbb{Z}\},$$

$$B = \left\{ \text{ανάγωγα κλάσματα } \frac{m}{n} \mid m \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{N} \text{ και } \left| \frac{m}{n} \right| < 10 \right\},$$

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 2x - y = 3\}.$$