(1) ΚΟΘ για ανανεωτικές διαδικασίες

$$N(t) \sim \mathcal{N}\left(\frac{t}{\mu}, \frac{\sigma^2 t}{\mu^3}\right)$$ για μεγάλα t.

$$\Pr[a(t) \le N(t) \le b(t)] = \Pr\left[\frac{a(t)-t/\mu}{\sqrt{\sigma^2 t/\mu^3}} \le \frac{N(t)-t/\mu}{\sqrt{\sigma^2 t/\mu^3}} \le \frac{b(t)-t/\mu}{\sqrt{\sigma^2 t/\mu^3}}\right]$$

$$\simeq \Phi\left(\frac{b(t)-t/\mu}{\sqrt{\frac{\sigma^2 t}{\mu^3}}}\right) - \Phi\left(\frac{a(t)-t/\mu}{\sqrt{\sigma^2 t/\mu^3}}\right).$$

② Απαντήσεις σε οριακά ερωτήματα

$$\lim_{t\to\infty} E[R(t)] = \lim_{t\to\infty} \frac{E\left[\int_0^t R(u)\,du\right]}{t}$$

$C(t)$ διεσ. κόστους

$$\lim_{t\to\infty} \Pr[N(t)\ \text{άρτιος}] = \lim_{t\to\infty} \frac{E\left[\int_0^t 1_{\{N(u)\ \text{άρτιος}\}}\,du\right]}{t}$$

$C(t)$

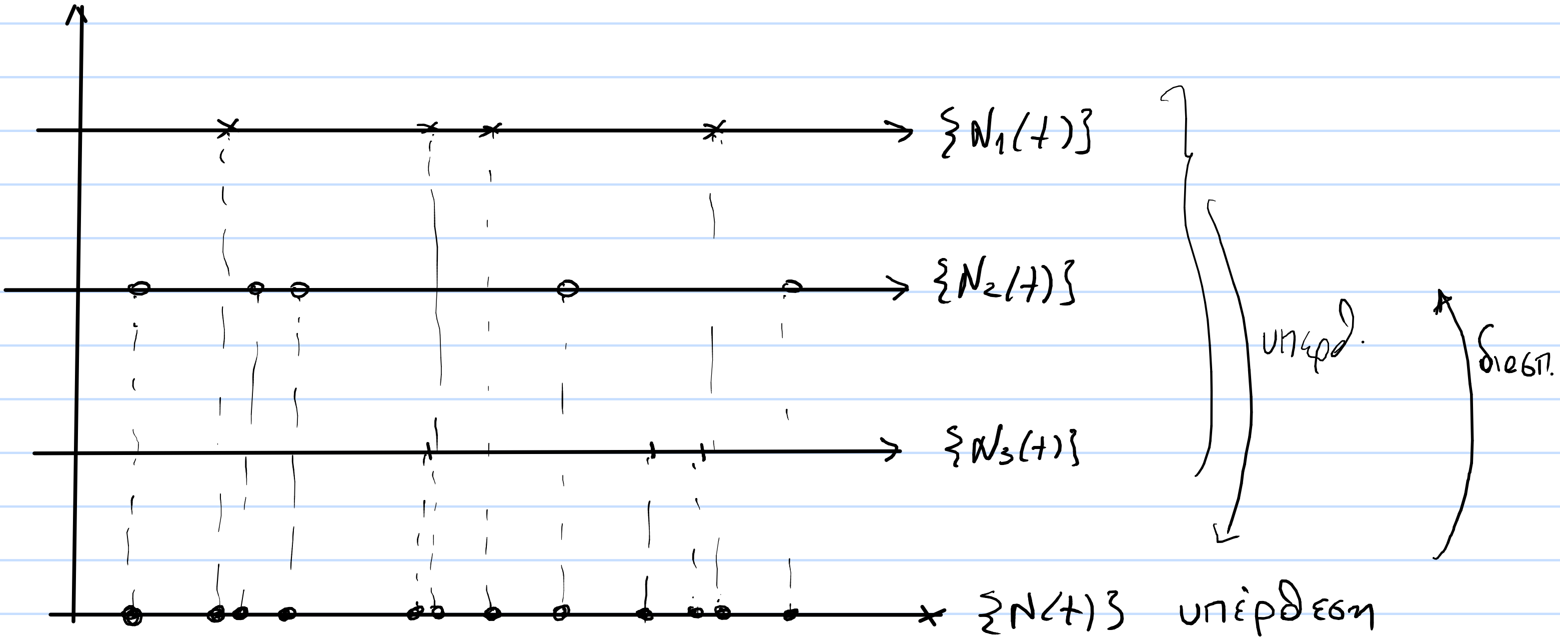
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

ΒΑΘ $\qquad$ ΣΑΘΚ

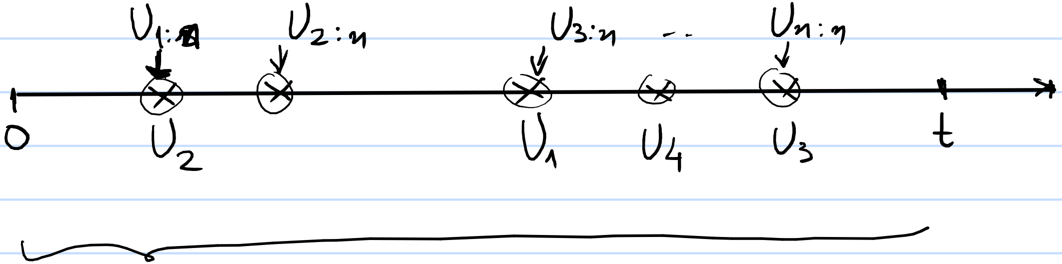
$$\lim_{t\to\infty}\left(E[N(t)] - \frac{t}{\mu}\right)$$

$$?\ \lim_{t\to\infty} \frac{E\left[\int_0^t \left(N(u) - \frac{u}{\mu}\right)du\right]}{t}$$

③ Υπέρθεση διαδ. Poisson



(4) Κατανομή της $(S_1, S_2, \dots, S_n \mid N(t)=n)$ σε Poisson



n γεγονότα $\leftarrow$ γνωστά.

$\downarrow$

Ρίχνω n ανεξ. ομοιόμ. στο $(0, t]$

⑤ Υπενθυμίσεις από διατεταγμένες

$U_1, U_2, \ldots, U_n$ ανεξ $\sim$ Uniform $((0, t])$.
$U_{1:n}, U_{2:n}, \ldots, U_{n:n}$ διατετ.

$$f_{U_{i:n}}(u)\,du \simeq \Pr[u < U_{i:n} \leq u+du]$$

$$= \underbrace{\binom{n}{i-1}\binom{n-(i-1)}{1}\binom{n-i}{n-i}} F(u)^{i-1} f(u)\,du\,(1-F(u+du))^{n-i}$$

$$= \frac{n!}{(i-1)!\,1!\,(n-i)!} F(u)^{i-1} f(u)\,du\,(1-F(u+du))^{n-i}$$

$du \longrightarrow 0^+$.

$\Downarrow$ Τύπος

Π.χ.:

$i < j$

$$f_{(U_{i:n}, U_{j:n})}(u,v) = \frac{n!}{(i-1)!\,1!\,(j-1-i)!\,1!\,(n-j)!} \left(\frac{u}{t}\right)^{i-1} \frac{1}{t} \left(\frac{v-u}{t}\right)^{j-1-i} \frac{1}{t} \left(1-\frac{v}{t}\right)^{n-j}$$

$u \leq v$

(6) Ασκήσεις για 13/10/2022

Ασκ. 1.7, 1.8, 1.13, 1.14, 1.15