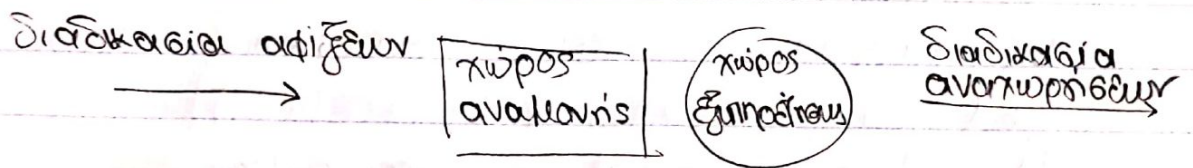


Ουρές Αναμονής 28.09.2022

Μαθησιακό 1

- Ουρές (αόριστα εξυπηρετήσεις) είναι ένα αόριστο είσοδο-εξόδο με διακριτές μονάδες με ταυτότητα.



1) Σημάτα Ουρών Αναμονής

- i) Μοντελοποίηση
- ii) Αποτίμηση Αποδόσεων (θεωρία πιθανοτήτων)
- iii) Βέλτιστος Σχεδιασμός (μη γραμμικός προγραμματισμός)
- iv) Βέλτιστος Έλεγχος (δυναμικός προγραμματισμός)
- v) Στρατηγική Συστημολογία Πρακτικών (θεωρία παιγνίων)

2) Βασικά Παρατηρήσιμα Ουρών

- a) Διαδικασία αφίξεων A
- b) Τρόπος εξυπηρέτησης B
- c) Αριθμός (παραστάσεων) υπηρεσιών C
- d) Απορριπτικότητα K
- e) Πρακτική ουράς ()

Διαδικασία αφίξεων

Συνεχώς πάντα ανεξάρτητη διαδικασία
(οι χρόνοι μεταξύ διαδοχικών αφίξεων iid.)

Τύπος του A D (deterministic)

σταθεροί χρόνοι μεταξύ αφίξεων

M (Markovian / ^{αμνημονικοί} Memoryless) : εκθετικοί

E_k (Erlang - k (εισροές k - εκθετικών))

H_k (Hyperexponential - k (υπερεκθετική))

G (General)

Χρόνοι εξυπηρέτησης

Υποτίθεται ανεξάρτητοι και ίσοι.

Τύπος του B όπως στο A

Αυπνητικότητα

$$k = \# \text{ ούρων εξυπηρέτησης} + \# \text{ ούρων αναμονής}$$

Προτεραιότητες ουρών

Τρόπος επιλογής τερματην τύπος εξυπηρέτησης

- FCFS: First Come First Served
- LCFS: Last Come First Served
- SIRO: Service In Random Order
- SSTF: Shortest Service Time First

Παράδειγματα

Το λ παραμένει όταν είναι άλλο
 Η περιγραφή παραμένει όταν είναι FCFS

①

Ex | μ | 3 | 5 | SSTF

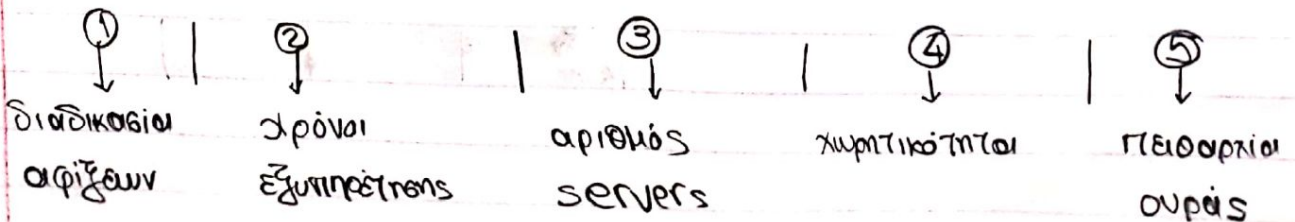
υπερκοστίσι
 χρόνο εξυπηρέτησης
 με m κοστίσις

Ανελευθέρη
 διαδ. αρίθμων
 με Erlang k

Βασικά στοιχεία "επαδου"

- a : μέσος ενδοκίνητος χρόνος αρίθμων
- $\lambda = \frac{L}{a}$: πυκνός αρίθμων
- b : μέσος χρόνος εξυπηρέτησης
- $\mu = \frac{L}{b}$: πυκνός εξυπηρέτησεων

Ουρά



- ④ Το λ παραμένει αν είναι ∞
- ⑤ Παραμένει αν είναι FCFS

Βασικά εργαλεία - Μέτρα απόδοσης

- Διαφορές
- $Q(t)$: # τελετών στο σύστημα την στιγμή t .
 - $Q_q(t)$: # τελετών στην ουρά την στιγμή t .
 - $Q_s(t)$: # τελετών σε διαδικασία εξυπηρέτησης την στιγμή t .

- Μετρήσιμα
- S_n : χρόνος παραμονής n -οστού πελάτη.
 - W_n : χρόνος αναμονής n -οστού πελάτη.
 - D_n : χρόνος εξυπηρέτησης n -οστού πελάτη.

- Υποδείγματα
- Z_n : n -οστός κύριος παρατηρητής
 - I_n : n -οστή περίοδος απλίου
 - Y_n : n -οστή περίοδος ενεργού παρατηρητή

Ορισμός κατανομής

Πιθανοίτητα να υπάρχουν j τελετές στο αέθριο.

$$P_j = \Pr [Q = j] \stackrel{\text{lim ideal}}{=} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t \mathbb{1}_{\{Q(u)=j\}} du}{t} \rightarrow \text{f.k.}$$

ακρίβεια

$$P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\mathbb{E} \left[\int_0^t \mathbb{1}_{\{Q(u)=j\}} du \right]}{t}$$

Μεσοπρόθεσμο ποσοστό χρόνου στην j
Μεσοπρόθεσμο μέσο ποσοστό χρόνου στην j

3^η ιδέα

$$P_j = \frac{\mathbb{E} \left[\int_0^2 \mathbb{1}_{\{Q(u)=j\}} du \right]}{\mathbb{E}[Z]}$$

Ποσοστό χρόνου σε 1 κύκλο στην j

$$P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \Pr [Q(t) = j]$$

ορισμό πιθανότητας j τελετών

$$P_j = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\int_0^t \Pr [Q(u) = j] du}{t}$$

C-ορισμό πιθανότητας j τελετών

Εργασιακά εαυριστικά αναγεννητικών διαδικασιών

$\{Q(t)\}$

αναγεννητική

με αμεση

κατανομή

αναγεννητικών

κύκλων

~ όλα τα όρια ίσα